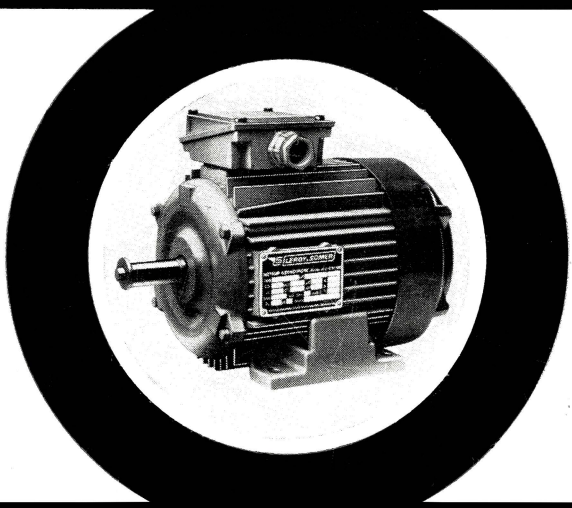
H. Fraudet et F. Milsant

cours d'électricité

Tome 1
généralités



Eyrolles éditeur

COURS D'ÉLECTRICITÉ

Par H. FRAUDET et F. MILSANT

(3 volumes)

En vente : **Tome I : Généralités.**
Tome II : Machines.
Tome III : Notions d'électronique.

Ces ouvrages sont conformes aux programmes des Sections industrielles d'électriciens des lycées techniques

L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE ET PROFESSIONNEL

COURS D'ÉLECTRICITÉ

TOME I

GÉNÉRALITÉS

à l'usage des élèves spécialisés en électricité des lycées techniques, des écoles de métiers et des cours professionnels pour leur préparation aux Brevets d'enseignement industriel, aux concours administratifs et au Baccalauréat d'électrotechniciens

par

H. FRAUDET
Inspecteur Général de l'Instruction Publique

et

F. MILSANT
Ingénieur E.S.E.
Professeur à l'E.N.I.A.M. et à l'E.N.S.E.T.

HUITIÈME ÉDITION

Adaptée au programme du baccalauréat d'électrotechniciens

ÉDITIONS EYROLLES
61, Boulevard Saint-Germain - PARIS-V[e]

1969

Tous droits réservés

Copyright 1952,
by Marc EYROLLES

ÉLECTROSTATIQUE

L'électrostatique est l'un des domaines de l'**électricité,** important, intéressant mais délicat. Nous n'en donnerons la définition qu'à la fin du premier chapitre et nous n'en aborderons que les notions fondamentales.

CHAPITRE I

LES CHARGES ÉLECTRIQUES

A. — LES DEUX ESPÈCES D'ÉLECTRICITÉ

1. Fait expérimental : électrisation par frottement.

a) Frottons un bâton d'ébonite (ou de *résine*) à l'aide d'un tissu de soie : on constate que *la partie frottée attire les corps légers* tels que de petits morceaux de papier, de moelle de sureau, etc. (fig. 1 *a*). On dit que le corps a été **électrisé** par frottement.

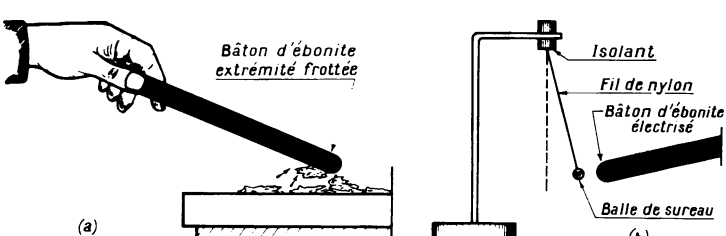


FIG. 1.

Toute expérience analogue échoue si l'on frotte dans des conditions semblables une tige métallique tenue à la main, par exemple une tige de cuivre. Elle réussit si l'on tient la tige par l'intermédiaire d'un manche d'ébonite et l'on observe alors que ce corps

métallique *attire les corps légers* non seulement par la partie de sa surface que l'on a frottée mais *par sa surface entière.*

b) On doit admettre, pour interpréter ces faits, que le frottement a développé à la surface des corps frottés, *quelque chose* que les Grecs de l'antiquité ont appelé **électricité** parce qu'ils avaient d'abord observé ce phénomène dans le cas de l'ambre qui est une résine qu'ils nommaient « élektron ». Ainsi tout corps électrisé porte une certaine quantité d'électricité ou, comme on dit encore, une certaine **charge électrique** sans, *pratiquement*, aucune variation de poids.

2. Isolants et conducteurs.

On doit encore admettre que ces charges restent où elles apparaissent sur l'ébonite et sur de nombreux corps analogues tels que l'ambre, le plexiglas, etc., que l'on appelle **isolants;** qu'elles se répandent sur les métaux que l'on appelle, pour cette raison, **conducteurs.** Bref :

L'électricité ne peut se déplacer dans les corps isolants; elle le peut dans les corps conducteurs.

3. Les deux espèces d'électricité.

Frottons maintenant deux bâtons de *résine* E_1 et E_2, toujours avec de la soie. En installant l'un d'eux sur un étrier porté par un

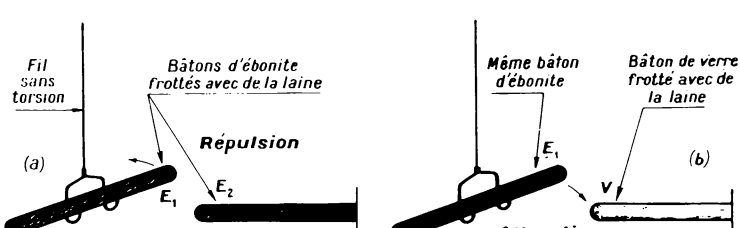


FIG. 2.

fil sans torsion, on constate que les *extrémités électrisées* se repoussent (fig. 2).

Frottons deux bâtons de verre, avec la même substance que précédemment, c'est-à-dire un tissu de soie. Le même dispositif montre que les *parties frottées se repoussent* encore.

Présentons maintenant l'une à l'autre les extrémités frottées de l'un des bâtons d'ébonite et de l'un des bâtons de verre : nous *constatons qu'elles s'attirent.*

Il y a donc *au moins* deux espèces d'électricité, agissant de manières différentes sur l'une d'elles, mais on constate encore qu'un corps électrisé, quelle que soit la manière dont il l'a été, car il y a d'autres moyens d'électrisation que le frottement, se comporte comme le bâton d'ébonite (ou de résine) ou comme le bâton de verre. En conséquence :

Il n'y a que deux espèces d'électricité appelées électricité positive et électricité négative (1).

Nous les représenterons par des signes + et des signes — respectivement et nous retiendrons que :

Deux charges électriques de même espèce se repoussent; deux charges d'espèces différentes s'attirent.

REMARQUES. — 1° Pour étudier des actions mécaniques analogues aux précédentes il est commode de disposer d'un petit dispositif appelé **pendule électrique** (fig. 1 *b*). C'est un support portant une *petite balle de moelle de sureau* au bout d'un fil de soie attaché à un morceau d'ambre (pour en assurer un excellent isolement). La balle, très légère, est sensible à des forces très faibles et l'on constate qu'elle est attirée par un corps électrisé. Si on la laisse le toucher elle est immédiatement repoussée parce qu'elle a pris une petite partie de la charge du corps avec lequel elle est entrée en contact et l'on dit alors qu'il y a eu **électrisation par contact.** On peut l'utiliser pour faire les constatations du paragraphe précédent.

2° Il peut aussi servir, après l'avoir chargé, pour montrer que le frottement développe des électricités d'espèce différente sur chacun des deux corps frottés.

3° Enfin on peut encore constater qu'un même corps, frotté successivement avec deux autres corps différents mais convenablement choisis peut prendre des électrisations différentes. Il est donc probable qu'un corps non chargé, appelé **neutre** pour cette raison, contient à la fois les deux espèces de charges.

---

(1) On les avait d'abord appelées « vitreuse » et « résineuse ».

B. — LOI DE COULOMB; UNITÉ DE CHARGE

4. Notion de charge électrique ponctuelle.

Comme la masse ponctuelle, la charge ponctuelle n'est qu'un « être de raison » mais elle est pratiquement réalisée, par exemple, par une très petite sphère conductrice portée par un support isolant et c'est en opérant avec de telles charges que le physicien français Coulomb établit, vers 1785, il n'y a pas encore deux cents ans, à l'aide d'un dispositif sensible, la loi fondamentale des actions électriques portant son nom.

5. Loi de Coulomb.

La force électrique s'exerçant entre deux charges ponctuelles (fig. 3) **a pour droite d'action celle qui passe par les charges; elle est appliquée à chacune d'elles et elle est attractive ou répulsive suivant que les charges sont d'espèces contraires ou de mêmes espèces. Son intensité est proportionnelle au produit des charges, inversement proportionnelle au carré de leur distance et elle dépend du milieu qui baigne les charges.**

Elle se traduit, *sous sa forme moderne*, par une relation dans laquelle l'influence du milieu s'exprime par une grandeur que l'on appelle **permittivité** de ce milieu, même si les charges sont placées dans le vide, et que l'on représente par ε; toutes les grandeurs qui la concernent doivent être évaluées en unités du Système International (S.I.), la force en newtons, la distance en mètres. Les

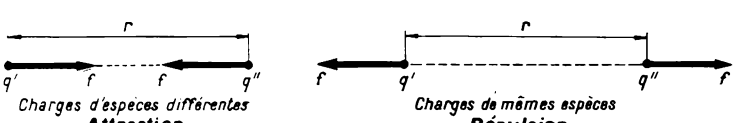


FIG. 3.

deux grandeurs nouvelles pour nous qu'elle contient ont des unités dont le choix s'expliquera plus tard; celle de permittivité n'a pas reçu le nom, celle de charge est appelée **coulomb** (C).

Si les charges sont placées dans le vide, ou pratiquement dans l'air, le module de la force a pour expression :

$$f_0 = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \times \frac{q'q''}{r^2}$$

f_0 en **newtons;** q' et q'' en **coulombs;** r en **mètres;**

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \textbf{ S.I.}$$

On peut donc encore l'écrire, en tenant compte de cette valeur :

$$f_0 = 9 \times 10^9 \times \frac{q'q''}{r^2},$$

avec les unités précédentes.

Si les charges sont dans un autre milieu de permittivité ε le module de la force diminue parce que l'on a toujours $\varepsilon > \varepsilon_0$. Mais on a l'habitude de poser $\varepsilon/\varepsilon_0 = \varepsilon_r$ et d'appeler ce rapport **permittivité relative du milieu par rapport au vide;** ce rapport est donc un *nombre* d'ailleurs supérieur à 1 puisque $\varepsilon > \varepsilon_0$. Le module de la force devient alors :

$$f = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon} \times \frac{q'q''}{r^2} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r} \times \frac{q'q''}{r^2} = \frac{f_0}{\varepsilon_r} = \frac{9 \times 10^9}{\varepsilon_r} \times \frac{q'q''}{r^2}.$$

Si $q' = q'' = 1$ C, $r = 1$ m, dans le vide ou dans l'air $f_0 = 9 \times 10^9$ N. Cette valeur montre que le coulomb n'est pas une unité adaptée aux besoins de l'électrostatique.

C. — ORIGINE DE L'ÉLECTRICITÉ : LES ÉLECTRONS

6. Constitution des atomes.

a) Depuis un peu plus d'un demi siècle nos connaissances sur la constitution des atomes se sont considérablement enrichies.

On sait actuellement que tout atome est fait d'un **noyau** d'une extrême densité autour duquel gravitent, dans un volume énorme par rapport au sien mais vide de toute autre chose, des grains extraordinairement petits par rapport à lui.

Ces petits grains, tous identiques quelle que soit l'espèce d'atome, connus seulement depuis le début du XX^{e} siècle sont des particules chargées négativement. En bref, des *particules d'électricité négative* généralement appelées *électrons* mais qu'il vaut mieux nommer **négatons** pour mieux marquer l'espèce de leur charge et en même temps accepter le conseil des Organismes de normalisation. On les représente par e^-. On

connaît leur charge $|e|$ dite *élémentaire*, leur masse m au repos; on sait l'ordre de grandeur de leur rayon si l'on admet qu'ils sont sphériques :

$$|e| = 1{,}6 : 10^{19}\ \text{C}$$

$$m = 91 : 10^{32}\ \text{kg}; \qquad r \simeq 3 : 10^{15}\ m = 3 : 10^{5}\ \text{Å}$$

Les noyaux sont formés, de deux espèces de grains solidement unis par des actions dont nous ne savons pas encore les lois. Ce sont :

des **neutrons** de masse au repos environ 1 800 fois plus grande que celle du négaton et appelés ainsi parce qu'ils sont électriquement neutres;

des **protons,** pratiquement de même masse que les neutrons mais porteurs d'une charge *opposée* à celle du négaton. Ces protons paraissent formés d'un neutron et d'un *électron positif* très solidement assemblés. En effet, dans certaines circonstances exceptionnelles, on constate qu'un proton se transforme en neutron en même temps qu'il livre une particule très sensiblement de même masse que celle du négaton mais de charge opposée; on la représente par e^{+} et le plus simple est de la nommer **positon.** Ce qui précède montre que :

La masse de l'atome est pratiquement égale à celle de son noyau.

b) Chaque espèce de *corps simples*, au sens chimique de l'expression, a des atomes dont les noyaux contiennent le même nombre de protons. Dans l'état normal, le nombre des négatons qu'on peut dire *planétaires*, est égal au nombre des protons. Chaque atome est donc globalement neutre. Quant aux neutrons, il y en a dans tous les noyaux, sauf dans ceux d'hydrogène ordinaire fait d'un seul proton, mais leur nombre est susceptible de varier de quelques unités, pratiquement sans changer les caractères chimiques; cela explique l'existence des *isotopes*.

Le nombre d'atomes d'espèces différentes dont la Terre est faite est limité. On y trouve 90 corps simples dont les noyaux contiennent de 1, ceux de l'hydrogène, à 92 protons, ceux de l'uranium. Seuls manquent, et l'on sait expliquer pourquoi, les noyaux à 43 et 61 protons.

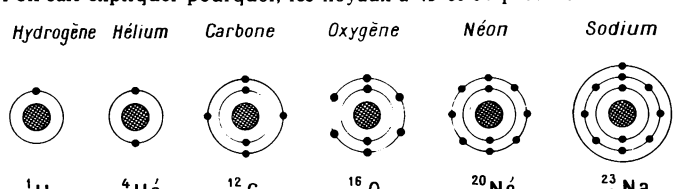


FIG. 4.

c) Dès qu'il y en a plus d'un, les négatons sont régulièrement répartis en couches plus ou moins proches du noyau dont la plus externe dite couche périphérique ne renferme jamais que de 1 à 8 négatons; la

figure 4 montre, par quelques exemples comment on représente *schématiquement* cette structure sans cependant détailler celle du noyau.

C'est la couche périphérique qui explique d'une part les phénomènes chimiques ordinaires, d'autre part les phénomènes électriques parce qu'elle peut soit perdre des négatons, soit en fixer quand elle n'en a pas 8. La compensation des charges n'est alors plus assurée et l'on obtient ce qu'on appelle un **ion positif** dans le premier cas, un **ion négatif** dans le second. Ainsi l'hydrogène perdant son seul négaton fournit un proton encore appelé *noyau d'hydrogène*, porteur d'une charge élémentaire positive, qu'on représente par H^+, mais la masse de ce plus petit des ions positifs est déjà 1 800 fois plus grande que celle du négaton. Il en résulte que sous l'action d'une même force le négaton se déplace beaucoup plus vite que le plus petit des ions positifs, ce qu'on traduit parfois en disant que l'électricité négative est plus mobile que l'électricité positive.

d) Ajoutons que la charge et la masse du négaton ont été déterminées par des *procédés dynamiques*, c'est-à-dire par le mouvement qu'il prend dans des champs uniformes déterminés.

D. — INTERPRÉTATIONS ÉLECTRONIQUES

7. État neutre. Conducteurs et isolants.

a) L'*état neutre* d'un corps quelconque s'explique immédiatement puisque chaque atome contient, pour son volume entier, dans son état normal, des quantités égales d'électricités opposées dont *la positive reste toujours attachée au noyau*, tout au moins quant aux phénomènes qui nous intéressent. Toute électrisation s'explique alors soit par gain, soit par perte de négatons. S'il fixe n négatons il porte la charge *négative* $-ne$; s'il perd n négatons il porte la charge *positive* $+ne$ parce qu'il lui reste les ions positifs correspondants. Bref :

Toute électrisation s'explique par un transfert de négatons ; toute variation de charge ne se fait que par grains de valeur absolue $|e|$.

Et c'est le comportement de ces négatons qui explique d'abord l'existence des conducteurs et des isolants.

b) Dans les conducteurs, c'est-à-dire essentiellement dans les métaux, à moins qu'ils ne soient à très basse température, sous l'action des chocs dus à l'*agitation thermique*, certains négatons

périphériques s'échappent assez facilement du volume atomique. Ils peuvent alors errer, d'une manière absolument désordonnée, au hasard des bousculades, dans les espaces inter-atomiques vides de matière, parfois reprendre une place autour d'un ion positif, mais restant, en moyenne, à une température donnée, en même nombre dans un volume donné, suffisamment grand par rapport à celui des atomes. On traduit cela en disant qu'un conducteur contient des **négatons libres;** ils sont très mobiles tandis que les ions positifs correspondants s'ils sont, à peu près comme les atomes, agités autour d'une position moyenne, ne la quittent pratiquement pas.

Au contraire, dans les isolants encore appelés **diélectriques** les négatons ne peuvent pas circuler d'un atome à l'autre et, en conséquence, il n'y en a pas dans les espaces inter-atomiques. On traduit ce fait en disant que dans un isolant tous les négatons périphériques sont des **négatons liés;** ils ne restent mobiles qu'à l'intérieur du volume atomique.

c) Dès lors, tous les procédés d'électrisation s'expliquent aussi, celle due au frottement, par exemple.

Quand on frotte deux isolants, s'ils s'électrisent, c'est que l'un arrache des négatons à l'autre par un mécanisme qui n'est plus absolument mystérieux. Ainsi, la soie en arrache au verre. Sur la soie les négatons supplémentaires restent localisés là où ils ont été fixés; sur le verre les plages où ils ont été arrachés portent les ions positifs correspondants et ils y demeurent. Si rien de nouveau ne perturbait ce nouvel état, verre et soie resteraient indéfiniment chargés.

Quand on frotte un conducteur et un isolant l'électricité demeure localisée sur l'isolant. Admettons que le conducteur se charge négativement. S'il n'est pas isolé c'est-à-dire s'il est réuni au sol par un fil lui-même conducteur ou par le corps de l'opérateur qui n'est pas isolant, les négatons supplémentaires se repoussant les uns les autres s'écoulent vers la Terre dont l'état électrique ne varie pratiquement pas à cause de son immensité par rapport au conducteur considéré. Si celui-ci n'est isolé, pour la même raison, les négatons supplémentaires se répandent au voisinage immédiat de sa surface parce qu'ils ne peuvent le quitter, tout au moins sans actions extérieures que pour l'instant nous n'envisageons pas. Leur répartition s'établit en un temps extraordinairement court puis se fixe, ne dépendant alors que de la forme du conducteur et

de la présence des corps voisins. Nous pouvons alors définir **l'électrostatique.**

L'électrostatique étudie les répartitions permanentes des charges sur des conducteurs électrisés au repos, les actions mécaniques qui s'exercent entre ces derniers, le comportement des diélectriques.

REMARQUES. — 1° L'électrisation par frottement ne présente à peu près pas d'intérêt pratique.

2° Mais la mobilité des négatons libres explique un procédé d'électrisation beaucoup plus important.

Deux sphères, chacune isolée du sol, sont au contact, ne formant ainsi qu'un seul conducteur; approchons-en un corps électrisé, par exemple un isolant chargé positivement (fig. 5). Il attire les négatons libres de

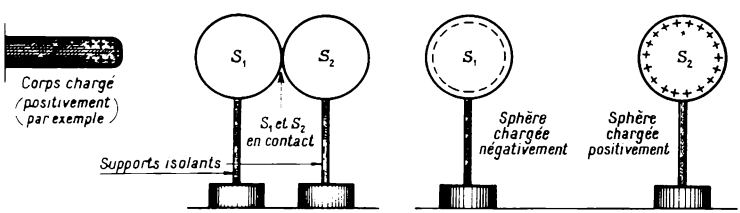


FIG. 5.

l'ensemble S_1, S_2 qui se charge ainsi négativement à gauche, positivement à droite sous l'influence du corps chargé. Séparons les deux sphères : l'une est chargée négativement, l'autre positivement. Il y a eu **électrisation par influence.**

Certains générateurs dits *électrostatiques* sont fondés sur ce principe Ils sont susceptibles d'usages particuliers.

RÉSUMÉ

Il existe deux espèces d'électricité appelées positive et négative entre lesquelles s'exercent des actions mécaniques obéissant à une loi dite « loi de Coulomb ».

Elles s'expliquent par la constitution des atomes qui contiennent, en particulier, des grains extraordinairement petits d'électricité négative et que nous appellerons négatons pour cette raison.

Ces négatons se déplacent facilement dans les métaux que l'on dit pour cela « conducteurs »; ils ne se déplacent pratiquement pas dans les « isolants ».

Exercices.

1. *Quelle est la force d'attraction entre le proton et le négaton d'un atome d'hydrogène supposés au repos, à la distance*

$$r = 0{,}533 \times 10^{-10} \text{ m?}$$

On les considère comme des charges ponctuelles de même valeur $1{,}6/10^{19}$ C. — *Rép. :* $8{,}1 \times 10^{-8}$ N.

2. *On dispose de deux petites sphères d'aluminium parfaitement isolées, dont le diamètre est* 5 mm. *On communique à l'une d'elles une charge positive de* 10^{-7} C *tandis que l'autre est chargée négativement. Quand on les place dans l'air sur la même verticale à* 30 cm *l'une de l'autre, leur attraction réciproque suffit à maintenir en équilibre la sphère inférieure. Sachant que la densité de l'aluminium est* 2,8, *calculer la charge de la sphère inférieure. On admettra que les deux charges se comportent comme des charges ponctuelles et l'on sait que l'intensité du champ de pesanteur vaut pratiquement* 9,8 N/kg. — *Rép. :* $1{,}8 \times 10^{-7}$ C.

3. *Quel est le nombre de négatons en excès sur un conducteur portant une charge négative* 0,5 μC? — *Rép. :* 31×10^{15} environ, soit 31 millions de milliards.

CHAPITRE II

NOTION DE CHAMP ÉLECTRIQUE

A. — VECTEUR CHAMP ÉLECTRIQUE

1. Champ de forces électriques. Définition du vecteur champ électrique en un point. Unité.

a) Considérons une répartition donnée de charges électriques. En général, une charge ponctuelle placée dans l'espace qui les environne subit une action se réduisant à une force, si elle n'est pas nulle. Cela conduit à la définition suivante :

On appelle champ de forces électriques toute région de l'espace dans laquelle une charge ponctuelle subit une force d'origine électrique.

b) On peut alors faire apparaître un vecteur capable de caractériser ce champ électrique en chacun de ses points et qui permet ensuite de déterminer la force s'exerçant sur une charge ponctuelle là où on l'a placée. Il suffit pour cela d'appliquer la règle suivante :

Pour caractériser le champ en un point de l'espace dans lequel sont distribuées les charges électriques le produisant, on place une charge ponctuelle et positive q en ce point. On détermine, par la loi de Coulomb, la force $\vec{F}$ qu'elle subit et l'on figure le champ par un vecteur, appelé vecteur champ électrique représenté par $\vec{\mathscr{E}}$:

il est appliqué au point considéré ;

il a pour support et pour sens ceux de la force ;

on lui donne une longueur proportionnelle à son intensité dont la valeur est $\mathscr{E} = F/q$ par convention.

Quand on connaît ce vecteur pour un certain point du champ la force agissant sur une charge quelconque q placée en ce point est complètement déterminée par la relation vectorielle :

$$\vec{F} = q \times \vec{\mathscr{E}}.$$

c) La relation $\mathscr{E} = F/q$ permet de définir l'unité de champ électrique S.I. puisqu'on a $\mathscr{E} = 1$ si $F = 1$ newton pour $q = 1$ coulomb. Ainsi :

L'unité S.I. de champ électrique est celle d'un champ dans lequel une charge ponctuelle d'un coulomb subit une force d'un newton.

On n'a pas donné de nom spécial à cette unité. On exprime alors un champ électrique en **newtons par coulomb** (N/C ou N : C) comme on exprime un *champ de pesanteur* en *newtons par kilogramme* (N/kg).

2. Principe de la détermination d'un champ électrique.

a) *Grandeur vectorielle*, le champ électrique en un point *a toutes les propriétés* de cette espèce de grandeur. En particulier, si l'on connaît en un point A ceux $\vec{\mathscr{E}}_1, \vec{\mathscr{E}}_2, \vec{\mathscr{E}}_3, \ldots$ dus séparément à

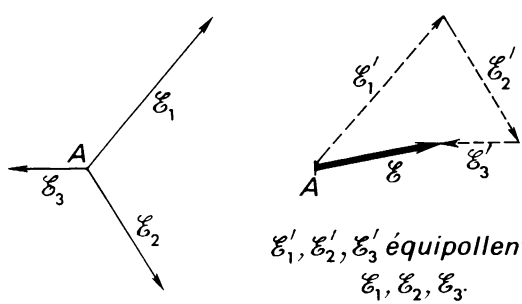


FIG. 1.

des charges ponctuelles on obtient le champ résultant par la règle du polygone (fig. 1). En conséquence :

Quelle que soit la répartition des charges créatrices du champ, on peut déterminer le champ en un point en y déterminant celui de chacune des charges ponctuelles ou quasi ponctuelles en lesquelles on peut partager la répartition puis en composant vectoriellement les champs obtenus.

b) Il nous faut donc *d'abord connaître le champ créé en un point par une charge ponctuelle.*

Soit donc + Q la charge ponctuelle placée en O. La charge + q placée en A à la distance OA = r, sur la droite OA, subit, dans le vide, la force :

$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Le champ qui a même support et même sens a donc pour module, dans le vide :

$$\mathscr{E} = 9 \times 10^9 \frac{Q}{r^2}.$$

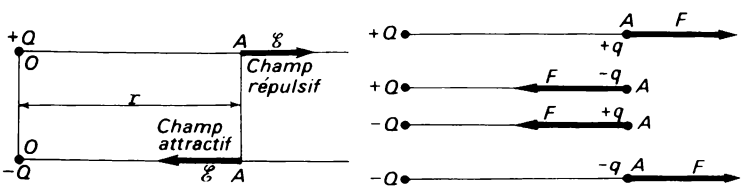


FIG. 2.

La figure 2 le représente pour une charge Q créatrice du champ soit positive, soit négative, ainsi que le sens des forces de même valeur absolue $|\mathscr{E}q|$ si l'on place dans chaque cas en A, soit une charge + q, soit une charge — q.

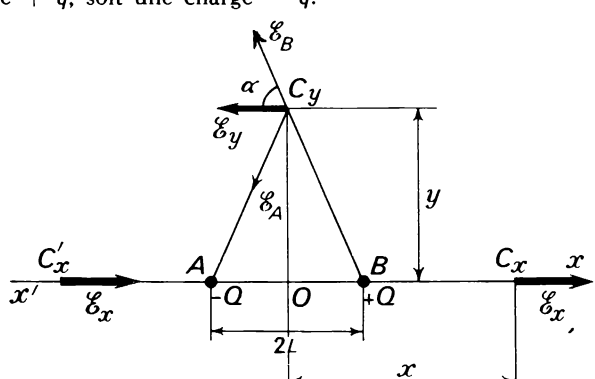


FIG. 3.

Exemple. — On considère la distribution faite de deux charges ponctuelles opposées — Q et + Q placées, dans le vide, aux extrémités d'une droite AB de longueur 2 L et qu'on appelle **dipôle** ou **doublet élec-**

trique (fig. 3). Déterminer le vecteur champ soit en un point de l'axe $x'Ox$, à l'extérieur du segment AB, soit en un point de l'axe Oy l'origine O étant au milieu du segment. On pourra poser $\mathcal{M} = 2\,L \times Q$.

Le lecteur établira sans difficultés que le support des vecteurs champ aux points de l'axe $x'Ox$ se confond avec cet axe; qu'il est parallèle à $x'Ox$ pour des points de l'axe $y'Oy$, qu'il a pour module avec les notations de la figure :

$$\mathcal{E}_x = 9 \times 10^9 \times 2\mathcal{M} \times \frac{x}{(x^2 - L^2)^2};$$

$$\mathcal{E}_y = 9 \times 10^9 \times \mathcal{M} \times \frac{1}{(y^2 + L^2)^{3/2}}.$$

Enfin, que si x et y sont grands par rapport à L les modules deviennent :

$$\mathcal{E}_x = 9 \times 10^9 \times \frac{2\mathcal{M}}{x^3}; \qquad \mathcal{E}_y = 9 \times 10^9 \times \frac{\mathcal{M}}{y^3}.$$

Le champ dépend donc, par $\mathcal{M}$ de la distribution donnée et par x ou par y du point considéré sur l'un des deux axes rectangulaires Ox et Oy.

3. Champ d'une pellicule sphérique uniformément électrisée.

Indiquons d'abord qu'on dit que la pellicule est *uniformément électrisée* parce que chacun de ses éléments d'aire ΔS porte la même charge Δq. On dit aussi que la **densité superficielle électrique** de cette distribution est constante en désignant par cette expression la grandeur $\sigma = \Delta q/\Delta S$ qu'on évalue en coulombs par mètre carré (C/m^2 ou $C : m^2$).

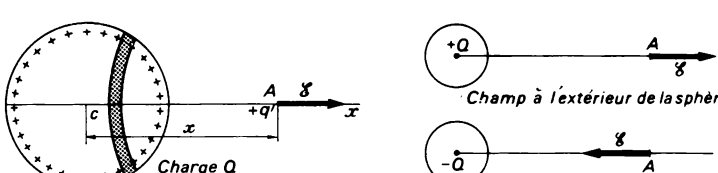


FIG. 4.

Supposons alors la sphère, placée dans le vide, chargée positivement (fig. 4) et proposons-nous de déterminer le vecteur champ électrique en un point extérieur à la sphère. Le lecteur montrera

facilement que deux éléments d'une zone de même aire, diamétralement opposés et assez petits pour qu'on puisse considérer leur charge comme ponctuelle fournissent une composante portée par un rayon Cx, normal à l'une des bases de la zone. Il en est donc de même pour le champ créé par la zone entière puis pour la pellicule sphérique qu'on peut considérer comme faite de zones analogues à celle qu'on vient de considérer. Bref, en tout point A d'une droite Cx passant par le centre, le champ a pour support cette droite et si la charge est positive le champ est *répulsif*.

On peut *calculer* son module et si Q est la charge totale on trouve qu'il a pour valeur en A défini par sa distance x au centre C :

$$\mathscr{E}_A = 9 \times 10^9 \frac{Q}{x^2}.$$

Il dépend de la répartition qui le crée par Q, du point où l'on veut sa valeur par x et la relation qui le donne montre que :

Le champ d'une sphère portant une charge Q uniformément répartie sur sa surface est le même, en un point extérieur, que si la charge était concentrée au centre de la sphère.

Bien entendu, le sens du champ se renverse si la charge est négative.

Le même procédé montre encore que :

Le champ est nul en tout point intérieur à la sphère.

Le lecteur le démontrera aisément pour le point C. Bien entendu, si la sphère était dans un milieu indéfini de permittivité relative ε_r le module serait divisé par ε_r.

Ajoutons que ce cas est celui d'une sphère *conductrice* chargée, supposée *seule dans l'espace* parce que sa charge se répartit alors uniformément, sur sa surface extérieure, qu'elle soit pleine ou creuse.

B. — NOTION DE LIGNES DE CHAMP

4. Définition des lignes de champ.

On peut, dans un champ de forces électriques, définir des lignes dites **lignes de champ**, comme nous l'avons fait dans un cas particulier d'attraction universelle, celui d'une Terre homogène ou faite de couches sphériques séparément homogènes.

Ainsi, dans le cas du champ d'une charge ponctuelle ou d'une surface sphérique uniformément électrisée, les vecteurs champ ont même support pour des points situés sur la même droite passant par le point où se trouve la charge ponctuelle créatrice du champ ou par le centre de la sphère portant la charge. Ces droites, à partir du point O dans le premier cas, de la surface de la sphère dans le

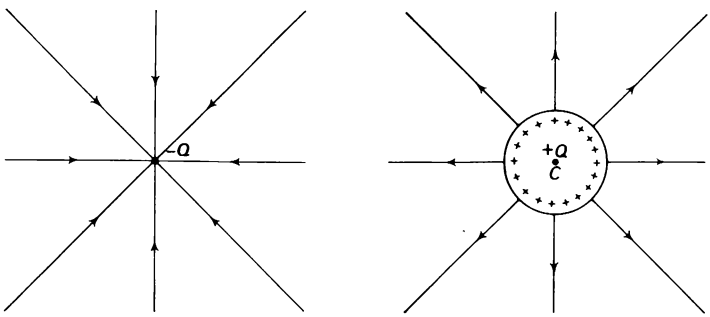


FIG. 5.

second, sont des *lignes de champ auxquelles on donne pour sens* celui du vecteur champ. La figure 5 en représente quelques-unes dans un plan contenant O ou C mais il en existe une infinité; il n'en passe cependant qu'une par chaque point du champ.

Leur forme renseigne évidemment sur la topographie du champ mais leur intérêt apparaîtra mieux dans le chapitre suivant et bornons-nous pour l'instant à en donner une définition générale à laquelle obéissent les deux cas particuliers précédents.

Les lignes de champ d'un champ de forces électriques sont des lignes tangentes en chacun de leurs points au support du vecteur champ au point considéré.

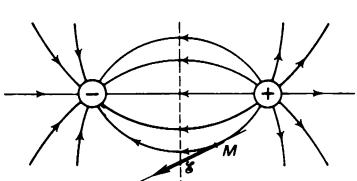


FIG. 6.

Elles unissent toujours deux plages d'électricité de natures différentes comme le montre la figure 6 pour celles du plan contenant la ligne des centres de deux petites sphères qui porteraient, *uniformément réparties*, des charges opposées — Q et + Q. Leur sens est celui allant d'une plage positive vers une plage négative.

Elles sont toujours normales à la surface des conducteurs en équilibre électrique qu'elles touchent.

En effet, si elles ne l'étaient pas, elles auraient une composante tangentielle sous l'action de laquelle des charges se déplaceraient; le conducteur ne serait donc pas en équilibre électrique.

Leur tracé pose des problèmes de géométrie et d'algèbre que nous ne pouvons pas aborder.

5. Définition d'un champ électrique uniforme. Sa réalisation.

On dit qu'un champ est uniforme quand, en chacun de ses points le vecteur champ est parallèle à une direction fixe, à même sens et même valeur.

Ses lignes de champ sont alors des droites parallèles, de même sens.

On peut l'obtenir à l'aide de deux conducteurs présentant chacun une surface *plane* de même aire S, deux lames A et B d'un métal quelconque par exemple. Ces deux conducteurs (fig. 7) sont portés par un isolant non représenté, leurs faces planes en regard ont même aire S, leur distance e est petite par rapport à leurs dimensions linéaires. Quand on électrise les deux conducteurs, l'un positivement, l'autre négativement en réunissant chacun d'eux aux bornes d'un générateur — ce qui est possible, nous le verrons plus tard — il s'établit une distribution pour laquelle la *densité électrique* a la même valeur absolue σ sur les faces en regard et qui assure l'équilibre électrique. La charge portée par chacune des faces parallèles a ainsi la même valeur absolue $Q = S \times \sigma$ et l'on sait établir, toujours en utilisant la loi de Coulomb, que le champ électrique est *uniforme entre les deux faces parallèles*, sauf sur les bords, qu'il a en chacun de ses points la valeur :

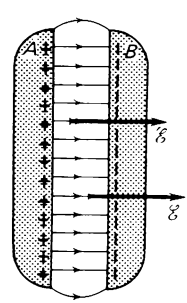


FIG. 7.

$$\mathscr{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S},$$

si les lames sont séparées par le vide ou par l'air. Le champ est évidemment dirigé de la couche positive vers la couche négative.

REMARQUE. — Quelle que soit sa nature, on peut souvent considérer un champ de forces comme uniforme dans un volume suffisamment petit; on le fait dans certains raisonnements.

Rappelons que dans le cas du champ de pesanteur terrestre on peut l'admettre pour un volume étendu, au voisinage du sol, mais bien entendu restreint par rapport au volume de la Terre.

6. Action mécanique subie par un corps électrisé dans un champ électrique.

On est ramené à un problème de mécanique. Si les charges sont ponctuelles leur position dans le champ donne les forces. Si les distributions sont continues on les partage en charges quasiment ponctuelles et on se retrouve dans le cas précédent.

Dans le cas général le système de forces peut être réduit à une force et un couple.

A titre d'exemple le lecteur déterminera l'action subie par un doublet électrique en supposant qu'il est porté par une tige rigide AB.

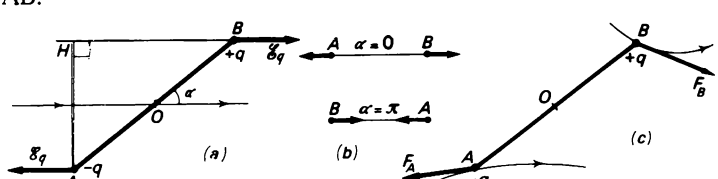


FIG. 8.

Il établira facilement que, dans un champ uniforme (fig. 8 *a*) l'action se réduit au couple de valeur :

$$\mathscr{C} = \mathscr{M} \times \mathscr{E} \times \sin \alpha;$$

et que l'équilibre est stable si $\alpha = 0$, instable si $\alpha = \pi$ (fig. 8 *b*).

Il se rendra compte, dans le cas d'un champ quelconque (fig. 8 *c*) que les forces F_A et F_B peuvent être remplacées par une force, par exemple, appliquée au centre du doublet, et un couple.

7. Propagation des variations de champ électrique.

On peut se demander si le champ électrique varie en tous ses points en même temps que les charges qui le produisent. Voici à ce sujet ce dont on est certain.

Considérons le cas très simple d'une charge ponctuelle immobile qui serait seule dans l'espace vide. Supposons que cette charge s'établisse *instantanément* à une nouvelle valeur fixe, double de la première. En chaque point de l'espace le champ doublera mais avec un certain retard, la modification se transmettant, le long de chacune des lignes de champ, dans le vide et pratiquement dans l'air, à la vitesse de 300 000 km/s soit 3×10^8 m/s, la même que celle de la lumière. Cette valeur nous permettra donc, dans nos montages, dans nos appareillages, de négliger ces durées de propagation.

RÉSUMÉ

On appelle champ électrique toute région de l'espace dans lequel une charge électrique ponctuelle subit une force.

On le caractérise en chacun de ses points par un vecteur $\vec{\mathscr{E}}$ que définit la relation $\vec{\mathscr{E}} = \vec{F} : q$ dans laquelle q est une charge ponctuelle positive. Quand on le connait en un point, en direction, sens et grandeur, la charge q placée en ce point subit donc la force :

$$\vec{F} = q\vec{\mathscr{E}}.$$

On peut alors l'utiliser pour déterminer l'action mécanique subie par un corps porteur de certaines charges.

Il s'obtient donc essentiellement par application de la loi de Coulomb et composition de vecteurs, c'est-à-dire sommes géométriques.

Exercices.

1. *Quel est le champ créé dans l'air par une charge ponctuelle* $Q = 1$ µC *à la distance* $r = 10$ cm? — *Rép. :* 9×10^5 N/C.

2. *Un dipôle de très courte longueur a un moment électrique de* 10^{-8} C $\times$ m. *Calculer le champ qu'il produit sur son axe à la distance* $x = 1{,}20$ m. — *Rép. :* 104 N/C.

3. *Une ligne circulaire de centre* C, *de rayon* R, *porte dans le vide une charge* Q *uniformément répartie. Déterminer le champ en un point de son axe* Cx, *situé à la distance* x *de son centre. — Rép. : Support* Cx, *sens, de* C *vers* x ; *module* $9 \times 10^9\ Qx/(R^2 + x^2)^{3/2}$.

CHAPITRE III

TRAVAIL DES FORCES ÉLECTRIQUES DIFFÉRENCE DE POTENTIEL

1. Travail des forces électriques dans un champ uniforme. Différence de potentiel : le volt.

a) Soit un point M dans un champ électrique uniforme de module $\mathscr{E}$. Il est à la distance x_M comptée sur la ligne de champ passant par M, à partir d'une surface plane de référence Σ_0 dont nous désignerons par la même lettre la trace sur le plan de la figure 1, normale en O à cette ligne et par conséquent à toutes les autres lignes de champ puisqu'elles sont parallèles.

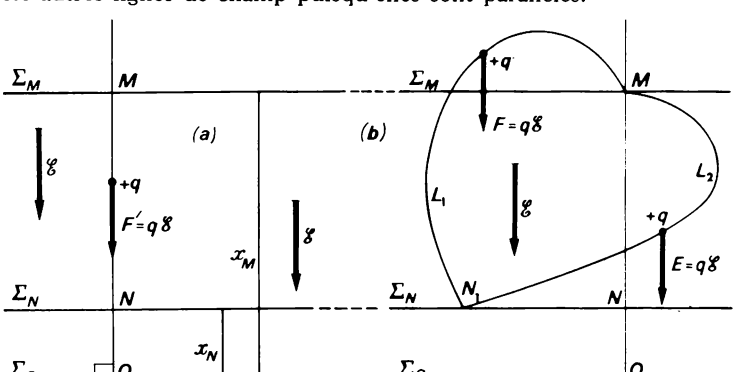


FIG. 1.

Plaçons une charge ponctuelle $+ q$ en M. Elle est alors soumise à la force $\vec{F} = q \times \vec{\mathscr{E}}$ qu'on peut utiliser à produire du travail. Il suffit pour cela d'imaginer qu'elle est reliée à un poids par un système de fils et de poulies et qu'on utilise son déplacement

spontané le long de la ligne de champ OM pour soulever le poids. Si le point d'application passe alors de M en N d'abscisse x_N (fig. 1 *a*), le travail accompli par cette force d'intensité constante a pour valeur :

$$W_M^N = q \times \mathscr{E} \times (x_M - x_N).$$

Ce travail a la même valeur quelle que soit la ligne de champ sur laquelle la charge se déplace spontanément entre les deux surfaces planes de traces Σ_M et Σ_N parallèles à Σ_0 et il peut s'exprimer par le produit de deux facteurs. Le premier mesure la charge $+ q$. Le second mesure la *différence* des deux valeurs $\mathscr{E} \cdot x_M$ et $\mathscr{E} \cdot x_N$ qui sont invariables pour les plans Σ_M et Σ_N. On peut donc, en posant $\mathscr{E} x_M = U_M$, $\mathscr{E} x_N = U_N$ l'écrire sous la forme :

$$W_M^N = q \times (U_M - U_N). \qquad (1)$$

La différence $(U_M - U_N)$ exprime l'*aptitude à la production de travail* de la charge et s'appelle **différence de potentiel électrique (d.d.p.)** entre les deux plans Σ_M et Σ_N.

b) La valeur du travail demeure la même si le déplacement du point d'application de la force électrique se fait non plus le long d'une ligne de champ, mais suivant des lignes quelconques telles que L_1, L_2, ... (fig. 1 *b*) pourvu que les points de départ et d'arrivée soient respectivement sur les surfaces Σ_M et Σ_N et c'est un résultat qu'on établit en Seconde, quand on étudie le travail des forces.

2. Surfaces équipotentielles d'un champ uniforme. Généralisation à un champ quelconque.

a) Dans le champ uniforme précédent, reprenons une surface Σ parallèle à Σ_0, à distance x. Le travail que peut fournir la charge ponctuelle $+ q$ en passant d'un point de Σ en un point de Σ_0 est $q \times \mathscr{E} \times x$ et l'on peut dire que son **potentiel électrique** est $\mathscr{E} \times x$ en convenant de prendre la valeur zéro pour celui de la surface Σ_0. Comme ce potentiel a la même valeur en tous les points de Σ, on dit que la surface est une **surface équipotentielle.**

Du point de vue géométrique, les surfaces équipotentielles sont donc, *dans un champ uniforme*, des plans normaux aux lignes de champ.

Du point de vue mécanique, le déplacement d'une charge ponctuelle pour un trajet quelconque situé dans l'une quelconque des surfaces équipotentielles se fait sans production, mais aussi sans dépense de travail, parce que la force est normale au déplacement de son point d'application, pour tous les éléments du trajet.

b) Ces propriétés, conséquences de la loi de Coulomb, sont absolument générales et l'on a été conduit, dans tout champ électrique, à définir géométriquement, des surfaces analogues à celles dont nous venons de découvrir l'existence sur un cas particulier.

Les surfaces équipotentielles d'un champ électrique sont des surfaces normales aux lignes de champ en chacun de leurs points.

Leur forme dépend essentiellement de la topographie du champ, soit en définitive, de la distribution des charges créatrices du champ. Ainsi, ce sont des *surfaces planes dans un champ uniforme*, mais ce sont des *sphères concentriques* dans celui *d'une charge ponctuelle ou d'une couche sphérique uniforme ;* la figure 2 représente

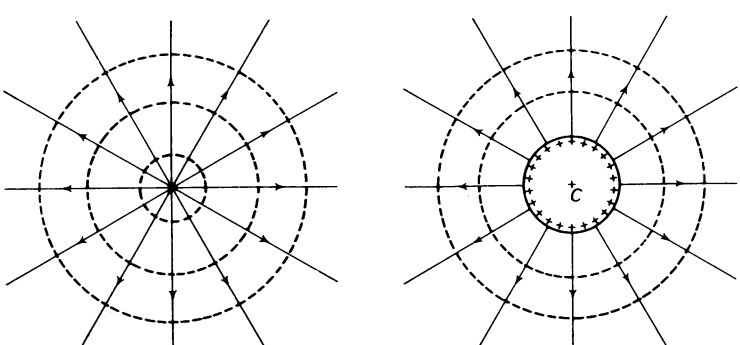


FIG. 2.

leurs intersections avec un plan contenant la charge ou le centre de la sphère électrisée. Ces circonférences, tracées en pointillé, sont alors des **lignes équipotentielles** et elles sont, bien entendu, en chacun de leurs points, normales aux lignes de champ du même plan.

Du point de vue électrique :

Le travail des forces électriques mis en jeu par le déplacement d'une charge ponctuelle ne dépend que des surfaces sur lesquelles

se trouvent les extrémités du chemin décrit par la charge. Il a toujours pour expression :

$$W_M^N = q \times (U_M - U_N)$$

dans laquelle U_M et U_N sont les potentiels des surfaces respectives.

La valeur U du potentiel pour l'une quelconque de ces surfaces dépend encore de la distribution des charges et du choix d'une surface de référence, par exemple *celle de potentiel zéro par convention.*

REMARQUES. — 1° Pour faire passer la charge de N en M, c'est-à-dire pour la déplacer dans le sens opposé à celui se produisant naturellement sous l'action de la force électrique, il faut qu'un agent extérieur fournisse le travail opposé à celui que nous avons calculé. Ainsi :

Spontanément, une charge positive décrit une ligne de champ en se déplaçant vers les potentiels décroissants et produit du travail; il faut dépenser le même travail en valeur absolue pour lui faire décrire la même ligne de champ dans le sens des potentiels croissants.

Mais, dans le deuxième cas, on revalorise son aptitude au travail puisqu'elle peut, de nouveau, fournir du travail par déplacement spontané. On en trouve l'équivalent dans le champ de pesanteur : une masse peut fournir du travail en descendant d'un certain niveau à un autre situé plus bas; il faut en dépenser pour la remonter à son niveau initial.

2° Il faut renverser ce que nous venons de dire si la charge ponctuelle est négative. Ainsi le déplacement spontané dans le champ que nous venons d'utiliser se fait dans le sens opposé à celui du champ, dans le sens des potentiels *croissants* et dans ce déplacement, un négaton par exemple, fournit du travail; il faut dépenser ce même travail pour le déplacement opposé.

3. Unité S.I. de différence de potentiel : le volt.

La relation (1) peut s'écrire $(U_M - U_N) = W : q$ et permet ainsi de définir l'unité de mesure d'une différence de potentiel. En effet si $W_M^N = 1$ J pour $q = 1$ C on a $(U_M - U_N) = 1$. Cette unité qu'on pourrait appeler *joule par coulomb* (J/C) a reçu le nom de **volt** (V). Ainsi :

Le volt est la différence de potentiel entre deux points d'un champ électrique quand le travail de la force électrique agissant sur une charge ponctuelle d'un coulomb passant de l'un à l'autre de ces points vaut un joule.

b) Pour conclure, écrivons donc :

$$W_M^N = q \times (U_M - U_N).$$

W_M^N en **joules;** q en **coulombs;** $(U_M - U_N)$ en **volts**

et remarquons qu'une d.d.p. est complètement définie par un nombre; c'est une *grandeur scalaire* comme d'ailleurs chacun de ses deux termes.

On peut évidemment l'affecter d'un signe. Ainsi représentons $(U_M - U_N)$ par U; alors $(U_N - U_M) = - U$.

REMARQUES. — 1° Si, dans le champ uniforme créé par les conducteurs A et B (fig. 7, chapitre II), la charge passe de celui chargé positivement à celui chargé négativement, le travail a pour valeur $W_A^B = q \times \mathscr{E} \times e$ puisque la distance de leurs faces planes est e. Par ailleurs, si $U_A - U_B$ est leur d.d.p. qu'on peut, pour simplifier, représenter par U, on a aussi $W_A^B = q \times U$. En rapprochant ces deux valeurs, il vient :

$$X = \frac{U}{e}.$$

Cette nouvelle expression du champ montre qu'on peut l'évaluer en **volts par mètre** (V/m) puisque $\mathscr{E} = 1$ pour $U = 1$ V et $e = 1$ m. Cette unité fait double emploi avec le *newton par coulomb*, mais elle est souvent d'un emploi commode.

2° Considérons un négaton fournissant spontanément du travail en « remontant » une ligne de champ. Pour un accroissement de potentiel d'un volt, il fournit un travail :

$$W_1 = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

En électronique, on utilise souvent ce travail comme *unité d'énergie*, mais cette unité n'appartient pas au Système International parce qu'il n'en est pas multiple ou sous-multiple *décimal*. Elle est acceptée comme unité hors système et on l'appelle **électron-volt** (eV). Ainsi :

$$1 \text{ eV} = 1{,}6 : 10^{19} \text{ J}.$$

Cette unité convient bien pour évaluer, par exemple, le travail qu'il faut dépenser pour extraire le négaton d'un atome d'hydrogène; bref, on l'emploie en physique atomique.

4. Cas de conducteurs chargés.

Considérons le champ créé par des conducteurs électrisés, mais en équilibre électrique. Nous savons que le champ est alors néces-

sairement normal à leur surface en chacun des points de cette dernière; en conséquence :

La surface d'un conducteur électrisé ne portant que des charges au repos est une surface équipotentielle.

Ainsi, deux conducteurs réunis par un fil métallique n'en forment plus qu'un seul et sont au même potentiel. Dans un montage, tous les conducteurs qui doivent être au même potentiel sont réunis à une même masse métallique, constituant souvent le châssis du montage, et ce châssis est lui-même métalliquement réuni au sol dont on prend le potentiel pour *zéro des potentiels*. On dit alors qu'on a mis certains points *à la masse*.

De plus, le champ est nécessairement nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrique car s'il ne l'était pas, des négatons par exemple se déplaceraient, ce qui est contraire à l'hypothèse de l'équilibre. Il en résulte que :

Le potentiel est le même en tous les points d'un conducteur en équilibre électrique.

5. Possibilité de la mesure des différences de potentiel. Existence de voltmètres électrostatiques.

Les deux conducteurs qui peuvent servir à établir un champ uniforme s'attirent et l'on sait exprimer la force que chacun d'eux exerce sur l'autre en *fonction de leur d.d.p.* On peut donc obtenir cette dernière à partir de la mesure de leur attraction mutuelle et, par conséquent, les utiliser à la mesure d'une différence de potentiel, celle, par exemple, existant entre les bornes d'un générateur, auquel il suffit de les unir. La mesure de la force se fait alors par comparaison au poids de masses marquées et les appareils sont organisés à la manière de balances.

On peut aussi réaliser des appareils plus maniables, plus sensibles, mais fondés également sur l'action mécanique s'exerçant entre un organe fixe et un organe mobile entre lesquels est appliquée la d.d.p. à mesurer. Les deux organes se chargent et quand les équilibres, tant électrique que mécanique, sont réalisés, la position de l'organe mobile peut fournir, par lecture directe, la valeur de la différence de potentiel. Bref :

Il existe des appareils appelés voltmètres électrostatiques capables de mesurer des différences de potentiel et qui n'emploient

que des actions mécaniques entre conducteurs en équilibre électrique.

Nous admettrons parfois les utiliser avant d'avoir compris le principe d'instruments d'emploi beaucoup plus commode.

6. Expression du potentiel en un point du champ en fonction des charges créatrices.

a) Le potentiel étant une grandeur scalaire celui en un point du champ créé par une distribution électrique quelconque se ramène à la somme algébrique de potentiels dus à des charges ponctuelles en décomposant au besoin une charge continue en éléments de charges quasi ponctuelles. C'est donc au potentiel d'une charge ponctuelle en un point de son champ que le problème est ramené.

b) Soit alors Q (fig. 3 *a*) la charge créatrice du champ placée en O, dans le vide par exemple. Or est l'une de ses lignes de champ. Le long d'un déplacement infiniment petit MN = d*r* la force reste pratiquement constante et si OM = *r* son travail dW a pour expression $dW = (Q/4\pi\varepsilon_0 r^2) \times q \times dr$. Mais d'après la définition de la différence de potentiel entre les points M et N on a aussi $dW = q \times (-dU)$ car

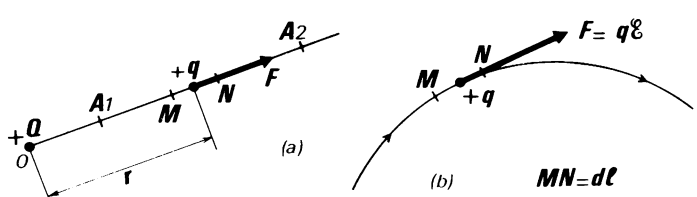


FIG. 3.

le potentiel diminue quand la charge + *q* se déplace spontanément dans le sens de la ligne de champ. En rapprochant ces deux valeurs on a donc :

$$\frac{dU}{dr} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

On connaît donc la dérivée de la fonction $U = f(r)$ et l'on vérifiera aisément que $U = U_0 + Q/4\pi\varepsilon_0 r$ où U_0 est une constante répond à l'expression de cette dérivée. Si l'on convient de prendre pour surface équi-

potentielle de potentiel zéro celle d'une sphère le rayon $r = \infty$ on a donc $0 = U_0 + 0$ soit $U_0 = 0$ et, finalement, avec $\varepsilon_0 = 1/4\pi \times 9 \times 10^9$:

$$U = 9 \times 10^9 \frac{Q}{r}.$$

U en **volts**, Q en **coulombs**, r en **mètres.**

Le potentiel U a même signe que Q si l'on compte la charge positivement ou négativement suivant qu'elle est positive ou négative. On retrouve bien U = constante en tous les points d'une sphère de rayon r.

Ainsi la charge $+ q$ passant de A_1 en A_2, quel que soit le chemin suivi produit le travail :

$$W_{A_1}^{A_2} = 9 \times 10^9 \times q \times \left(\frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2}\right)$$

en mettant en évidence $(U_{A_1} - U_{A_2}) = (Q/r_1 - Q/r_2)$.

Cette valeur est invariable quels que soient la position des points A_1 et A_2 sur les sphères de rayons r_1 et r_2.

c) Donnons-nous des charges ponctuelles Q_1, $Q_2 - Q_3$, etc., placées en des points donnés O_1, O_2, O_3. Le potentiel en un point A tel que $O_1A = r_1$, $O_2A = r_2$, $O_3A = r_3$ a pour valeur dans le vide :

$$U_A = 9 \times 10^9 \left[\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} - \frac{Q_3}{r_3} + \ldots\right] = 9 \times 10^9 \Sigma \frac{Q_n}{r_n}.$$

Calcul beaucoup plus facile que celui d'un champ parce qu'il s'agit de sommes algébriques et non pas de sommes *vectorielles.*

Le lecteur établira sans difficultés, avec des notations déjà utilisées, qu'en un point A situé à la distance x du centre O d'un doublet $- Q$, $+ Q$ le potentiel a pour valeur, dans le vide :

$$U_x = 9 \times 10^9 \times \frac{\mathcal{M}}{x^2 - L^2}.$$

7. Relation champ-potentiel.

Il est intéressant de voir qu'on peut déduire le vecteur champ du potentiel.

Supposons (fig. 3 *b*) que, dans un champ électrique, le potentiel soit exprimé en fonction de la position du point sur la ligne de champ qui le porte. Le travail de la force $\vec{F} = q\vec{\mathscr{E}}$ pour le petit élément MN = dl de la ligne de champ a pour valeur $dW = q \times \mathscr{E} \times dl$ et $dW = q \times (- dU)$

comme précédemment. On en tire, en rapprochant ces deux expressions :

$$\vec{\mathscr{E}} = -\frac{dU}{dl}.$$

Le vecteur champ en M a pour support la tangente à la ligne de champ, le même sens qu'elle; son module $\mathscr{E}$ a pour valeur $|dU/dl|$ et s'obtient en calculant une dérivée.

RÉSUMÉ

Dans un champ électrique on est conduit à considérer des surfaces appelées surfaces équipotentielles, et qui sont, géométriquement, normales aux lignes de champ.

Chacune d'elles est, physiquement, caractérisée par une valeur constante fonction des charges créatrices du champ et qu'on appelle potentiel de la surface.

On démontre que le travail de la force électrique agissant sur une charge ponctuelle q passant d'un point quelconque d'une de ces surfaces de potentiel U_M à un point quelconque d'une autre de ces surfaces de potentiel U_N est indépendant du trajet et qu'il a pour valeur :

$$W = q \times (U_M - U_N)$$

$(U_M - U_N)$ s'exprime en volts quand les unités de quantité d'électricité et d'énergie sont le coulomb et le joule.

Le potentiel est une grandeur scalaire qui s'obtient, en un point du champ créé par des charges ponctuelles, au moyen de sommes algébriques de la forme $\Sigma \frac{q}{r}$.

Le champ en un point peut se déduire du potentiel en ce point.

Exercices.

1. *Deux plateaux chargés et disposés pour obtenir un champ uniforme sont a une d.d.p. de* 500 V. *Ils sont distants de* 2 cm. *Quelle est la valeur du champ électrique entre les deux plateaux? — Rép. :* 25 000 V/m.

2. *Quelle est la d.d.p. créée par une charge* $q = 1\ \mu C$ *en deux points* A *et* B *dont les distances à la charge sont* $r_A = 1{,}2$ m *et* $r_B = 2$ m. *En déduire le travail accompli par les forces électriques quand une charge* $q' = 0{,}1\ \mu C$ *se déplace de* A *à* B *le long d'une trajectoire quelconque. — Rép. :* 3 000 V, 3×10^{-4} J.

3. *Établir que le potentiel, en un point* C_x *d'abscisse* x *situé sur l'axe du doublet, à une distance du centre très grande par rapport à la longueur* 2 L *du doublet a pour valeur :*

$$U_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{\mathcal{M}}{x^2}.$$

En déduire le champ en C_x.

4. *Quel est, en électron-volts, le travail à fournir pour extraire son négaton de l'atome d'hydrogène s'il se trouve initialement à* $0{,}533\ 10^{10}$ m *du centre du proton considéré comme une charge ponctuelle ? — Rép. :* 27 eV.

5. *On sait que la charge d'un conducteur est superficielle, que le potentiel a même valeur en tous les points de ce conducteur.*

1° *Cela posé, montrer qu'une sphère* S, *de rayon* R, *supposée dans le vide, ou pratiquement dans l'air, portant la charge* Q *est au potentiel* $9 \times 10^9 \times Q/R$ *en prenant pour origine le potentiel de la Terre. Application numérique :* $Q = 0{,}01\ \mu C$, $R = 5$ cm.

2° *Deux sphères sont assez éloignées l'une de l'autre pour qu'on puisse les considérer chacune comme seule dans l'espace ; celle de rayons* R_1, *porte la charge* Q, *celle de rayon* R_2 *la charge opposée* — Q. *Calculer la différence de potentiel entre les deux sphères si* $R_1 = 5$ cm, $R_2 = 2{,}5$ cm.

3° *Montrer que si l'on rapproche les deux sphères ainsi chargées leur d.d.p. diminue. Que faudrait-il faire pour la maintenir ? Rép. :* 1 800 V; 1 800 — (— 3 600) = 5 400 V.

NOTE. — *Il suffit, pour répondre aux questions posées de savoir que* $U = 9 \times 10^9 \times \Sigma \frac{q}{r}$, *et de choisir convenablement le point de la sphère pour lequel on doit calculer* $\Sigma \frac{q}{r}$.

ÉLECTROCINÉTIQUE

CHAPITRE IV

LE COURANT CONTINU

A. — SES EFFETS ET SON SENS

1. Générateurs et récepteurs.

L'existence d'appareils producteurs d'électricité nous est familière : des *piles* alimentent nos lampes de poche; des *accumulateurs* assurent le service électrique des automobiles; dans certaines usines sont installées de puissantes machines, *dynamos* et *alternateurs*.

Piles, accumulateurs, dynamos, alternateurs, sont des *générateurs* qui nous livrent de l'*énergie électrique*.

Nous connaissons également, les *récepteurs électriques* que sont les *moteurs électriques*, les *appareils de chauffage ou d'éclairage électriques*, les *cuves à électrolyse*. Ils sont destinés à transformer respectivement de l'énergie électrique en énergie mécanique, calorifique, lumineuse ou chimique.

Le générateur consomme quand il alimente des récepteurs : la pile use des produits chimiques; la dynamo ou l'alternateur sont entraînés par un moteur hydraulique ou thermique.

2. Bornes d'un générateur. Circuit électrique.

Soit une batterie d'accumulateurs d'automobile. Elle se présente (fig. 1) sous forme d'une caisse de laquelle émergent deux *bornes* métalliques : l'une généralement peinte en rouge ou marquée + et qu'on appelle **borne positive,** l'autre peinte en noir ou mar-

quée — et qu'on appelle **borne négative.** Ces bornes sont aussi appelées **pôles.**

Tous les générateurs ont ainsi deux bornes ou prises de contact.

On doit réunir les récepteurs au générateur par une suite de corps *conducteurs* et l'ensemble forme alors un **circuit fermé.** Ces conducteurs sont des métaux, des alliages, certaines substances minérales fondues ou dissoutes et appelées **électrolytes.**

Au contraire, ce sont des isolants qu'on emploie pour **couper** un circuit. Tels sont les gaz secs, la porcelaine, le caoutchouc, l'ébonite, le verre, l'huile, etc. Fondés sur leur emploi les **interrupteurs** (fig. 2) permettent de fermer ou de couper un circuit à volonté. Ils sont simples (unifilaires) ou doubles (bifilaires) suivant

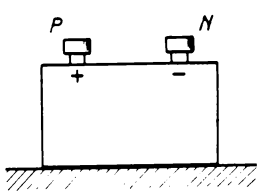


FIG. 1.

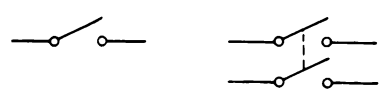


FIG. 2.

qu'ils coupent l'un ou les deux fils conducteurs réunissant le récepteur au générateur.

Quand le récepteur est éloigné du générateur les deux fils de jonction constituent une **ligne de transport de l'énergie électrique;** ainsi une **prise de courant** sur laquelle on branche un récepteur est unie au générateur par une ligne.

3. Existence des aimants; champ magnétique.

On sait communiquer à l'acier, de manière durable, une propriété qu'on appelle **aimantation.** On fabrique ainsi des aimants de formes diverses, barreaux, aimants en U, aiguilles en forme de losange, etc. (fig. 3).

On constate très facilement (fig. 4) que ces aimants attirent toutes les substances ferreuses, de la limaille, des clous, et surtout par leurs extrémités appelées *pôles d'aimantation.*

Tout le monde sait que l'aiguille aimantée s'oriente quand on lui permet de tourner sur son pivot. Dans nos régions, son grand

axe se place sensiblement dans la direction Sud-Nord géographique et l'on appelle **pôle nord** de l'aiguille l'extrémité qui se place du côté du Nord; l'autre extrémité se nomme alors **pôle**

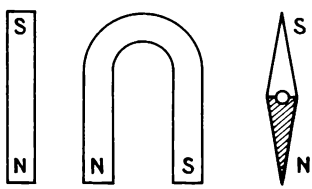


FIG. 3.

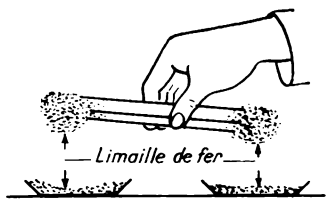


FIG. 4.

sud. Avec une autre aiguille analogue on constate d'ailleurs que *deux pôles de même nom se repoussent tandis que deux pôles de noms contraires s'attirent.* On traduit ces derniers faits en disant que tout aimant crée autour de lui un champ d'action magnétique qu'on peut rapprocher du champ d'action électrique produit par un doublet. Et comme tout aimant s'oriente à la surface de la Terre, même en l'absence de tout autre aimant, on doit en conclure que celle-ci est enveloppée d'un champ magnétique appelé **champ magnétique terrestre.**

4. Le courant électrique.

Quand on constitue un circuit fermé, on constate certains effets :

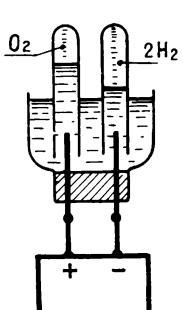


FIG. 5.

a) *Effet calorifique.* — Branchons une lampe marquée 6 volts aux bornes d'une batterie d'automobile : la lampe brille parce que le filament s'échauffe. Le phénomène est absolument général : dans tout conducteur parcouru par un courant, de l'énergie électrique se transforme en énergie calorifique.

b) *Effet chimique.* — Remplaçons la lampe par une cuve dont le fonds est traversé par deux tiges de platine appelées **électrodes** et contenant une solution aqueuse d'acide sulfurique (fig. 5). Dès que le circuit est fermé, des bulles gazeuses apparaissent sur

les électrodes, puis s'en détachent. En recueillant les gaz séparément dans deux éprouvettes on recueille de l'oxygène dans l'une, de l'hydrogène dans l'autre. Il y a d'ailleurs deux volumes d'hydrogène pour un volume d'oxygène, si bien qu'on peut dire qu'on a obtenu une décomposition de l'eau par l'électrolyse et l'effet constaté est un effet chimique.

Cette décomposition exige de l'énergie; il y a donc eu, dans la cuve, transformation d'énergie électrique en énergie chimique.

c) *Effets magnétiques.* — On dispose, au-dessus d'une aiguille aimantée et parallèlement à sa direction, un fil conducteur tendu entre deux supports isolants (fig. 6). Quand le courant est établi,

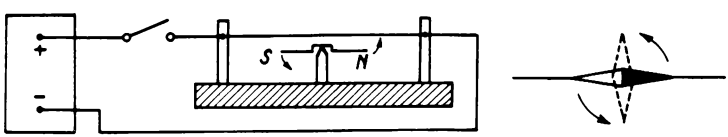


FIG. 6.

l'aiguille se place à peu près perpendiculairement au fil et elle reprend sa position initiale quand on ouvre l'interrupteur. Un circuit fermé crée donc un **champ magnétique** dans l'espace qui l'environne.

Mais si par l'intermédiaire de ce champ le circuit fermé agit sur l'aiguille aimantée celle-ci, par réaction, doit agir sur le circuit

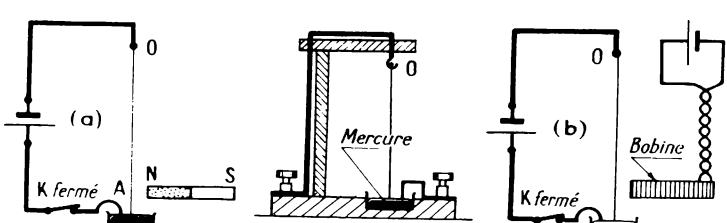


FIG. 7.

et l'expérience le confirme. Un conducteur articulé en O est suspendu verticalement et son extrémité inférieure plonge dans du mercure; dans son voisinage est disposé un aimant fixe (fig. 7 *a*). Quand le circuit est fermé sa portion mobile dévie et ne retourne

à la verticale que lorsqu'on ouvre l'interrupteur. On constate ainsi une action qu'on nomme **électromagnétique.**

Enfin les deux expériences précédentes suggèrent qu'une action mécanique doit s'exercer entre deux circuits fermés voisins et l'expérience (fig. 7 *b*) le confirme aussi.

Ce sont de telles actions qui font tourner nos moteurs électriques.

Effets physiologiques. — On sait qu'on éprouve une sensation plus ou moins désagréable quand, accidentellement, on réunit les deux bornes d'un générateur, par exemple en les saisissant par les deux mains. Il y a là un **effet physiologique** d'ailleurs compliqué et *qui peut être mortel.*

En conclusion, pour expliquer les effets observés on a admis que quelque chose s'écoule le long d'un circuit fermé, comme un liquide ou un gaz peuvent circuler, poussés par une pompe, dans une canalisation et l'on a donné le nom de **courant électrique** à cet écoulement; on sait aujourd'hui qu'il a effectivement lieu.

5. Sens du courant électrique. Courant continu.

a) Permutons les **connexions** du récepteur au générateur. La lampe brille de la même manière; il y a donc encore chaleur dégagée dans les différentes portions du circuit récepteur. L'aiguille aimantée prend une position opposée; le conducteur mobile subit une action opposée; les dégagements d'oxygène et d'hydrogène changent d'électrodes. Bref, les effets chimiques et magnétiques du courant se sont renversés et l'on dit pour cela que ce sont des *effets dirigés.*

Puisque certains effets changent de sens quand on *inverse* les connexions avec le générateur, il faut admettre que le courant a un sens; mais comme nous constatons seulement des effets sans en voir la cause, nous n'avons pas d'autre moyen que de choisir ce sens arbitrairement.

RÈGLE. — **Par convention, dans une cuve à électrolyse, à eau acidulée, le courant se dirige vers l'électrode où apparaît l'hydrogène.**

Cela détermine la borne de sortie du courant du **générateur**; c'est évidemment celle qui est reliée directement à l'autre électrode de la cuve.

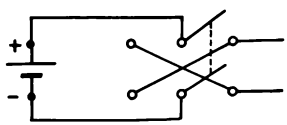


FIG. 8.

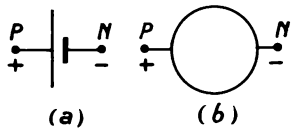


FIG. 9.

On peut alors marquer les bornes d'un générateur quelconque et, sur un conducteur, le sens du courant par une flèche ou par sa pointe. On constatera que la borne marquée de rouge ou du signe — sur un accumulateur est la borne de sortie du courant.

La figure 8 représente un **inverseur,** appareil permettant de changer le sens du courant dans un récepteur.

b) On appelle **courant continu** un courant dont le sens ne change pas au cours du temps; il est donc fourni par des générateurs dont la polarité ne se renverse pas : piles ou accumulateurs d'une part, dynamos qui sont des générateurs tournants. Leurs symboles sont représentés respectivement en *a* et *b*, figure 9.

Nous verrons plus tard que les alternateurs sont aussi des générateurs tournants mais dont la polarité se renverse périodiquement.

B. — INTENSITÉ D'UN COURANT QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ DÉBITÉE

6. Notions d'intensité : l'ampère.

Au moyen de dispositifs variés on a comparé les effets dirigés du courant et l'on a trouvé que si l'un double de valeur, celle des autres double aussi. On peut donc en conclure que :

Les effets dirigés du courant sont proportionnels entre eux.

Mais quand l'un de ces effets double il est naturel de dire que le courant a lui-même doublé et à le caractériser par une grandeur appelée **intensité du courant** proportionnelle par définition à

l'effet considéré. C'est ainsi qu'on avait d'abord défini l'unité d'intensité en la liant à un phénomène d'électrolyse.

Actuellement, pour des raisons diverses la définition de l'unité S.I. d'intensité de courant appelée **ampère** (A) est basée sur l'action électromagnétique s'exerçant entre deux conducteurs parcque plus tard (p. 219) et le coulomb que nous avons déjà employé en électrostatique s'en déduit. C'est, en effet, *par définition, la quantité d'électricité transportée en une seconde par un courant constant d'un ampère.*

7. Relation entre l'intensité et la quantité d'électricité transportée.

a) Alors, si un courant d'un ampère transporte un coulomb en une seconde, I ampères transportent I fois plus en une seconde et t fois plus encore en t secondes. En représentant cette quantité par Q on a donc :

$$Q = I \times t. \qquad (1)$$

Q en **coulombs;** I en **ampères;** t en **secondes.**

On peut évaluer les courants faibles en **milliampères** (mA) ou en **microampères** (μA); les courants forts en **kiloampères** (kA).

b) L'ampère est la quatrième unité fondamentale du Système International encore appelé pour cette raison **Système M.K.S.A.**

8. Mesure pratique d'une intensité de courant. Ampèremètres.

Les **ampèremètres** sont des instruments fondés sur les effets magnétiques (ou calorifiques) du courant; nous les étudierons plus tard. Ils portent deux bornes (fig. 10) et s'intercalent dans un circuit ou une portion de circuit.

Dans certains d'entre eux la déviation de l'aiguille change de sens avec celui du courant et la borne qui doit être celle d'entrée est marquée −. On dit que l'appareil est **polarisé.**

Les **milliampèremètres** et les **microampèremètres** servent à mesurer des courants faibles; les **galvanomètres** servent généralement à constater qu'il ne passe aucun courant là où on l'intercale.

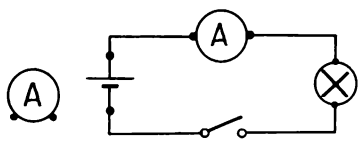


FIG. 10.

REMARQUE. — On a déterminé que sur l'électrode de sortie d'une cuve à électrolyse contenant une solution aqueuse de nitrate d'argent $AgNO_3$ et une électrode d'entrée en argent il se dépose 1,118 mg d'argent quand la cuve a été traversée par 1 C.

Il en résulte que la cuve, une mesure de masse à l'aide d'une balance, une mesure de durée à l'aide d'un chronomètre permettent d'obtenir une intensité pourvu qu'elle demeure constante.

Si, par exemple, on a obtenu 2,235 g d'argent en 10 mn on a :

$$Q = \frac{2\,235}{1{,}118} = 2\,000 \text{ C} \qquad \text{et} \quad I = \frac{2\,000}{600} = 3{,}33 \text{ A}.$$

9. L'ampère-heure; unité de quantité d'électricité hors système.

Les électriciens emploient souvent une unité hors système appelée **ampère-heure** (Ah).

Par définition 1 Ah vaut 3 600 C.

C'est donc la quantité d'électricité transportée par 1 A en 3 600 s et l'on peut calculer directement une quantité d'électricité en ampère-heure à condition d'évaluer la durée en heures. Bref :

$$Q = I \times t.$$

Q en **coulombs;** I en **ampères;** t en **heures.**

Ainsi 10 A transportent en 3 h : $10 \times 3 = 30$ Ah soit $30 \times 3\,600 = 108\,000$ C.

10. Circuits simples et circuits complexes.

Quand des appareils électriques divers, générateurs ou récepteurs sont placés *à la suite* on dit qu'ils sont montés **en série** et si leur chaîne se ferme, qu'ils forment un **circuit simple** qu'un interrupteur peut ouvrir ou fermer.

Si plusieurs appareils sont connectés entre deux mêmes points appelés **nœuds** on dit qu'ils sont montés **en parallèle** ou encore **en dérivation** entre ces deux points. Chacune des voies, entre deux nœuds est appelée **brin** ou **branche** du montage. Enfin, quand un circuit présente ainsi des points de partage on l'appelle **circuit complexe** ou **circuit quelconque.** Il a donc au moins deux nœuds.

11. Régime permanent. Conservation de l'intensité.

a) Un circuit est dit en **régime permanent** quand, dans ses différentes branches, les effets du courant ne varient pas au cours du temps : les effets magnétiques ne changent pas, dans toute portion du circuit la même quantité de chaleur apparaît dans des durées égales, etc.

b) Quand un régime permanent est établi, toutes les mesures que l'on peut faire montrent que :

En tous points d'un circuit simple ou d'une branche d'un circuit quelconque l'intensité du courant a la même valeur.

C. — NATURE DU COURANT ÉLECTRIQUE

12. Interprétation électronique du courant électrique.

a) On sait actuellement, et depuis le début du XX^{e} siècle que :

Le courant électrique dans un conducteur métallique est dû à un écoulement de négatons que tout générateur entretient en les livrant par sa borne négative et en les récupérant par sa borne positive.

Quand il n'y a pas de courant, les négatons libres du métal sont animés de mouvements totalement désordonnés; toute section droite du conducteur est alors traversée, dans chaque unité de temps, en moyenne, par autant de négatons dans un sens que dans l'autre. Il n'y a pas transport systématique de charge dans un sens déterminé.

Quand il y a courant, tous les négatons ont un mouvement d'ensemble, dont la figure 11 donne l'idée. Ce mouvement ne peut évidemment se

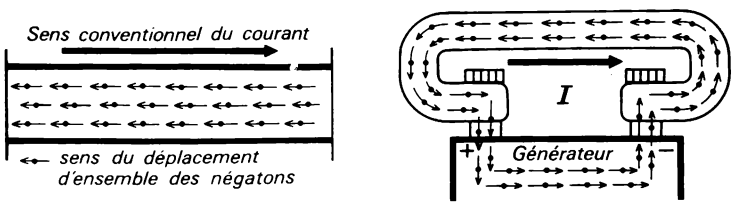


FIG. 11.

produire que sous l'action d'un champ électrique et de l'action mécanique subie par chaque négaton. Et ce champ ne peut être dû qu'à la présence du générateur; nous y reviendrons. Il y a donc d'abord accélération mais très rapidement la vitesse ne peut plus augmenter par suite de la présence des atomes, des ions positifs pratiquement immobiles, au milieu desquels les négatons doivent cheminer. Il y a là quelque chose de comparable à la vitesse limite de chute d'une goutte d'eau, d'un grêlon, d'un parachute gênés par la présence du fluide dans lequel ils tombent.

Au reste, si dans nos circuits, tous se mettent en route, pratiquement en même temps à cause de la rapidité de la propagation des champs, même dans les milieux matériels, leur *vitesse de déplacement* reste faible, elle est de l'ordre de quelques millimètres par seconde.

Dans une cuve à électrolyse les choses sont un peu plus compliquées parce que, dans le liquide, se déplacent aussi des ions positifs et des ions négatifs, comme nous le verrons plus tard, mais au total, la cuve reçoit des négatons par l'une de ses bornes et les rend par l'autre.

b) L'écoulement réel des négatons est donc de sens opposé à celui qu'ont adopté les physiciens quand ils ont fait ce choix arbitrairement. Mais, comme on n'a pas eu le courage d'adapter un vocabulaire nouveau à la réalité enfin découverte, nous sommes obligés de conserver le langage indiscutablement périmé mais universellement employé et d'admettre qu'un générateur « fournit des coulombs positifs » qu'il débite par sa borne positive et qui lui reviennent par sa borne négative. Cette discordance n'est pas très grave parce que les effets produits par une charge négative se déplaçant dans un sens sont les mêmes que ceux d'une charge positive se déplaçant dans le sens opposé; elle est cependant gênante.

13. Définition de l'électrocinétique.

D'une façon très générale, on peut dire que :

L'électrocinétique est l'étude des effets produits par l'électricité en mouvement.

Elle interprète, par exemple, assez facilement la chaleur dégagée dans un conducteur siège d'un courant, très aisément les lois de l'électrolyse; elle montre, plus difficilement à la fois, que le champ magnétique des courants et la force qui s'exerce entre deux courants sont des conséquences de la loi de Coulomb mais appliquée *à des charges en mouvement*; c'est à ce mouvement relatif des deux charges qu'*est due la difficulté.*

RÉSUMÉ

A) **Les générateurs ont deux bornes. Si l'on réunit ces dernières par un circuit conducteur, celui-ci est le siège d'effets calorifiques, chimiques, magnétiques et l'on dit qu'il y a courant électrique dans le circuit.**

On doit admettre que ce courant a un sens et l'on convient qu'il va, dans une cuve à eau acidulée, vers l'électrode où se dégage l'hydrogène. On appelle borne positive, la borne du générateur par laquelle le courant sort de celui-ci.

Un courant continu est un courant de sens invariable et le régime est appelé permanent si au cours du temps ses effets ne changent pas.

B) **Un courant est caractérisé par son intensité qui se mesure en ampères et le coulomb est la quantité d'électricité transportée par 1 A pendant 1 s.**

L'ampère-heure est une unité usuelle qui vaut 3 600 C.

Exercices.

1. *Quel est le débit, en litres par seconde, d'une canalisation qui fournit* 150 l *d'eau en* 5 mn? — *Rép. :* 0,5 l/s.

2. *Quelle est l'intensité d'un courant qui transporte* 1 800 C *en* 5 mn? — *Rép. :* 6 A.

3. *Un courant de* 20 A *passe dans un circuit pendant* 30 mn; *calculer en ampères-heures et en coulombs la quantité d'électricité transportée.* — *Rép.* : 10 Ah = 36 000 C.

4. *Déterminer la masse d'argent déposée à la cathode d'un voltamètre à nitrate d'argent et à anode d'argent, par un courant de* 2 A *circulant pendant* 10 mn. — *Rép.* : 1,34 g.

CHAPITRE V

ÉNERGIE ET PUISSANCE FOURNIES A UN ENSEMBLE RÉCEPTEUR

Il s'agit, à la lumière des acquisitions du chapitre III, d'exprimer l'énergie reçue par un *ensemble quelconque* de récepteurs dont les deux bornes sont unies à celles d'un générateur.

A. — ÉNERGIE ET PUISSANCE FOURNIES A UN ENSEMBLE RÉCEPTEUR

1. Rôle des générateurs électriques.

a) Considérons deux conducteurs électrisés (fig. 1 *a*), l'un P positivement, l'autre N négativement. Les lignes de champ du champ électrique qu'ils créent vont de P vers N. Ils sont donc à des potentiels différents U_P et U_N et l'on a certainement $U_P > U_N$.

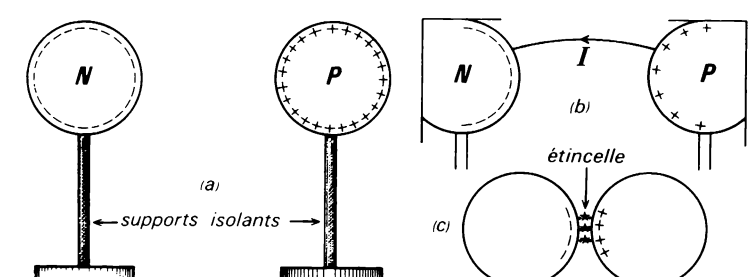


FIG. 1.

On sait depuis longtemps que, réunis par un fil plus ou moins conducteur (fig. 1 *b*), ils se déchargent plus ou moins vite et reviennent à l'état neutre s'ils portaient initialement des charges opposées. Pendant la durée correspondante le fil de liaison présente

tous les caractères d'une portion de circuit siège d'un courant. Ce courant s'est établi puis a disparu avec le champ magnétique temporaire correspondant; la d.d.p. qui existait entre les deux conducteurs, et le champ électrique qu'ils créaient dans l'espace ont aussi disparu; de la chaleur a été produite. Bref, il y a eu un régime essentiellement *variable* au cours duquel phénomènes d'électrostatique et d'électrocinétique se sont mêlés.

Au reste si l'on rapproche suffisamment l'un de l'autre les deux conducteurs, sans liaison, ils se déchargent encore par production d'une étincelle qui les unit électriquement un instant; c'est que, sous l'action des forces coulombiennes les négatons en excès de N ont été arrachés et sont « tombés en catastrophe » sur P (fig. 1 *c*). C'est, à très petite échelle, la **foudre** qui n'est qu'une décharge analogue entre nuages ou bien entre nuages et la Terre.

b) Mais si l'on entretient la d.d.p. initiale en soutirant à P les négatons qu'il reçoit et en les reportant sur N on établit un régime *permanent*, un écoulement continu et constant de négatons cheminant, dans le conducteur, de N vers P, de nos charges positives *fictives* allant de P vers N. En définitive :

Un générateur électrique est un dispositif qui entretient le mouvement des charges dans un circuit fermé en créant, entre ses bornes une d.d.p. ou tension persistante qui le caractérise.

Pour faire image, on peut dire qu'il est l'analogue d'une pompe entretenant le mouvement d'un fluide dans une canalisation.

REMARQUES. — Tout générateur peut d'ailleurs permettre de charger des conducteurs. Il suffit pour cela de les mettre en contact avec les bornes du générateur pendant un temps très court. Ils emportent des charges opposées, chacune de même nom que la borne touchée. On peut alors répéter avec eux les expériences fondamentales de l'électrostatique mais les charges ne sont suffisantes qu'à condition de disposer d'une d.d.p. de quelques centaines de volts et mieux de quelques milliers; c'est ce que permettent les générateurs électrostatiques dont nous avons signalé l'existence.

2. Mesure des différences de potentiel. Voltmètres.

a) Nous avons déjà signalé l'existence de *voltmètres électrostatiques* et nous pouvons par conséquent admettre que nous les utilisons.

Cependant les mesures de d.d.p. se font généralement à l'aide d'instruments fondés sur les mêmes effets que les ampèremètres mais organisés pour la mesure des tensions et dont nous comprendrons plus tard le principe.

Ils se présentent extérieurement comme un ampèremètre mais ils se branchent d'une façon différente. On doit relier leurs deux bornes aux deux points dont on veut mesurer la d.d.p. Ils sont donc montés *en dérivation* entre les deux points (fig. 2) et ne sont pas parcourus par le courant qui traverse le récepteur ou le générateur. Ils sont gradués en volts, en millivolts, en kilovolts, etc., suivant les besoins.

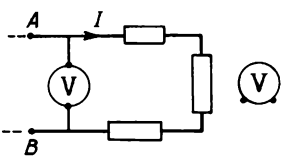


FIG. 2.

Si l'instrument est polarisé on doit réunir sa borne marquée + à la borne d'entrée du courant.

Pour obtenir la tension entre les bornes du générateur quand celui-ci ne débite pas de courant et que l'on appelle **tension à vide** on l'unit alors directement aux bornes de ce générateur.

b) Dans les schémas il est commode de représenter la d.d.p. entre deux points d'un circuit par une flèche dont la pointe est placée du côté du potentiel le plus élevé et auprès de laquelle on marque la valeur U de la d.d.p. Par cette notation, *qui ne signifie aucunement que la d.d.p. est une grandeur vectorielle*, on est renseigné à la fois sur la tension appliquée et sur la polarité des bornes; c'est ce qui lui donne de l'intérêt.

3. Expression de l'énergie reçue par un ensemble récepteur.

a) Unissons les bornes A et B d'un ensemble récepteur quelconque aux bornes P et N d'un générateur, A étant ainsi *borne d'entrée du courant* dans l'ensemble récepteur (fig. 3).

Soient alors, pour un courant absorbé (et rendu) I, $(U_A - U_B)$ la d.d.p. aux bornes de l'ensemble récepteur. Quand celui-ci a été

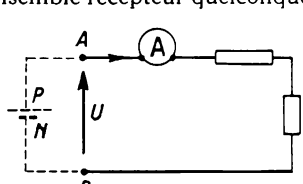


FIG. 3.

traversé par la quantité d'électricité $q = I \times t$ ayant subi la *chute de potentiel* $(U_A - U_B)$ il a reçu l'énergie électrique $W = q \times (U_A - U_B)$ si bien qu'on peut écrire, en représentant $(U_A - U_B)$ par U pour simplifier les notations :

$$W = U \times q \qquad \text{ou} \qquad W = U \times I \times t.$$

U en **volts;** q en **coulombs;** I en **ampères;** t en **secondes;** W en **joules.**

Ces relations sont valables quel que soit l'usage de l'énergie reçue par l'ensemble récepteur, ou qui lui est livrée, suivant ce que l'on envisage.

4. Expression de la puissance reçue par l'ensemble récepteur.

En rappelant la définition de la puissance, soit l'énergie reçue par unité de temps, de son unité, le *joule par seconde* appelé **watt** et en la représentant par P on a donc :

$$P = W : t = U \times I.$$

W en **joules;** t en **secondes;** U en **volts;** I en **ampères;** P en **watts.**

On peut donc encore écrire, avec les mêmes unités :

$$I = \frac{P}{U};$$

et c'est souvent sous cette forme que la loi reliant P à U et I est utilisée.

Par exemple, la plaquette signalétique d'un appareil de chauffage porte 600 W, 120 V. L'intensité I absorbée en régime normal est alors :

$$I = \frac{P}{U} = \frac{600}{120} = 5 \text{ A}.$$

De même, l'énergie fournie pendant le temps t se calcule par la relation :

$$W = P \times t,$$

d'après la définition même de la puissance.

Ainsi une installation absorbant 15 A sous 110 V consomme la puissance $P = UI = 110 \times 15 = 1\,650$ W et reçoit par heure :

$$W = 1\,650 \times 3\,600 = 5\,940\,000 \text{ J} = 5\,940 \text{ kJ}.$$

5. Utilisation du wattheure et du kilowattheure, unités d'énergie hors système.

Les électrotechniciens emploient très fréquemment comme unité d'énergie le **wattheure** dont nous rappelons la définition.

Un wattheure est l'énergie correspondant à une puissance constante d'un watt reçue ou fournie pendant une heure. Le wattheure (Wh) vaut donc 3 600 J ; le kilowattheure (kWh) vaut 3 600 000 J.

L'expression de l'énergie peut donc encore s'écrire :

$$W = P \times t.$$

P en **watts**; W en **wattheures**; t en **heures**; P en **kilowatts**; W en **kilowattheures.**

Par exemple un moteur absorbant 3 kW et fonctionnant pendant 10 h, consomme $W = 3 \times 10 = 30$ kWh.

6. Principe de la conservation de l'énergie.

a) L'étude de la *mécanique*, puis de la *thermodynamique* (1) montre que les deux formes d'énergie, mécanique et thermique sont susceptibles de se transformer mutuellement, mais qu'évaluées *à l'aide de la même unité*, leur somme se conserve dans un *système isolé*, c'est-à-dire ne recevant de l'extérieur, ni chaleur, ni travail.

Comme il existe d'autres formes d'énergie, énergie chimique, énergie lumineuse, etc., on a été conduit à généraliser cette règle de conservation, à toutes les formes et à énoncer une loi très générale que l'on appelle **principe de la conservation de l'énergie.**

Quand un système est isolé, ses transformations peuvent entraîner des variations d'énergie de différentes formes mais la somme totale de ces énergies est invariable.

---

(1) La thermodynamique est l'étude des transformations réciproques de la chaleur et du travail.

Nous l'appliquerons donc à l'énergie électrique qui est l'une des formes de l'énergie et jamais cette application n'a conduit à des résultats en désaccord avec les faits.

b) Il s'applique d'ailleurs aux régimes permanents et aux régimes variables; il suffit, dans ce dernier cas, de l'appliquer à de très petites durées (Δt, dt) de manière que toutes les grandeurs variables puissent être considérées comme constantes dans le petit intervalle de temps considéré.

c) Rappelons enfin que :

1 **calorie** se transformant en travail produit 4,186 **joules**

et qu'inversement :

1 **joule** se transformant en chaleur produit 0,240 **calorie.**

Cette *calorie* est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1 °C la température d'un gramme d'eau liquide, au voisinage de 15 °C.

7. Loi de la somme des tensions.

a) Simplifions les notations en représentant par U_1, U_2, etc., des d.d.p. analogues à $(U_{A_1} - U_{B_1})$, $(U_{A_2} - U_{B_2})$, etc.

Considérons deux récepteurs montés en série (fig. 4), la borne B_1 de sortie du premier se confond avec la borne d'entrée A_2 du second et les bornes A et B de l'ensemble sont en même temps borne d'entrée du premier et borne de sortie du second.

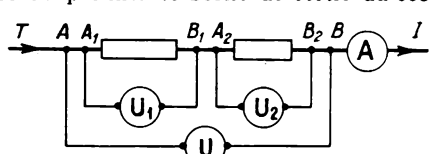


FIG. 4.

D'après ce qui précède, si W_1 et W_2 sont les énergies reçues par les récepteurs successifs on peut calculer les tensions U_1 et U_2 à leurs bornes respectives :

$$U_1 = \frac{W_1}{Q}, \qquad U_2 = \frac{W_2}{Q},$$

car ils ont été traversés par la même quantité Q d'électricité pendant la même durée.

Mais si l'on désigne par U la tension aux bornes de l'ensemble, on a aussi :

$$U = \frac{W}{Q}.$$

D'autre part, d'après le principe précédent l'énergie reçue par l'ensemble est égale à la somme de celles reçues par chacun des récepteurs, soit :

$$W = W_1 + W_2 \qquad \text{et} \quad U = \frac{W_1 + W_2}{Q} = \frac{W_1}{Q} + \frac{W_2}{Q}.$$

En définitive :

$$U = U_1 + U_2.$$

On raisonnerait de la même manière pour un nombre quelconque de récepteurs en série, d'où la loi :

La différence de potentiel entre deux points d'un circuit est égale à la somme des différences de potentiel entre des points intermédiaires successifs :

$$U = U_1 + U_2 + \ldots\ldots$$

Le montage de la figure 4 fournit une vérification du résultat que nous venons d'établir.

Si l'on ne dispose que d'un seul voltmètre, on mesure successivement les tensions entre A_1 et B_1, entre A_2 et B_2, puis entre A et B. La vérification est d'autant meilleure que les mesures sont faites avec plus de précision.

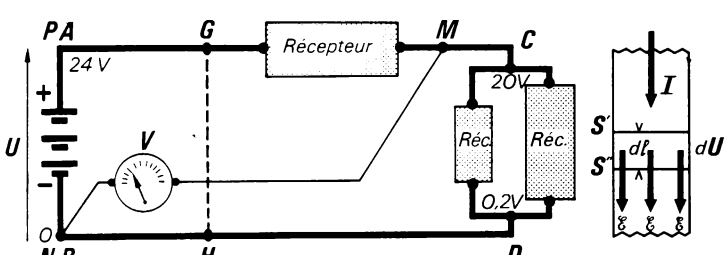


FIG. 5.

b) Soit B, N (fig. 5) le point commun à la borne de sortie du dernier récepteur (en partant de A) et la borne de retour du courant au générateur. Branchons un voltmètre entre ce point et un point M

de position variable. Si ce dernier est en A, commun avec P, on lit une certaine d.d.p., 24 V par exemple, celle que maintient le générateur à ses bornes. Si l'on déplace progressivement M dans le sens du courant la d.d.p. *diminue* et s'annule quand M vient en B, N; il est donc possible de marquer, en chaque point du circuit sa d.d.p., par rapport à B, N qu'on peut prendre pour zéro, 20 V par exemple en C, 0,2 V en D, etc.

Bien entendu, on observe *une chute* quand on passe de C en D : *les branches de la dérivation sont alimentées sous la même tension* ce qui ne signifie pas qu'elles reçoivent la même puissance car les intensités absorbées par chacune d'elles sont en général différentes.

8. Champ électrique en régime de courant permanent.

a) C'est à la chute progressive du potentiel dans le sens du courant qu'est dû le champ électrique créant le mouvement des charges réelles ou fictives. Par exemple, dans l'un quelconque des conducteurs de liaison, entre deux sections droites voisines S′ et S″ distantes de dl, pour lesquelles le potentiel décroît de dU dans le sens du courant le champ est pratiquement uniforme; il a la valeur $\mathcal{E} \quad [dU/dl]$, il est dirigé dans le sens du courant; au contraire, à l'intérieur du générateur le potentiel croît de N à P, le champ est de sens opposé à celui du courant. Le lecteur s'expliquera facilement que les forces électriques s'exerçant, soit sur les négatons, soit sur des charges positives fictives, agissent dans le sens voulu dans la partie du circuit extérieure au générateur et qu'il faut travailler contre elles pour faire passer les charges, à l'intérieur du générateur, de la borne par laquelle elles reviennent à celle par laquelle elles sortent, revalorisées en énergie.

b) Enfin entre deux points, G et H par exemple d'une ligne portant de l'énergie à des récepteurs il existe une certaine d.d.p. donc, dans l'espace qui les sépare et que nous supposons parfaitement isolant, un certain champ électrique constant en régime permanent et qui se *superpose* au champ magnétique. Il peut, accidentellement se manifester.

B. — MESURES DE LA PUISSANCE ET DE L'ÉNERGIE

9. Mesure de la puissance.

a) *Emploi d'un ampèremètre et d'un voltmètre.* — Deux appareils suffisent : un voltmètre et un ampèremètre (fig. 6).

L'ampèremètre est branché en série avec le récepteur et le voltmètre est en dérivation. Pour avoir P, il suffit de faire le produit des deux lectures.

On remarquera qu'il est inutile de savoir comment est utilisée la puissance fournie, ni comment sont disposés les récepteurs.

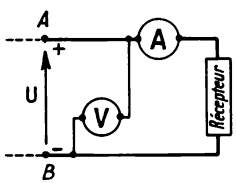


FIG. 6.

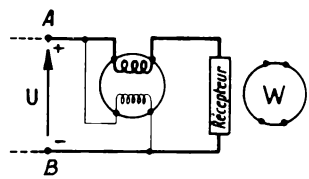


FIG. 7.

b) *Emploi d'un wattmètre.* — C'est un appareil qui donne la puissance par simple lecture. L'appareil présente quatre bornes. Deux d'entre elles correspondent à un enroulement appelé « *gros fil* », qui joue le rôle de l'ampèremètre; ce sont en général de grosses bornes. On branche cet enroulement en série, comme s'il s'agissait d'un ampèremètre (fig. 7).

Les deux autres bornes correspondent à un enroulement appelé « *fil fin* », qui joue le rôle du voltmètre; aussi les relie-t-on aux bornes du récepteur.

L'appareil a été gradué directement en watts par comparaison avec la valeur de la puissance, mesurée en même temps par la méthode du voltmètre et de l'ampèremètre.

10. Mesure de l'énergie. Compteurs électriques.

a) *Cas d'une tension d'alimentation constante.* — Dans ce cas, il suffit de connaître la quantité d'électricité reçue et de calculer W par la relation :

$$W = U \times Q.$$

Si l'intensité était invariable pendant la fourniture, la mesure de I et la durée donneraient Q; mais en général la demande en courant varie et tout revient à mesurer Q. L'électrolyse le permettrait, mais il est plus commode d'employer des *compteurs* qui sont donc essentiellement des *coulombmètres gradués en énergie.*

Ces compteurs sont de véritables moteurs dont la partie tournante

(liée à un disque qu'on voit à travers une vitre) fait un nombre de tours proportionnel à la quantité d'électricité qui l'a traversée. Le compteur a donc deux bornes et il est, en principe, mis en série avec le récepteur. S'il est traversé par Q_0 coulombs quand le disque fait un tour, l'énergie livrée sous la tension U a pour valeur $W_0 = U \times Q_0$, et pour le nombre n de tours enregistré pendant la fourniture, l'énergie a pour valeur :

$$W = nW_0.$$

Plus commodément, au moyen d'engrenages, on fait avancer d'une division, sur un cadran, une aiguille des wattheures par exemple, quand le disque a fait le nombre de tours voulu.

De tels compteurs ne sont valables qu'en courant continu.

b) *Cas d'une tension d'alimentation variable.* — Dans ce cas, il faudrait mesurer l'énergie fournie, par exemple pendant les minutes ou les secondes ou les demi-secondes successives, et faire la somme pour toute la durée de la fourniture. Cela nécessiterait pendant ces durées, au cours desquelles on admettra que ni la tension U, ni l'intensité I n'ont varié, des mesures de puissance, le calcul des énergies correspondantes, puis celui de leur somme.

Ces opérations se font encore automatiquement à l'aide de compteurs basés sur les propriétés des moteurs électriques mais qui

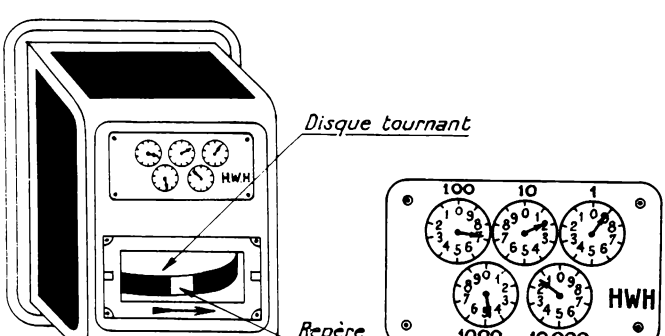


FIG. 8. — Compteur : aspect extérieur et cadrans de lecture (W = 14 719 h Wh)

comportent deux enroulements, soit quatre bornes (trois par point commun) et qui jouent un rôle analogue aux deux enroulements d'un wattmètre. L'un d'eux est la partie tournante du moteur et

à chacun de ses tours correspond une énergie déterminée. Un totalisateur donne encore la fourniture d'énergie qui se lit directement sur des cadrans divisés et gradués si bien qu'un compteur a l'aspect de la figure 8.

Constante d'un compteur. — Qu'il s'agisse d'un compteur de quantité (sous tension constante) ou d'un compteur d'énergie, c'est en définitive l'énergie qu'il faut compter car c'est l'énergie qui se paye. Alors :

On appelle constante d'un compteur, l'énergie fournie à l'installation réceptrice par tour de disque.

Cette constante est inscrite sur la plaque signalétique du compteur; par exemple, on lit : 1 tour de disque = 0,15 Wh.

11. Tarification de l'énergie électrique.

L'énergie électrique est généralement tarifée en *francs par kilowattheure.*

Par exemple, pour les consommateurs ordinaires (éclairage), le prix en mars 1962 était de l'ordre de 0,30 F le kWh.

Périodiquement, un employé du secteur relève le compteur de l'abonné; la différence entre les deux lectures donne l'énergie consommée et les bureaux de la comptabilité établissent la facture.

Par exemple :

Relevé du 12 janvier	275,20 hWh
Relevé du 12 mars.....	751,20 hWh
Différence.....	476 hWh = 47,6 kWh
Somme à payer.....	47,6 × 0,3 = 14,28 F

RÉSUMÉ

L'énergie absorbée par un récepteur a pour expression $W = U \cdot q = U \cdot I \cdot t$. La puissance est $P = W/t = U \cdot I$.

On mesure les tensions à l'aide de voltmètres qui se branchent en dérivation.

La différence de potentiel entre deux points est égale à la somme des différences de potentiel entre des points intermédiaires successifs.

Un ampèremètre et un voltmètre suffisent pour mesurer la puissance. On peut les remplacer par un wattmètre.
L'énergie se mesure à l'aide de compteurs.

Exercices.

1. *Le culot d'une lampe à incandescence porte les indications :* 50 W, 115 V. *Calculer le courant qu'elle absorbe quand on l'alimente sous* 115 V. — *Rép. :* 0,435 A.

2. *Déterminer le courant absorbé par un moteur de* 1,5 kW, *fonctionnant sous* 110 V, *son rendement étant* 80 %. — *Rép. :* 17 A.

3. *Une installation comporte* 5 *lampes de* 100 W, 2 *lampes de* 50 W, *un fer à repasser de* 300 W *et un radiateur de* 1 kW. *Les lampes de* 100 W *fonctionnent* 3 h/j, *les lampes de* 50 W 4 h j, *le fer à repasser* 30 mn/j *et le radiateur* 2 h; *déterminer la consommation d'énergie par jour et la dépense par jour si le kilowatt-heure est vendu* 0,3 F. — *Rép. :* 4,05 kWh; 1,2 F.

4. *On branche un fer à repasser aux bornes d'un compteur et on note* 7 tr *de disque pendant* 12 *s. Déterminer la puissance absorbée par le fer sachant que la constante du compteur est de* 0,15 Wh *par tour.* — *Rép. :* 315 W.

5. *Une dynamo donnant entre ses bornes une tension de* 600 V *peut fournir un courant de* 100 A. *Son rendement est* 0,90. *Elle est entraînée par une turbine à eau dont le rendement est* 0,60. *Calculer :*

a) *La puissance à la sortie de la dynamo ;*

b) *La puissance à la sortie de la turbine ;*

c) *La puissance de la chute d'eau ;*

d) *Le débit de la chute en litres par seconde, sachant que la hauteur de chute est* 100 m.

CHAPITRE VI

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE LOI D'OHM POUR UNE RÉSISTANCE MORTE

Il s'agit, dans ce chapitre, d'un conducteur qui transforme en énergie calorifique toute l'énergie électrique qu'il reçoit; s'il se trouve soumis à une force d'origine électromagnétique, il doit donc être immobile. Tels sont les conducteurs de nos appareils de chauffage, de nos lampes à incandescence, de nos lignes, des connexions de nos montages et de l'induit d'une dynamo, *qui ne tourne pas.*

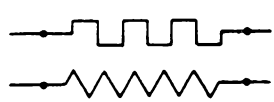


FIG. 1.

On donne le nom de *conducteur passif* ou de *résistance morte*, et plus simplement encore de *résistance*, à un tel conducteur. La figure 1 en donne la représentation schématique.

1. Notion de résistance électrique. L'ohm.

Première expérience. — Branchons différents conducteurs métalliques sous la même différence de potentiel, deux par exemple (fig. 2).

Mesurons les intensités du courant dans chacun d'eux.

En général ces intensités sont différentes et l'on dit que les

conducteurs ont des résistances électriques différentes, que la résistance est plus grande si l'intensité du courant est plus petite.

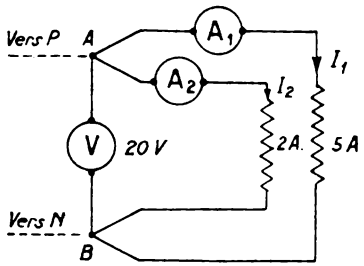


FIG. 2.

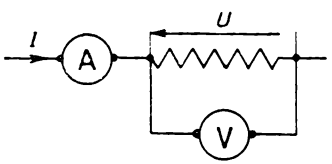


FIG. 3.

Deuxième expérience. — Pour un conducteur, mesurons l'intensité I pour différentes valeurs de la tension aux bornes (fig. 3) et formons le rapport $\frac{U}{I}$.

Ce rapport est sensiblement constant pour un conducteur déterminé. et peut servir à caractériser sa résistance.

DÉFINITION. — **La résistance d'un conducteur est mesurée par le rapport de la tension aux bornes du conducteur à l'intensité du courant qui le traverse.**

En la représentant par R, on a donc :

$$R = \frac{U}{I} \qquad (1)$$

Unité : ohm. — **Par définition, l'unité de résistance appelée ohm (abréviation : Ω) est la résistance d'un conducteur traversé par un courant d'intensité un ampère, pour une d. d. p. d'un volt entre ses extrémités.**

Les résistances très grandes peuvent s'évaluer en *mégohms* (abréviation : MΩ) :

$$1\ M\Omega = 1\,000\,000\ \Omega = 10^6\ \Omega.$$

Les résistances très petites peuvent s'évaluer en *microhms* (abréviation : μΩ) :

$$1\ \mu\Omega = \frac{1}{1\,000\,000}\ \Omega = \frac{1}{10^6}\ \Omega = 10^{-6}\ \Omega.$$

Étalons de résistance. — On a établi des conducteurs dont la résistance à 0° C (voir chap. VII) est rigoureusement égale à 1 ohm. Ce sont des *étalons de résistance électrique*. Ils sont faits de platine ou d'un alliage appelé manganine (1).

Dans la pratique des mesures électriques on utilise des résistances marquées multiples ou sous-multiples de l'ohm, comme dans celle des pesées on utilise des masses marquées.

2. Loi d'Ohm pour une résistance morte.

La relation (1) peut encore s'écrire $RI = U$, ou enfin $I = U/R$; mais c'est généralement sous la première forme qu'on la retient et elle est alors connue sous le nom de *loi d'Ohm pour une résistance morte.*

$$U = R \times I.$$

U en **volts ;** R en **ohms ;** I en **ampères.**

Elle exprime que :

La différence de potentiel (en volts) aux bornes d'une résistance morte est égale au produit de sa résistance (en ohms) par l'intensité (en ampères) du courant qui la traverse.

3. Applications.

La loi d'Ohm, pour une résistance morte, permet, en particulier, de résoudre les problèmes suivants :

a) *Forme* $U = R \times I$: *Calcul de la chute ohmique dans une ligne.* Si l'on connaît R et I, on peut calculer la tension aux bornes de la résistance. Comme nous avons admis que le niveau électrique baisse quand on se déplace au long du circuit extérieur au générateur dans le sens du courant, on dit que de la borne d'entrée à la borne de sortie de la résistance, il y a *chute de tension.*

(1) On avait, antérieurement, réalisé un étalon appelé ohm international et fait de mercure pur; il est abandonné.

Ainsi dans une ligne portant l'énergie électrique fournie par le générateur à l'ensemble des récepteurs placés entre A et B (fig. 4 *a*) si $\frac{r}{2}$ est la résistance de chacun des fils de ligne, supposés identiques,

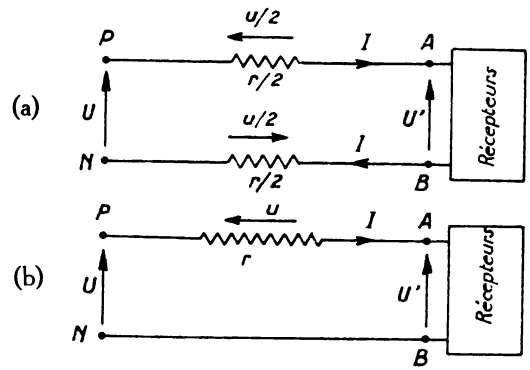


FIG. 4.

et si I est l'intensité du courant débité, chacun des fils de ligne provoque une chute de tension : $\frac{u}{2} = \frac{r}{2} \times I$ et, d'après la loi de la somme des tensions entre points succesifs, on a :

$$U = \frac{u}{2} + U' + \frac{u}{2}.$$

en appelant U' la tension aux bornes d'utilisation, dites encore d'arrivée. On peut grouper les deux termes $\frac{u}{2} + \frac{u}{2} = u$, si bien que la relation précédente s'écrit, en retranchant u à chaque membre :

$$U' = U - u.$$

La tension U' à l'arrivée est plus petite que la tension U au départ et c'est ce que traduit la dénomination de chute de tension donnée à u.

Par exemple, U' = 120 volts avec U = 125 V et u = 5 V.

Il ne faudra pas oublier que *r est la résistance des deux fils de ligne*, mais on pourra admettre que toute la résistance est portée par

un seul fil et que l'autre a une résistance nulle, ce qui conduit au schéma de la figure 4 *b*.

b) *Forme* $I = \frac{U}{R}$: *Calcul de l'intensité fournie à un appareil de chauffage ou à une lampe à incandescence.*

Si l'on connaît la tension d'alimentation U et la résistance morte R, l'intensité se calcule immédiatement.

Par exemple, en fonctionnement normal, sous 120 volts, une lampe à incandescence a une résistance R = 145 Ω; elle absorbe un courant d'intensité $I = \frac{120}{145} = 0{,}83$ A.

c) *Forme* $R = \frac{U}{I}$: *Principe de la mesure des résistances par la méthode du voltmètre et de l'ampèremètre. Ohmmètres.*

Enfin si l'on connaît la tension aux bornes et l'intensité, on peut calculer la résistance.

Si, par exemple, un inducteur de dynamo est traversé par un courant d'intensité I = 1,5 A quand on lui applique une tension U = 120 V, sa résistance R a pour valeur :

$$R = \frac{120}{1{,}5} = 80\ \Omega.$$

Il en résulte que le montage de la figure 3 peut être employé comme procédé de mesure des résistances. Il exige l'emploi d'un voltmètre et d'un ampèremètre, d'où le nom qu'on lui donne.

Il existe aussi des appareils à lecture directe de la résistance qu'on veut mesurer et qu'on appelle *ohmmètres.*

Les plus simples emploient un générateur qui applique, au circuit de la figure 3, une tension connue, toujours la même et qu'il est alors inutile de mesurer. L'ampèremètre ayant une résistance propre négligeable si U est la tension appliquée on a $I = \frac{U}{R}$; à la place de la valeur de I, on peut donc marquer celle de R sur le cadran gradué. Il suffit alors, pour mesurer une résistance, de la brancher entre les bornes *x* et *x'*.

Suivant que la source fournissant la tension U est à l'extérieur ou à l'intérieur du boîtier, l'appareil porte ou non deux autres bornes; la figure 5 suppose la source à l'intérieur.

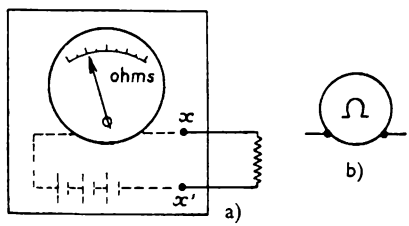


FIG. 5. — *a*) Ohmmètre; *b*) Schéma.

4. Retour par « la terre ».

Il arrive qu'on réunisse l'une des bornes du générateur et celle correspondante du récepteur à la terre par des plaques de métal

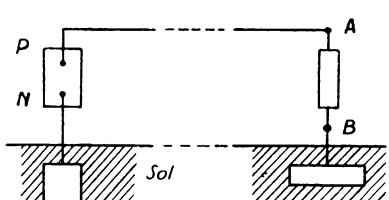


FIG. 6.

enfouies dans le sol (fig. 6); on dit qu'il y a *retour du courant par la terre.*

Si la prise de terre est bien constituée (larges surfaces métalliques, terre humide), la chute de tension entre B et N peut être très faible, malgré de grandes distances, et l'on a économisé l'un des conducteurs de ligne.

L'eau de mer peut jouer le même rôle.

5. Résistance du corps humain. Tension dangereuse.

a) Expérience. — Fermons le circuit représenté par la figure 7 (le générateur est un accumulateur 4 volts ou une batterie de piles

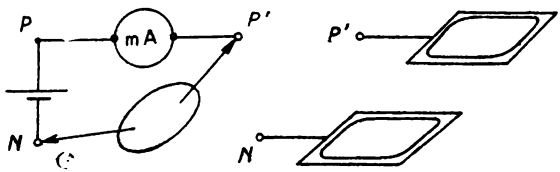


FIG. 7.

de lampe de poche), en prenant contact avec P et N à l'aide de nos deux index bien secs : le milliampèremètre indique par exemple 0,03 mA. La résistance du corps est alors :

$$R' = \frac{4 \times 1\,000}{0{,}03} = 133\,000\ \Omega.$$

Prenons maintenant contact à l'aide de larges électrodes métalliques recouvertes d'un coussin de papier filtre ou de coton mouillé d'eau salée et par la paume des mains, largement ouvertes : le milliampèremètre indique maintenant 0,8 mA et la résistance du corps a pris la nouvelle valeur :

$$R'' = \frac{4\,000}{0{,}8} = 5\,000\ \Omega.$$

On peut poser le pied sur l'une des électrodes, la main sur l'autre et, comme on devait s'y attendre, on trouve une nouvelle valeur, par exemple :

$$R''' = 3\,800\ \Omega.$$

La résistance du corps humain est donc mal définie; elle dépend, en particulier, des surfaces de contact, ce qui est naturel, et surtout de l'état de la peau. Si celle-ci est sèche, la résistance est grande; si elle est humide (transpiration par exemple) ou si elle a disparu (écorchure, blessure), la résistance est faible.

On peut admettre qu'avec un *contact franc* (ouvrier saisissant un conducteur à pleine main, tandis qu'une partie du corps est en

contact avec l'autre conducteur), la résistance du corps humain est de l'ordre de 1 000 ohms.

b) Par ailleurs, l'effet physiologique, *en courant continu*, dépend essentiellement de l'intensité du courant qui traverse le corps et de la partie du corps traversé. Un courant de 50 mA établi dans la région du cœur, même pendant un temps très court, peut en provoquer l'arrêt et par conséquent la mort.

Si nous admettons une résistance de 1 000 ohms, la tension dangereuse a donc pour valeur : $1\,000 \times 0{,}05 = 50$ volts.

En régime alternatif, *basse fréquence*, le courant mortel tombe même à 25 mA et par conséquent, la tension dangereuse à 25 volts.

On pourra donc retenir :

Ordre de grandeur de la tension dangereuse : 25 volts.

Cela explique les accidents d'électrocution, les précautions qu'on doit prendre, les risques plus grands des installations avec mise à la terre.

Bien entendu, à l'action physiologique sur les centres nerveux peut se superposer la brûlure par effet Joule, si l'intensité prend une valeur suffisante dans le cas de tensions élevées.

Enfin, on retiendra qu'il faut immédiatement pratiquer la respiration artificielle sur les accidentés du courant, et pendant des heures ; on doit les traiter comme les noyés.

RÉSUMÉ

La tension appliquée à un conducteur et le courant qui le traverse sont dans un rapport constant, appelé résistance du conducteur.

L'unité de résistance est l'ohm.

La tension U qu'on doit appliquer aux bornes d'une résistance R pour entretenir un courant I est donnée par la loi d'Ohm :

$$U = RI; \qquad I = \frac{U}{R}; \qquad R = \frac{U}{I}.$$

Le courant électrique peut entraîner la mort; la tension dangereuse est de l'ordre de 25 volts.

Exercices.

1. *Trouver la tension nécessaire pour entretenir un courant de* 5 A *dans un grille-pain dont la résistance est* 22 Ω. — *Rép. :* 110 V.

2. *Une lampe d'éclairage de résistance* 400 Ω *est branchée sur le secteur dont la tension est* 120 V. *Déterminer le courant qui la traverse.* — *Rép. :* 0,3 A.

3. *Pour déterminer la résistance de l'enroulement d'excitation d'une machine, on applique une tension de* 120 V; *on relève un courant de* 1,5 A; *trouver la résistance de l'enroulement.* — *Rép. :* 80 Ω.

4. *Un récepteur doit avoir* 120 V *à ses bornes et absorbe* 12 kW. *Il est relié à un générateur par une ligne dans laquelle la chute de tension ne doit pas dépasser* 10 % *de la tension aux bornes du récepteur. Quelle est la résistance maximale de la ligne et, pour cette valeur, la tension aux bornes du générateur ?* — *Rép. :* 0,12 Ω *au maximum ;* 132 V.

5. *Un générateur entretient une tension de* 220 V *entre deux fils de ligne* F_1 *et* F_2. F_1 *est parfaitement isolé du sol ;* F_2 *est en contact avec le sol à travers une résistance* X. *Une personne entre accidentellement en contact franc d'une part, par une main avec* F_1, *d'autre part, par des chaussures humides avec le sol. Quelle doit être la valeur minimum de* X *pour que la tension à laquelle est soumise la personne en régime permanent soit inférieure à* 50 V *si la résistance électrique de cette personne, dans les conditions du contact, est* 1 000 Ω? — *Rép. :* $X \leqslant 3\,400\ \Omega$.

CHAPITRE VII

EXPRESSION DE LA RÉSISTANCE D'UN CONDUCTEUR RÉSISTIVITÉ

Les conducteurs en forme de fil ont une importance considérable dans la technique de l'électricité : enroulements des machines, conducteurs de lignes, bobines de résistances. Il est utile de savoir *calculer* leur résistance électrique.

A. — EXPRESSION DE LA RÉSISTANCE

1. Facteurs dont dépend la résistance d'un conducteur filiforme homogène.

On peut penser qu'elle dépend essentiellement de la longueur, de la section, de la nature du conducteur et le problème est facile à soumettre à l'expérience puisqu'il se ramène, en principe, à la mesure de résistances; on peut, pour cela, utiliser le montage de la figure 3 du chapitre précédent.

1° *Influence de la longueur.* — Toute mesure est même inutile pour étudier l'influence de ce premier facteur; le raisonnement suffit.

En effet, plaçons en série deux fils *identiques*, de même résistance r. Pour le même courant I, la chute de tension dans chaque fil est rI, donc $2\,rI$ pour l'ensemble. Cela revient à dire que la résistance des deux fils est $2\,r$ ou encore que la résistance électrique d'un fil cylindrique homogène double avec la longueur du fil; bref :

La résistance d'un conducteur cylindrique est proportionnelle à sa longueur.

Par exemple, si un conducteur de section et de nature données a une résistance de 0,016 Ω/m, pour 1 km de ce conducteur elle

est 16 Ω, mais elle n'est plus que 0,016 : 100, soit 0,000 16 Ω = 160 μΩ/cm de longueur.

2° *Influence de la section.* — Sur une planchette sont montés des fils de même nature (ferro-nickel par exemple), de même longueur, de sections différentes (fig. 1 *a*); on mesure la résistance de chacun d'eux par la méthode de l'ampèremètre et du voltmètre.

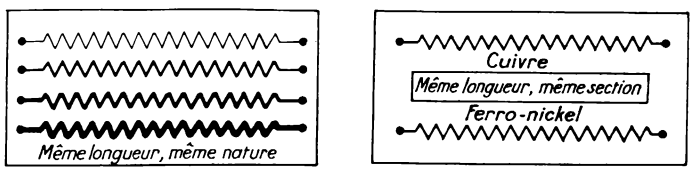


FIG. 1.

On constate ainsi que la résistance devient 2, 3, 4... fois *plus petite* suivant que la section devient 2, 3, 4... fois *plus grande*, autrement dit :

La résistance d'un conducteur cylindrique est inversement proportionnelle à sa section.

Si dans le cas du paragraphe précédent, le fil a 1 mm² de section, la résistance devient 0,016 : 2 = 0,008 Ω/m si la section devient 2 mm², mais elle croît si la section diminue et prend la valeur 0,032 Ω/m si la section devient 1/2 mm².

3° *Influence de la nature du conducteur.* — Sur une planchette, sont montés deux fils de *même longueur*, de *même section* mais de natures différentes, l'un de ferro-nickel, l'autre de cuivre (fig. 1 *b*). La mesure de leur résistance montre qu'elle n'a pas la même valeur pour les deux fils, celle du fil de cuivre est plus petite que celle du fil de ferro-nickel.

2. Expression de la résistance. Résistivité.

a) L'application des lois précédentes nous permet de calculer la résistance d'un fil de longueur l et se section s, si nous connaissons celle d'un fil de même nature de longueur l_1 et de section s_1 données; il suffit d'utiliser des *règles de trois.*

b) Mais on peut aussi grouper ces lois dans la formule $R = \rho l/s$

dans laquelle la constante de proportionnalité ρ (lettre grecque qui se lit rô) caractérise la substance et s'appelle pour cette raison *résistance spécifique* ou *résistivité ;* cette formule exprime bien que la résistance est proportionnelle à la longueur et inversement proportionnelle à la section. Comme on peut en tirer $\rho = Rs/l$, la définition de la résistivité en résulte :

La résistivité d'une substance est une grandeur spécifique de la substance et numériquement égale à la résistance d'un fil cylindrique fait de cette substance et ayant respectivement pour longueur et pour section droite, l'unité de longueur et l'unité de surface (fig. 2).

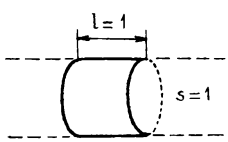


FIG. 2.

Pour connaître la résistivité d'une substance, il suffit donc de mesurer la résistance R_1 d'un conducteur de longueur et de section connues, l_1 et s_1, fait de cette substance; comme on a maintenant $R_1 = \rho l_1/s_1$, on en tire $\rho = R_1 s_1/l_1$.

La résistance étant évaluée en ohms, la valeur numérique de la résistivité dépend en général des unités employées pour mesurer l_1 et s_1. Le plus simple est d'utiliser le mètre et le mètre carré pour se placer dans le Système international; l'unité de résistivité est ainsi *l'ohm-mètre carré par mètre* (Ω-m^2/m), dite plus simplement *l'ohm-mètre* (Ω-m), et la relation permettant de calculer la résistance d'un conducteur cylindrique est alors :

$$R = \rho \frac{l}{s},$$

R en **ohms,** l en **mètres,** s en **mètres carrés,**
ρ en **ohms-mètre carré par mètre.**

Par exemple, pour le cuivre $\rho = 1{,}6 : 10^8$ Ω-m^2/m (ou Ω-m). Un fil cylindrique de 100 m de longueur et de 1 mm^2 $= 1 : 10^6$ m^2 de section a donc une résistance $R = 1{,}6\,\Omega$.

REMARQUES. — 1° Si le Système international d'unités n'est pas respecté, on trouve souvent une résistivité exprimée en *microhms-centimètre carré par centimètre* ou *microhm-centimètre* ($\mu\Omega$-cm) dans le cas des substances conductrices dont la résistivité est faible, et en *mégohms-centimètre carré par centimètre* ou en *mégohm-centimètre* (MΩ-cm) dans celui des substances isolantes dont la résistivité est grande. Le plus simple est alors d'évaluer l en centimètres

et s en centimètres carrés et de conserver la valeur numérique donnée pour ρ. Mais la résistance est évaluée, soit en microhms dans le premier cas, soit en mégohms dans le second. On transforme ensuite en ohms si cela est nécessaire.

2° Enfin, dans la pratique des ateliers, on donne encore souvent la résistivité en *microhms par millimètre carré de section et par mètre de longueur*. Il suffit encore d'évaluer la longueur du conducteur en mètres, sa section en millimètres carrés et l'on obtient sa résistance en microhms. On retiendra donc essentiellement qu'il faut toujours, dans le calcul de la résistance d'un conducteur cylindrique, évaluer R, ρ, l, s, en *unités concordantes*.

3° Une colonne d'électrolyte entre deux électrodes se comporte, pour la chaleur dégagée par le passage du courant, comme une résistance morte et on *calcule* sa résistance comme celle d'un conducteur métallique; mais en général, *la d. d. p. mesurée entre les électrodes n'obéit pas à la loi d'ohm pour une résistance morte*. Cela est dû aux actions chimiques qui se produisent.

RÉSISTIVITÉ DES SUBSTANCES USUELLES.

Métaux et Alliages	ρ en Ω-m	Substances dites « Isolantes »	ρ en Ω-m
Argent	$1{,}5 : 10^8$	Verre	9×10^5
Cuivre	$1{,}6 : 10^8$	Paraffine	3×10^8
Aluminium	$2{,}7 : 10^8$	Mica	8×10^5
Mercure	$9{,}4 : 10^8$	Electrolytes	ρ en Ω-m
Fer	$10 : 10^8$	Eau acidulée sulfurique 5%	$4{,}80 : 10^2$
Maillechort	$30 : 10^8$	d° 15%	$1{,}84 : 10^2$
Ferro-Nickel (Fe 75%, Ni 25%)	$80 : 10^8$	d° 30%	$1{,}35 : 10^2$
Charbon	$40 : 10^8$	d° 45%	$1{,}62 : 10^2$
		d° 60%	$2{,}68 : 10^2$
		Solution de soude 15%	$2{,}90 : 10^2$

On remarquera que la résistivité de l'eau acidulée par l'acide sulfurique (H_2SO_4) passe par un minimum quand la concentration varie. Il en est de même pour tous les électrolytes et cela explique le choix des concentrations des solutions employées dans les accumulateurs.

B. — FACTEURS DONT DÉPEND LA RÉSISTIVITÉ

3. Influence des impuretés. Alliages.

La résistivité d'un métal augmente s'il contient une ou plusieurs impuretés, si bien que la résistivité des alliages est toujours plus grande que celle du plus résistant des métaux qui les forment. Cela explique l'usage qu'on en fait pour la fabrication des rhéostats (maillechort, ferronickels...) et des bobines des boîtes de résistances (manganine, constantan...).

4. Influence de la température.

En général, la résistivité d'une substance varie avec la température et entraîne une variation de la résistance des conducteurs.

Expérience. — Ainsi, quand le conducteur de la figure 3 (fil de fer), alimenté sous tension constante, passe de la température de l'eau froide à celle de l'eau bouillante, l'intensité du courant diminue; c'est que la résistance a augmenté.

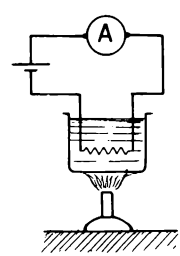


FIG. 3.

Coefficient de température. — On appelle coefficient de température l'accroissement de résistance d'un conducteur de 1 ohm pour une élévation de température de 1 degré Celsius (1 °C).

Soit R_0 la résistance d'un conducteur à 0 °C, R_t sa résistance à t °C; d'après la définition précédente, le coefficient de température a est donné par :

$$a = \frac{R_t - R_0}{R_0\, t} \qquad \text{d'où} \qquad R_t = R_0\,(1 + at).$$

La résistance des métaux croît avec la température, mais le coefficient a varie avec chaque métal; ainsi, pour le cuivre, $a = 0{,}004$.

Celle de certains alliages (manganine, certains ferronickels...) ne varie pratiquement pas ou très peu; alors $a = 0$.

Pour certaines substances, par exemple le charbon, les électrolytes, les isolants, la résistance diminue quand la température s'élève et l'on peut dire que leur coefficient de température est négatif.

Au contraire, la résistance du charbon des électrolytes, des isolants diminue quand la température s'élève; leur coefficient de température est négatif. Il en est de même pour certaines substances dites **semi-conductrices** telles le silicium, le germanium, etc., dont l'importance technique devient considérable.

Application. — La connaissance du coefficient de température fournit un moyen simple de déterminer la température d'un conducteur à condition de mesurer sa résistance à la température qu'on se propose d'obtenir et de la connaître à une autre température.

Exemple : Déterminer la température x en service normal d'un inducteur de dynamo dont la résistance vaut alors 34 Ω tandis qu'elle est 30,8 Ω à 15°. On sait que $a = 0{,}004$.

On a :

$$34 = R_0 (1 + x\,a); \qquad 30{,}8 = R_0 (1 + 15\,a).$$

En divisant membre à membre pour éliminer R_0, il vient :

$$34 (1 + 15\,a) = 30{,}8 (1 + x\,a) \qquad \text{d'où} \quad x = 43\ ^\circ\text{C}.$$

5. Autres facteurs.

Enfin, la résistivité varie, pour certaines substances, sous l'influence d'autres facteurs. Par exemple, la résistivité du sélénium varie quand on l'éclaire plus ou moins et cette propriété a reçu d'importantes applications. La résistivité du bismuth varie quand on le place dans des champs magnétiques différents, d'où son emploi à la mesure de ces derniers.

6. Existence de la supraconductibilité.

Pour certains métaux, suivant la règle générale, la résistivité décroît régulièrement quand on les refroidit mais au voisinage du zéro absolu (— 273 °C) elle tombe brusquement et pratiquement s'annule. On dit que le métal est devenu **supraconducteur.** Ainsi le plomb le devient vers 7 °K, l'étain vers 3,7 °K. Leur résistance est alors pratiquement nulle, le passage d'un courant ne provoque plus aucune chute de tension.

Ce fait ne présente pas actuellement d'intérêt pratique.

RÉSUMÉ

La résistance d'un conducteur est proportionnelle à sa longueur et à sa résistivité et inversement proportionnelle à sa section :

$$R = \rho \frac{l}{s}.$$

L'unité de résistivité est l'ohm-mètre carré par mètre ou ohm-mètre.

La résistance des conducteurs métalliques croît avec la température :

$$R_t = R_0 (1 + at).$$

a **est le coefficient de température.**

Exercices.

1. *Calculer la résistance d'un fil de cuivre de* 60 m *de longueur et de* 4 mm *de diamètre. La résistivité du cuivre est* $\rho = 1{,}6 : 10^8\ \Omega$-m. — *Rép. :* 0,077 Ω.

2. *Trouver la longueur d'un conducteur d'aluminium de section* 12 mm^2, *sachant que sa résistance est* 0,5 Ω. *On donne la résistivité* $\rho = 0{,}026\ \Omega\ mm^2$ m. — *Rép. :* 230 m.

3. *L'inducteur d'une dynamo a pour résistance* 110 Ω *à la température de* 17°. *Quelle serait sa résistance à* 55° ? $a = 0{,}004$. — *Rép. :* 126 Ω.

4. *L'induit d'une machine a pour résistance* 1,3 Ω *à* 15°. *Après plusieurs heures de fonctionnement, la résistance est de* 1,45 Ω. *Quelle est la température de l'induit ?* $a = 0{,}004$. — *Rép. :* 43°.

5. *Un fer à repasser de* 300 W *est alimenté sous* 125 V. *Calculer :*

a) *L'intensité du courant ;*

b) *L'énergie fournie en un quart d'heure par le secteur et son prix à raison de* 0,30 F *le kilowatt-heure ;*

c) *La longueur du ruban chauffant, sachant que sa section est rectangulaire et qu'il a* 2 mm *de large et* 0,2 mm *d'épaisseur. Résistivité du ruban :* $\rho = 100\ \mu\Omega\text{-cm}^2/\text{cm}$.

CHAPITRE VIII

LOI DE JOULE

Rappel préliminaire. — Rappelons que, pour porter de la température θ_1° C à la température θ_2° C la masse m d'un corps de chaleur spécifique c sans changement d'état, on doit lui fournir la quantité de chaleur

$$q = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1).$$

Pour obtenir q en *calories*, il faut évaluer m en *grammes*, c en *calories par gramme et par degré*, $(\theta_2 - \theta_1)$ en *degrés Celsius*.

Pour fondre un corps à température constante, il faut lui fournir f calories par gramme (*chaleur de fusion*); pour le vaporiser à température constante, il faut lui fournir F calories par gramme (*chaleur de vaporisation*).

1. Chaleur dégagée dans un conducteur.

Nous savons déjà que le courant électrique échauffe les conducteurs dans lesquels il passe. Cette propriété calorifique du courant est connue sous le nom d' « *effet Joule* ».

a) *Puissance électrique dissipée en chaleur.*

Nous savons aussi que la puissance fournie à un récepteur est dans tous les cas P = UI, que le récepteur soit une résistance morte, un moteur ou un appareil électrochimique.

Mais dans le cas particulier d'un récepteur formé d'une résistance morte R, pour entretenir le courant d'intensité I, il faut, d'après la loi d'Ohm, appliquer à ses extrémités la tension $U = RI$.

Ainsi, $P = UI = RI \times I = RI^2$.

On peut donc exprimer la puissance électrique transformée en chaleur dans une résistance morte par les deux expressions équivalentes :

$$P = U \times I, \qquad P = RI^2. \tag{1}$$

P en **watts** ; U en **volts** ; I en **ampères** ; R en **ohms.**

b) *Énergie électrique dissipée en chaleur.*

Pendant le temps t (chap. V, § 6 *b*), l'énergie électrique dissipée en chaleur sera donc :

$$W = RI^2t. \tag{2}$$

W en **joules** ; R en **ohms** ; I en **ampères** ; t en **secondes.**

c) *Quantité de chaleur produite.*

Mais on sait (chap. II, § 3) que :

4,18 joules produisent 1 calorie,

1 joule produit $\frac{1}{4,18} = 0,24$ calorie.

On peut donc évaluer le nombre q de calories produites par la disparition de W joules et l'on a :

$$q = 0,24\ RI^2t. \tag{3}$$

q en **calories** ; R en **ohms** ; I en **ampères** ; t en **secondes.**

2. Vérification expérimentale de la loi de Joule.

Nous pourrions nous proposer de vérifier expérimentalement les résultats que nous avons obtenus en appliquant des lois connues ($P = UI$, $U = RI$). Nous devrions constater, par des mesures calorifiques, que la quantité de chaleur apparue dans une résistance morte est, conformément à la relation (3), proportionnelle à R, à I^2 et à la durée t.

Plus simplement, nous pouvons calculer q par la relation (3), connaissant R, I, et la durée t de l'expérience; mesurer q d'après la relation fondamentale de la calorimétrie puis comparer les deux valeurs. Mieux sont faites les expériences, plus les valeurs se rapprochent.

Expérience : R = 5 ohms, I = 3 ampères, t = 4 minutes; l'application de (3) donne :

chaleur calculée $q_c = 0{,}24 \times 5 \times 3^2 \times (4 \times 60) = 2\,600$ cal.

Soit, d'autre part, m = 500 g la masse d'eau équivalente au calorimètre; la chaleur spécifique de l'eau étant c = 1 cal/g/degré avec $\theta_1 = 13{,}6^\circ$ C et $\theta_2 = 18{,}9^\circ$ C, on a :

chaleur mesurée q_m = 500 (18,9 — 13,6) = 2 650 cal.

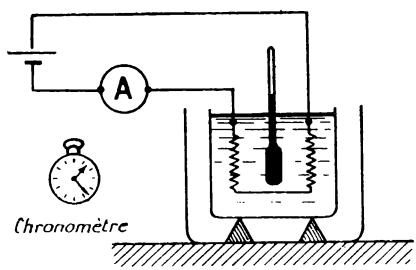


FIG. 1.

La différence $q_m - q_c$ = 2 650 — 2 600 = 50 cal.. s'explique par des erreurs de détermination, des incertitudes sur les nombreuses valeurs qui entrent en jeu dans cette vérification. Elle ne représente qu'un faible pourcentage de la quantité de chaleur mise en jeu et l'on peut admettre que nous avons ainsi vérifié la validité des formules établies.

3. Température de régime permanent.

Expérience. — *a*) Établissons un courant dans un fil de ferro-nickel; en suivant ses « variations de couleur », on constate qu'il s'échauffe progressivement, puis que sa température se fixe et l'on dit qu'il a atteint sa *température de régime.*

L'explication est facile. La chaleur formée par effet Joule sert d'abord à échauffer le conducteur dont la température s'élève au-dessus de celle du milieu ambiant; dès lors il commence à dissiper de la chaleur autour de lui et de plus en plus au fur et à mesure que sa température croît. S'il arrive une époque à partir de laquelle la chaleur ainsi dissipée égale la chaleur fournie par effet Joule pendant le même temps, la température du conducteur ne varie plus.

Si cet équilibre ne se produit pas, la température croît jusqu'à

atteindre la température de fusion du conducteur, ce qui coupe le circuit.

b) Ce qui précède nous permet de prévoir, en raisonnant, que la température de régime, pour une même intensité, doit s'abaisser ou s'élever suivant que les conditions de refroidissement, c'est-à-dire de dissipation de la chaleur dans le milieu extérieur, sont meilleures ou plus mauvaises.

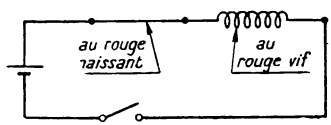


FIG. 2.

Ainsi, ventilons régulièrement le conducteur précédent : sa température s'abaisse. Enveloppons-le d'un manchon de verre : sa température s'élève. Elle s'élève encore si, au lieu de le tendre nous l'enroulons en spirale, parce que son refroidissement se fait moins bien, chacune des spires réchauffant sa voisine par rayonnement (fig. 2). Cela explique la forme du filament des lampes à incandescence actuelles.

4. Influence des conditions de refroidissement et de la densité du courant.

Tout conducteur, siège d'un courant permanent et placé dans des conditions données de refroidissement, prend, comme celui que nous avons étudié, une certaine température de régime.

Le calcul et l'expérience s'accordent pour constater que cette température de régime dépend, d'une part, des conditions de refroidissement (fil nu dans l'air, fil isolé sous moulures, câble armé souterrain, etc...), et, d'autre part, non pas de l'intensité du courant mais de l'intensité par unité de section. Cela nous conduit à définir cette nouvelle grandeur, appelée *densité de courant*, et à choisir son unité de mesure.

Densité de courant. — **On appelle densité de courant le rapport de l'intensité du courant à la section du conducteur.**

Unité de densité de courant. — **On la mesure généralement en ampères par millimètre carré** (abréviation : A/mm², ou A : mm²).

En la représentant par D, on voit qu'on a $D = \frac{I}{s}$ et qu'on

peut mettre cette relation sous deux autres formes équivalentes :

$$D = \frac{I}{s}; \quad s = \frac{I}{D}; \quad I = s \times D.$$

I en **ampères** ; s en **mm²** ; D en **A : mm².**

En fait, c'est *l'excès* de la température du conducteur sur la température du milieu ambiant qui intervient dans son refroidissement et c'est lui qu'on a l'habitude de se fixer. Nous verrons, au chapitre suivant, qu'il y a des valeurs maximales qu'on ne doit pas dépasser et les résultats sont consignés dans des tableaux analogues au suivant.

EXCÈS DE LA TEMPÉRATURE DU CONDUCTEUR SUR LA TEMPÉRATURE AMBIANTE DE 60° C.

Section en mm²	Densité en A/mm²	
	Fils isolés	Fils nus
1 à 5	5	6
6 à 15	3,5	5
16 à 50	2,5	3
51 à 100	2	2,5
101 à 200	1,5	2
201 à 400	1,25	1,5
Au-dessus de 400	1	1

RÉSUMÉ

La puissance et l'énergie absorbées par un conducteur de résistance R **sont respectivement :**

$$P = RI^2; \qquad W = RI^2t.$$

La quantité de chaleur produite s'exprime par la relation :

$$Q = 0{,}24\ RI^2t.$$

La densité de courant est le rapport de l'intensité du courant à la section du conducteur :

$$D = \frac{I}{s}.$$

L'unité pratique est l'ampère par millimètre carré : A/mm².

Exercices

1. *Calculer la quantité de chaleur dégagée en 3 minutes par un courant de 2 A dans une résistance de 10 Ω.*

Rép. : 1 730 calories.

2. *Quelle est la résistance du filament d'une lampe dont le culot porte les indications 50 W, 110 V.*

Rép. : 242 Ω.

3. *L'induit d'un moteur a une résistance de 2,3 Ω ; il est parcouru par un courant de 20 A. Calculer la puissance perdue par effet Joule dans cet induit.*

Rép. : 920 W.

4. *Une bouilloire électrique alimentée sous 140 V, a une résistance chauffante de 22 Ω. Calculer le temps nécessaire pour porter à ébullition 1 litre d'eau prise à 17°. On suppose que toute la chaleur dégagée par effet Joule est utilisée pour échauffer l'eau.*

Rép. : 6 mn 30 s.

5. *On désire construire une bouilloire électrique capable de porter en 16 minutes, de 10° à 100° C, la température de 1 litre d'eau. Cette bouilloire étant constituée par une spirale chauffante immergée dans l'eau, alimentée sous une tension de 120 V, calculer :*

a) *La puissance de l'appareil ;*
b) *L'intensité du courant ;*
c) *La résistance de la spirale ;*
d) *La dépense d'énergie nécessaire (prix du kWh : 2 francs).*

(C. A. P. Construction électrique, Paris 1943.)

CHAPITRE IX

CONSÉQUENCES DE L'EFFET JOULE

Le dégagement de chaleur, produit par le passage du courant dans un conducteur, est utilisé pour certaines applications, mais en général il est nuisible.

A. — EFFETS NUISIBLES

1. L'effet Joule diminue le rendement des machines et des lignes de transport.

Le but d'une machine tournante est de produire de l'énergie mécanique (cas d'un moteur) ou de produire de l'énergie électrique (cas d'un générateur). Le but d'une ligne est de transporter de l'énergie électrique. Le but d'un récepteur est de transformer de l'énergie électrique en énergie mécanique (moteur) ou chimique (cuves à électrolyse). Dans tous ces cas, la production d'énergie calorifique due à la résistance des conducteurs est de l'énergie perdue.

Ces pertes par effet Joule contribuent alors à diminuer le rendement du matériel électrique.

2. L'élévation de température consécutive à l'effet Joule...

a)... *limite la puissance d'une machine.*

Un moteur dont la plaque signalétique indique 1,5 kW doit, d'après les normes de l'U. S. E. (Union des Syndicats de l'Électricité), pouvoir fournir cette puissance en régime permanent, sans que sa température d'équilibre dépasse la limite au-dessus de laquelle il serait détérioré. Il est cependant important de comprendre que, si ce moteur ne peut pas fournir sans inconvénient 3 kW pendant plusieurs heures, on peut, sans danger, lui demander, pendant un temps très court, quelques secondes par exemple, une puissance supérieure à 8 kW, car la chaleur dégagée, qui est proportionnelle au temps, reste insuffisante à provoquer un échauffement inadmissible.

b)... *peut abréger la durée d'une machine.*

Nous avons vu qu'en régime permanent un conducteur, traversé par un courant, prend une température d'équilibre. Cette température ne doit pas être trop élevée; ainsi, pour une machine dont les conducteurs sont enveloppés de gaines isolantes, la température ne doit pas dépasser 60° C à 80° C, suivant la nature de l'isolant, car celui-ci, généralement en matière organique, se détériore et ne peut plus assurer sa fonction. Il peut arriver qu'une surcharge excessive mette rapidement la machine hors d'usage et l'on traduit cet accident très grave en disant qu'elle a été « *grillée* ». Mais de toute manière elle souffre d'un échauffement supérieur à celui prévu par son constructeur et sa durée de vie en est réduite.

Un moteur construit pour durer vingt-cinq ans peut être mis hors d'usage au bout de quelques années, sans raison grave apparente, par suite d'échauffements exagérés, souvent répétés. En conséquence, on s'assurera que les moteurs en fonctionnement sont protégés contre l'échauffement excessif et l'on sera très prudent dans l'achat des moteurs d'occasion.

c)... *peut provoquer un incendie par court-circuit.*

Deux conducteurs à des potentiels différents sont en court-circuit, quand ils sont réunis par une très faible résistance.

Le courant absorbé par une lampe de 50 watts, 115 volts, est d'après l'expression générale de la puissance :

$$I = \frac{50}{115} = 0{,}435 \text{ ampère}$$

En cas de court-circuit (fig. 1), seule la résistance du conducteur allant du point de court-circuit à la prise de courant tend à limiter le courant. Cette résistance est très faible, 0,01 ohm par exemple; il en résulte un courant considérable, que l'on peut déterminer :

$$I \quad \frac{115}{0{,}01} = 11\,500 \text{ ampères.}$$

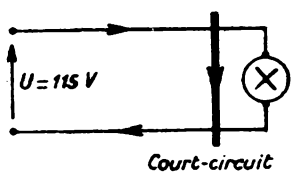


FIG. 1.

Ce courant de court-circuit provoque un énorme dégagement de chaleur suffisant pour fondre le conducteur, détériorer la ligne, et provoquer un incendie si des matières inflammables sont à proximité. On doit donc prendre des précautions pour prévenir des accidents de ce genre.

B. — UTILISATION DE L'EFFET JOULE

3. Protection par fusibles.

Pour remédier au danger des courts-circuits, on intercale, sur les circuits électriques, un fil de plomb ou d'aluminium, qui fond dès que l'intensité atteint une valeur dangereuse pour l'appareil à protéger. Ainsi le courant est immédiatement coupé dans le circuit. Ces *fusibles* sont généralement enfermés dans des boîtiers de porcelaine comportant deux broches de branchement. Ils portent une indication en ampères donnant le courant maximal qu'ils peuvent supporter avant de fondre.

REMARQUE. — La protection par fusibles, très efficace pour les appareils de chauffage et d'éclairage, est souvent insuffisante pour les moteurs. Pour vaincre l'inertie des masses à entraîner, un moteur a généralement besoin, au démarrage, d'un courant d'environ deux à trois fois le courant normal.

S'il absorbe normalement 10 ampères, il lui faudra donc, par

exemple, 30 ampères au démarrage. Le fusible protégeant le moteur doit donc être calibré pour au moins 30 ampères.

Supposons qu'en fonctionnement normal, le moteur soit surchargé et qu'il absorbe 20 ampères pendant plusieurs heures. D'après le paragraphe 1, le moteur risque fort de « griller » sans que le fusible accomplisse sa mission. Un moteur doit donc être de plus protégé par un *disjoncteur* possédant un *relais thermique*.

4. Éclairage par incandescence.

Le passage du courant dans un filament métallique très fin peut produire un dégagement de chaleur suffisant pour le porter au rouge blanc et le transformer ainsi en une source de lumière. On évite la combustion du fil en l'enfermant dans une ampoule vide d'air ou contenant un gaz inerte (azote, argon ou krypton), On utilise ainsi deux sortes de lampes :

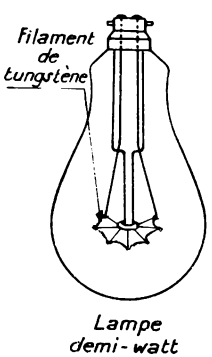


FIG. 2.

a) Les lampes à *filament de tungstène* dans le *vide*, que l'on appelle encore *monowatt*, car elles consomment environ 1 watt par bougie;

b) Les lampes à *filament de tungstène* dans une *atmosphère gazeuse*, que l'on appelle encore *demi-watt*, car pour un même éclairement elles consomment moitié moins que les précédentes. La figure 2 montre l'une des dispositions possibles du filament d'une lampe.

5. Chauffage électrique.

L'énergie électrique se transforme intégralement en énergie calorifique dans des résistances; aussi peut-on utiliser l'électricité comme moyen de chauffage.

Le fil métallique, qui constitue la résistance, doit pouvoir être porté à haute température sans s'oxyder au contact de l'air. On utilise des fils en nickel-chrome (80 % de nickel et 20 % de chrome).

Ce mode de chauffage simple, de réglage facile, ne provoque aucun dégagement gazeux; mais il a le grave inconvénient d'être coûteux. Il est utilisé pour *des appareils à usage domestique* : radiateurs, fers à repasser, chauffe-eau. On l'utilise également dans *l'industrie* pour les fours à tremper et à recuire, pour la soudure électrique, etc...

6. Appareils thermiques de mesures.

Un fil parcouru par un courant s'échauffe et par suite s'allonge plus ou moins suivant l'intensité du courant (fig. 3).

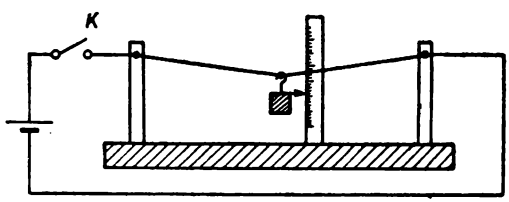


FIG. 3. — Quand on ferme l'interrupteur, le fil s'allonge et l'index descend.

Nous étudierons, dans le chapitre « Appareils de mesure », un ampèremètre et un voltmètre basés sur ce principe.

C. — DIMENSIONNEMENT DES CONDUCTEURS

Dimensionner un conducteur, c'est choisir sa section en acceptant un compromis entre les exigences *économiques* et *techniques*.

Dans le calcul d'une machine ou d'une ligne de distribution, l'intérêt du constructeur est, en effet, de réduire la masse de cuivre utilisée pour en diminuer le prix de revient. La longueur du conducteur étant généralement imposée, il faut donc réduire sa section et c'est une exigence d'ordre économique.

Mais on est limité dans cette diminution par des conséquences d'ordre *technique* : augmentation de la chute de tension et, par suite des pertes par effet Joule, augmentation de l'échauffement.

7. Échauffement des conducteurs.

En raison des inconvénients signalés au début de ce chapitre, la température d'un conducteur ne doit en aucun cas dépasser la limite permise par les règlements de l'U. S. E. (Union des Syndicats de l'Électricité). Cette température de régime est atteinte lorsque la chaleur dissipée dans le milieu extérieur est égale à la chaleur dégagée par le passage du courant. On peut donc l'abaisser à la valeur permise en diminuant la quantité de chaleur produite par le passage du courant et en facilitant l'échange de chaleur avec le milieu extérieur.

L'intensité du courant étant imposée, on ne peut réduire la chaleur produite par effet Joule qu'en diminuant R, et pour cela on doit augmenter la section s du conducteur $\left(R = \rho \frac{l}{s}\right)$, puisque l et ρ sont fixés par la longueur du fil et par la nature du conducteur.

En pratique, on choisira la section la plus faible possible, sous la condition que la densité de courant ne dépasse pas la valeur fixée par les règlements de l'U. S. E. (tableau chap. VIII, § 4).

Exemple. — Un conducteur en fil isolé a une section de 12 mm^2; déterminer l'intensité maximale admissible sans échauffement dangereux.

D'après le tableau des densités de courant (chap. VIII), pour une section de 12 mm^2, l'intensité ne doit pas dépasser 3,5 A par mm^2. Il en résulte que l'intensité admissible est $I = 3{,}5 \times 12 = 42$ A.

8. Chute de tension.

Nous avons calculé (chap. VI, § 3) la chute de tension dans une ligne de distribution :

$$u = RI;$$

I, intensité du courant en ligne; R, résistance de la ligne $\left(R = \rho \frac{l}{s}\right.$, où l représente le double de la distance qui sépare le générateur du récepteur et s la section du conducteur).

On a donc :

$$u = \rho \frac{l}{s} I.$$

Si l'on appelle *pertes en ligne* la puissance perdue par effet Joule dans la ligne, on a alors :

$$p \qquad RI^2 = uI.$$

Soit à transporter une puissance donnée : on est amené pour diminuer les pertes et pour augmenter ainsi le rendement de la ligne, à réduire le plus possible la chute de tension en ligne. Il faut pour cela augmenter la section du conducteur; mais on est, comme pour l'échauffement, limité par des questions économiques.

On admet que la chute de tension d'une ligne de distribution ne doit pas dépasser, suivant les cas, 5 à 10 % de la tension au départ.

En pratique, pour le projet d'une ligne, on calcule la section nécessaire pour que la chute de tension ne dépasse pas la valeur qu'on s'est donnée et l'on vérifie ensuite si l'échauffement est admissible.

Dans le cas contraire, c'est l'échauffement qui imposera la section définitive du conducteur.

Exemple. — Déterminer la section d'une ligne en fil nu de 100 mètres de longueur, aller et retour, destinée à transporter une puissance de 12 kW sous une tension de 220 volts. La chute de tension en ligne ne doit pas dépasser 5 % de la tension de départ; résistivité du conducteur $\rho = 1{,}6\ \mu\Omega\text{-cm}^2/\text{cm}$.

Intensité du courant à transporter :

$$I = \frac{12\,000}{220} = 54{,}5 \text{ ampères.}$$

Chute de tension maximale permise :

$$u = \frac{5}{100} \times 220 = 11 \text{ volts.}$$

Section du conducteur correspondant à cette chute de tension : $u = \rho\, l\, \frac{I}{s}$, soit $11 = \frac{1{,}6 \times 100 \times 100 \times 54{,}5}{1\,000\,000 \times s}$; $s = 7{,}9\ \text{mm}^2$.

Densité de courant : $D = \frac{54{,}5}{7{,}9} = 6{,}9\ \text{A/mm}^2$.

D'après le tableau du chapitre VIII, pour une section de 7,9 mm², la densité du courant ne doit pas dépasser 5 A/mm². Ainsi, nous adopterons $D' = 5$ A/mm².

Calcul de la nouvelle section :

$$s' = \frac{54,5}{5} = 10,9 \text{ mm}^2.$$

Nous prendrons $s' = 11$ mm².

Chute de tension en ligne correspondant à cette section :

$$u' = \frac{1,6 \times 100 \times 100 \times 54,5}{1\,000\,000 \times 0,11} = 7,9 \text{ volts.}$$

Pourcentage de la chute de tension :

$$u' \text{ en } \% = \frac{7,9 \times 100}{220} = 3,6 \ \%.$$

REMARQUE. — Si l'on devait assurer le transport de 12 kW à une distance plus importante dans les conditions du problème précédent, le même calcul conduirait à une section prohibitive, mais on peut réduire considérablement cette dernière en augmentant la tension de transport, comme nous le verrons en étudiant les transformateurs.

RÉSUMÉ

A) **L'effet Joule est généralement nuisible : il crée des pertes qui diminuent le rendement des installations. De plus, la chaleur dégagée limite la puissance des machines. Elle réduit leur durée et peut occasionner des incendies en cas de court-circuit.**

B) **L'effet Joule a pourtant reçu des applications : protection des installations par fusibles, éclairage par incandescence, chauffage électrique, appareils thermiques de mesure.**

C) **Afin d'éviter un échauffement excessif, la densité de courant dans les conducteurs d'une installation ne doit en aucun cas dépasser les valeurs permises par les tables de l'U. S. E. Dans le cas d'une ligne de distribution, on doit également tenir compte de la chute de tension en ligne, qui ne doit pas dépasser 5 à 10 % de la tension de départ.**

Exercices

1. *On alimente un atelier situé à* 300 *m de la centrale par une ligne de section* 50 mm^2 *et de résistivité* $\rho = 1{,}6\ \mu\Omega$-*cm. La tension au départ étant de* 230 *V, calculer :*

a) *Le courant absorbé en cas de court-circuit franc à l'entrée de l'atelier ;*

b) *Le courant absorbé, si le court-circuit se produit à mi-chemin.*

Rép. : 1 195 A; 2 390 A.

2. *En se reportant au tableau des densités admissibles* (chap. VIII, § 3), *déterminer :*

a) *L'intensité maximum admissible dans un conducteur en fil isolé de* 5 *mm de diamètre ;*

b) *La section d'un conducteur en fil nu sachant que le courant qui le traverse est de* 120 *A.*

Rép. : 49 A; 40 mm^2.

3. *Une puissance de* 12 *kW est transportée par une ligne dont la résistance est* 0,1 Ω. *Déterminer les pertes en ligne dans les deux cas suivants :*

a) *La tension au départ est* 120 *V ;*

b) *La tension au départ est* 240 *V.*

En déduire le mode de transport qui vous semble le plus économique

Rép. : 1 000 W; 250 W.

4. *Un générateur fournit* 24 *kW sous* 600 *V à une ligne qui transporte de l'énergie électrique à un récepteur.*

a) *Quelle est l'intensité du courant ?*

b) *La tension aux bornes du récepteur est* 574 *V. Quelle est la résistance de la ligne et celle de chacun des fils de ligne supposés identiques ?*

Rép. : a) 40 A; *b)* 0,65 Ω et 0,325 Ω.

CHAPITRE X

GROUPEMENT DES RÉSISTANCES

A. — GROUPEMENT DES RÉSISTANCES EN SÉRIE

1. Définition.

On dit que des résistances sont groupées en série quand elles sont placées les unes à la suite des autres.

On sait qu'elles sont alors toutes traversées par le même courant.

2. Résistance équivalente au groupement.

On appelle *résistance équivalente* au groupement la résistance unique qui absorberait le même courant sous la tension appliquée aux bornes extrêmes du groupement.

Représentons-la par R; si I est l'intensité du courant qui traverse les résistances du groupement, U la tension entre ses extrémités, nous devons donc avoir : $I = \frac{U}{R}$.

Mais $U = R_1I + R_2I + R_3I + ...$, d'après la loi de la somme des tensions, soit $U = (R_1 + R_2 + R_3 + ...)\, I$,

d'où : $$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3 + ...}.$$

En rapprochant les deux valeurs de I :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + ...,$$

d'où la règle :

La résistance équivalente à des résistances montées en série est égale à leur somme.

C'est ce que schématise la figure 1, et l'on pourra dans certains

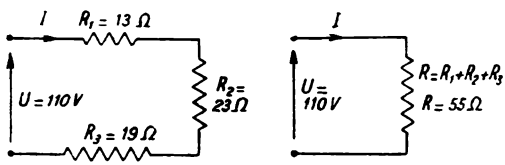


FIG. 1.

problèmes remplacer l'ensemble des résistances R_1 ,R_2, R_3 ....., par la résistance équivalente R.

REMARQUE. — La résistance équivalente à un groupement de résistances en série est toujours supérieure à la plus grande des résistances groupées.

Cas particulier de résistances identiques. — Si l'on groupe *n* résistances de même valeur R_1, la résistance équivalente sera :

$$R = n \times R_1.$$

Par exemple, trois résistances de 5 ohms en série équivalent à une résistance de $3 \times 5 = 15\ \Omega$.

3. Rhéostats.

a) **Les rhéostats sont des résistances variables.**

Ils sont essentiellement utilisés pour provoquer une chute de tension réglable. Supposons, par exemple (fig. 2), un récepteur devant absorber un courant de 3 A sous 80 V. Sous la tension de 110 V dont on dispose, il serait traversé par un courant trop intense;

mais si l'on met en série une résistance capable de supporter 3 A sans chauffer de manière dangereuse et de résistance 10 Ω, elle provoquera une chute de tension $u = 10 \times 3 = 30$ V, et le récepteur sera alimenté normalement sous $110 - 30 = 80$ V.

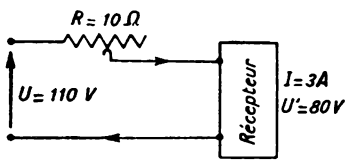


Fig. 2.

Comme l'intensité a été ainsi ramenée à la valeur voulue, on dit encore que les rhéostats servent à *régler* ou à *contrôler* l'intensité d'un courant.

Les types les plus courants sont le *rhéostat à curseur*, *le rhéostat à plots* et, dans certains cas, *le rhéostat à liquide* (fig. 3).

b) Un rhéostat est caractérisé non seulement par sa résistance maximale, mais aussi par l'intensité du courant qu'il peut supporter

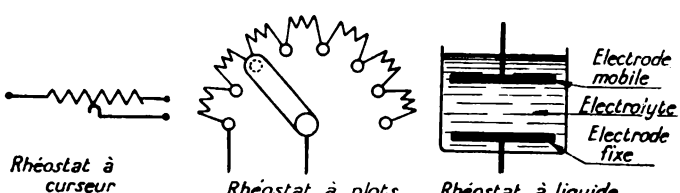


Fig. 3.

car il s'échauffe inévitablement et l'élévation de sa température ne doit pas être excessive. On ne doit donc l'insérer dans un circuit qu'en déterminant, au moins approximativement, l'intensité du courant qui le traversera.

Généralement, une *plaque signalétique* fournit les renseignements nécessaires à l'utilisation.

4. Boîtes de résistances.

Les boîtes de résistances sont faites de résistances étalonnées. On les utilise dans de nombreuses mesures de laboratoires.

Il en existe de deux types : *boîtes à plots* et *boîtes à fiches*.

Les premières sont montées comme un rhéostat à plots.

Les boîtes à fiches ont chacune de leurs résistances reliée à deux plots en laiton montés sur le couvercle isolant de la boîte. Des fiches métalliques permettent de réunir deux plots consécutifs et nous verrons dans la suite que cela revient à mettre hors circuit la

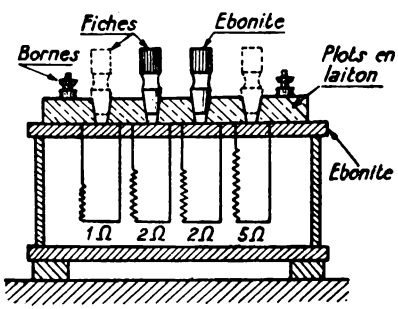


FIG. 4.

résistance reliée à ces deux plots. La figure 4 montre une boîte qui permet de former une résistance variant d'ohm en ohm de 0 à 10 ohms.

Généralement, le courant ne doit pas dépasser le centième d'ampère, ce qui limite la tension applicable aux bornes.

5. Augmentation de l'étendue de mesure d'un voltmètre; résistances additionnelles.

a) Sauf certains voltmètres, appelés électrostatiques, les *voltmètres* sont d'abord des ampèremètres sensibles, *milliampèremètres* ou même *microampèremètres.*

Soit alors un milliampèremètre qui dévie de toute sa graduation (100 divisions par exemple) pour un courant de 0,01 A; si sa résistance intérieure est $g = 2{,}5\ \Omega$, quand l'aiguille est au bout de la graduation, la d. d. p., aux bornes de l'instrument, est donc :

$$u = 2{,}5 \times 0{,}01 = 0{,}025\ \text{V}.$$

De façon plus générale, si l'aiguille est sur la division indiquant l'intensité i, c'est que la tension aux bornes est gi. On peut donc

marquer cette valeur de la tension aux bornes à la place de la valeur *i* et l'appareil gradué en volts est alors un voltmètre.

Ce qui précède montre que cet appareil fournit d'abord la tension à ses bornes, comme un thermomètre fournit d'abord sa propre température. Moyennant certaines conditions que nous préciserons plus tard, ce voltmètre nous donne aussi, sans la modifier de manière sensible, la d. d. p. entre deux points qu'on connecte à ses bornes.

b) Proposons-nous, pour l'instant, de transformer l'appareil précédent, qui avait l'étendue de mesure 0-0,025 volt, en un appareil ayant l'étendue de mesure 0-15 volts. Devant dévier de 100 divisions sous 15 volts, le courant qui le traverse doit être encore de 0,01 A et la résistance totale de son circuit doit être :

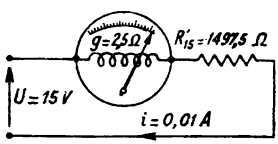


FIG. 5.

$$R_{15} = \frac{15}{0{,}01} = 1\,500\ \Omega.$$

Il faudra donc mettre en série, avec sa résistance propre 2,5 Ω, une résistance dite *résistance additionnelle*,

$$R'_{15} = 1\,500 - 2{,}5 = 1\,497{,}5\ \Omega \text{ (fig. 5).}$$

On réalisera l'étendue de mesure 0-150 volts avec une résistance totale

$$R_{150} = \frac{150}{0{,}01} = 15\,000\ \Omega,$$

ce qui nécessitera la résistance additionnelle

$$R'_{150} = 15\,000 - 2{,}5 = 14\,997{,}5\ \Omega.$$

Les deux cas précédents reviennent à obtenir des étendues de mesure 15 : 0,025 = 600 fois ou 150 : 0,025 = 6 000 fois plus grandes, et il a fallu pour cela des résistances totales 600 fois ou 6 000 fois plus grandes que la résistance propre du milliampèremètre.

Bref, si l'on veut obtenir une étendue de mesure *m* fois plus grande, il faut avoir une résistance totale *m* fois plus grande que celle de l'instrument proprement dit et, par conséquent, mettre en série avec lui une résistance additionnelle :

$$R' = (m - 1)\, g.$$

En définitive, un voltmètre est donc un milliampèremètre, dont le cadran est gradué en volts. Les résistances additionnelles sont logées à l'intérieur du boîtier ou forment un bloc supplémentaire.

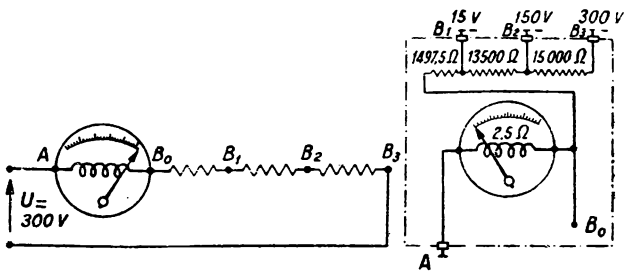


FIG. 6.

Elles sont convenablement mises en série; il y a une borne d'entrée et autant de bornes de sortie que de sensibilités. La figure 6 explique cette disposition.

REMARQUE. — Un bon voltmètre est toujours un appareil de grande résistance. Il n'est donc jamais traversé que par un courant négligeable de l'ordre du centième d'ampère, s'il a une résistance de l'ordre de 100 Ω par volt.

B. — GROUPEMENT DES RÉSISTANCES EN PARALLÈLE

6. Circuits en parallèle. Expérience fondamentale et loi.

Expérience. — Connectons différents récepteurs soit aux mêmes bornes d'un générateur, soit aux mêmes bornes d'alimentation (fig. 7); on dit alors qu'ils sont groupés en *parallèle* ou encore en *dérivation.*

Plaçons un ampèremètre sur chacune des *branches* ou *brins,* un autre soit avant la borne d'entrée (fig. 7), soit après la borne de sortie, pour obtenir l'intensité du courant fourni à l'ensemble et appelée *intensité totale.* On lit par exemple :

$$I = 15\ A, \quad I_1 = 2\ A, \quad I_2 = 7\ A, \quad I_3 = 6\ A,$$

ce qui montre que :

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Il en est toujours ainsi et cela s'explique aisément : les trois fils de ligne 1, 2, 3, 1', 2', 3' porteraient chacun les intensités I_1, I_2, I_3;

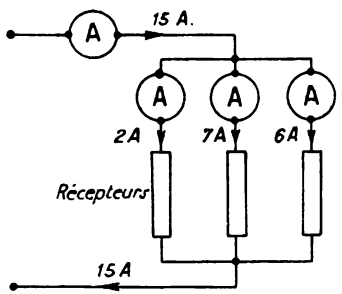


FIG. 7.

réunis, le fil unique qui les remplace porte la somme $I_1 + I_2 + I_3$.

On peut donc énoncer la loi suivante.

LOI DE LA SOMME DES INTENSITÉS. — **L'intensité du courant fourni à des récepteurs montés en parallèle est égale à la somme des intensités des courants reçus par chacun d'eux :**

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots$$

7. Cas de résistances mortes. Résistance équivalente.

On peut, en particulier, grouper en parallèle des résistances mortes (fig. 8); on appelle encore *résistance équivalente* la résistance unique

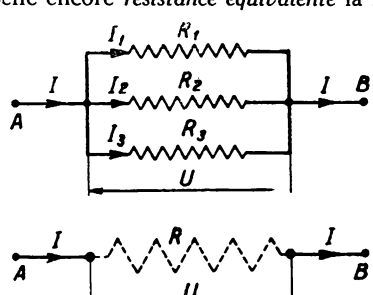


FIG. 8.

qui absorberait le même courant que l'ensemble du groupement, sous la même tension.

Si nous la représentons par R, on a donc :

$$I = \frac{U}{R} = U \times \frac{1}{R}.$$

Or les intensités I_1, I_2 ..... sont respectivement :

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3} .....$$

et, d'après la loi de la somme des intensités,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + ... = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...\right)$$

en mettant U en facteur commun.

Si l'on rapproche les deux valeurs de I, il vient alors :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...$$

Loi. — **L'inverse de la résistance équivalente à des résistances groupées en parallèle est égal à la somme des inverses des résistances du groupement.**

Remarque. — La résistance équivalente à des résistances groupées en parallèle est toujours plus petite que la plus faible des résistances du groupement.

Cas particulier de résistances identiques. — Si l'on groupe *n* résistances de même valeur R_1, la résistance équivalente a pour valeur :

$$R = \frac{R_1}{n}.$$

8. Application aux lampes à incandescence.

a) Généralement, les lampes à incandescence se placent toutes en dérivation sur les deux conducteurs de la ligne d'alimentation; par exemple, toutes les lampes marquées 120 V peuvent être ainsi montées en parallèle sur les fils de ligne d'un secteur de distribution sous 120 volts (fig. 9). L'intensité que chacune d'elles admet dépend

de sa puissance et l'intensité dans la ligne, à l'entrée de la distribution, est égale à la somme des intensités admises par chacune des lampes.

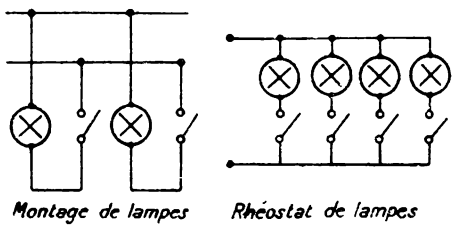


FIG. 9.

b) On établit aisément un *rhéostat de lampes* en les installant en dérivation entre deux conducteurs (fig. 9). En mettant successivement les lampes en circuit, on diminue la résistance du rhéostat.

9. Montage potentiométrique.

On désigne ainsi un montage qui permet de réduire la tension d'alimentation dont on dispose.

Il est essentiellement formé d'une résistance fixe convenablement choisie qu'on branche aux bornes d'alimentation (fig. 10); le récepteur à alimenter est placé en dérivation entre l'une des bornes d'alimentation et un curseur mobile sur la résistance fixe AB. Si le curseur est en A, le récepteur est alimenté sous la tension U; si le curseur est en B, la tension aux bornes du récepteur est nulle (ses deux bornes sont réunies, elles sont au même potentiel).

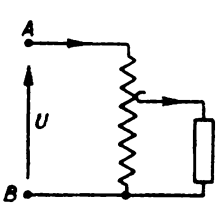


FIG. 10.

Si le curseur occupe une position intermédiaire entre A et B, la tension est comprise entre zéro et U, la portion de la résistance fixe comprise entre A et le curseur provoquant une certaine chute de tension.

10. Mise hors circuit d'une résistance.

Soit une résistance insérée dans un circuit et traversée par un certain courant I (fig. 11). Installons, entre ses bornes, une dérivation

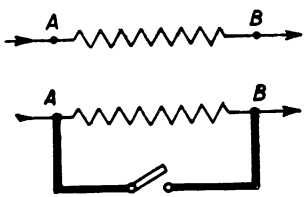


FIG. 11.

formée par un conducteur de cuivre de forte section, de résistance pratiquement nulle. Tout le courant passe désormais par cette dérivation. Cela explique l'utilisation des fiches d'une boîte de résistance. On mettrait de la même manière hors circuit un récepteur quelconque.

11. Augmentation de l'étendue de mesure d'un ampèremètre. Shunt.

On peut augmenter l'étendue de mesure d'un ampèremètre en branchant une résistance entre ses bornes. Le courant se divise alors entre l'instrument proprement dit et la résistance que l'on appelle *shunt ;* on dit qu'on a shunté l'ampèremètre.

Reprenons le milliampèremètre que nous avons transformé en voltmètre. Il avait une résistance $g = 2{,}5\ \Omega$; l'aiguille était au bout de la graduation pour un courant de 10 mA = 0,010 A, et la *tension à ses bornes* avait alors pour valeur :

$$u = 2{,}5 \times 0{,}01 = 0{,}025\ \text{V}.$$

Proposons-nous de le shunter de manière à pouvoir mesurer des intensités 1 000 fois plus grandes, c'est-à-dire atteignant au maximum $0{,}010 \times 1\,000 = 10$ A. Il suffira que le shunt soit choisi de maniere qu'il ne passe jamais dans l'instrument que la fraction $\frac{I}{1\,000}$

du courant total (fig. 12); dans le shunt de résistance s passera donc le courant d'intensité $\frac{999}{1\,000}$ I.

Mais la différence de potentiel est la même aux bornes de l'ampè-

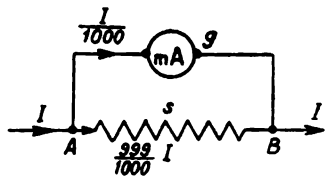


FIG. 12.

remètre et de son shunt, qui sont communes, et la loi d'Ohm pour une résistance morte (équipage de l'ampèremètre immobile) donne alors :

$$u = g \times \frac{I}{1\,000} = s \times \frac{999}{1\,000} I,$$

d'où $$s = \frac{g}{999} = \frac{2{,}5}{999} = 0{,}002\,502\ \Omega = 2\,502\ \mu\Omega.$$

De manière plus générale, si l'on veut obtenir un shunt de pouvoir multiplicateur m, c'est-à-dire tel que l'intensité totale soit égale à l'intensité lue multipliée par m (en supposant la graduation établie, appareil non shunté), on devra prendre ou construire un shunt de résistance :

$$s = \frac{g}{m - 1}.$$

Les shunts sont faits d'une bande de maillechort ou de manganine

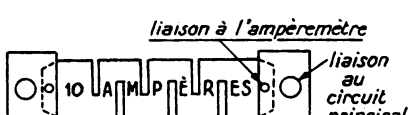


FIG. 13.

convenablement ajustée (fig. 13), et on peut établir pour un milliampèremètre déterminé tout un jeu de shunts permettant un large

domaine d'emploi. On choisit celui qui convient le mieux à la mesure à faire. Généralement chacun d'eux porte l'inscription du courant maximal; celui que nous avons numériquement déterminé porterait ainsi « 10 A »; le suivant, « 20 A », par exemple. Pour le premier, une division correspond alors à $\frac{10}{100} = 0{,}1$ A; pour le second, à $\frac{20}{100} = 0{,}2$ A, etc...

REMARQUE IMPORTANTE. — Les connexions doivent être assurées de manière que le shunt ne puisse se détacher du circuit principal; si cela arrivait et que le milliampèremètre reste en place, celui-ci serait traversé par un courant qui le *grillerait* irrémédiablement. Il est d'ailleurs préférable de ne pas laisser le milliampèremètre en circuit quand la mesure est faite et il suffit, pour le mettre hors circuit, de déconnecter l'un des cordons ou les deux cordons qui le placent en dérivation sur le shunt.

C. — ASSOCIATION DES RÉSISTANCES MORTES EN SÉRIE PARALLÈLE

Des circuits complexes peuvent être formés de combinaisons de résistances en série et de résistances en parallèle.

Il suffit, pour résoudre les problèmes posés, d'appliquer la loi d'Ohm pour les résistances mortes et les résultats qui précèdent.

Il est extrêmement important de ne pas oublier que ces résultats s'appliquent uniquement à des résistances mortes : résistances de montages de mesures, résistances de réglages de postes de T. S. F., lampes à incandescence, fours à résistances.

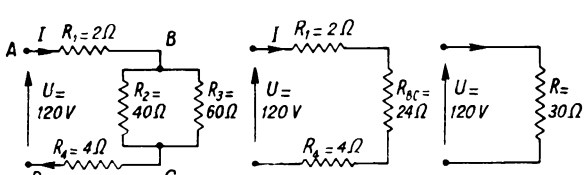


FIG. 14.

Le cas de dérivations contenant un moteur sera traité plus loin (chap. XI).

Exemple. — A titre d'exemple, traitons le cas suivant :

On alimente sous 120 volts le circuit complexe de la figure 14. Déterminer le courant I demandé au secteur.

R_2 et R_3 groupées en parallèle peuvent être remplacées, pour le calcul, par la résistance équivalente R_{BC} et l'on sait que :

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{60 + 40}{60 \times 40} = \frac{100}{2\,400}$$

$$R_{BC} = \frac{2\,400}{100} = 24\ \Omega.$$

La résistance équivalente aux trois résistances R_1, R_{BC}, R_4 est alors :

$$R = R_1 + R_{BC} + R_4 = 2 \quad 24 + 4 = 30\ \Omega.$$

On a donc :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{120}{30} = 4\ A.$$

RÉSUMÉ

A) **La résistance équivalente à des résistances montées en série est égale à leur somme :**

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots$$

Les rhéostats sont des résistances variables. Les types les plus courants sont le rhéostat à curseur, le rhéostat à plots et le rhéostat à liquide.

On peut changer à volonté la sensibilité d'un voltmètre en mettant en série une résistance convenablement calibrée.

B) **L'intensité du courant fourni à des récepteurs montés en parallèle est égale à la somme des intentités des courants reçus par chacun d'eux :**

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots$$

L'inverse de la résistance équivalente à des résistances groupées en parallèle est égal à la somme des inverses des résistances du groupement :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots\ldots$$

On peut changer à volonté la sensibilité d'un ampèremètre en branchant à ses bornes une résistance convenablement calibrée que l'on appelle shunt.

Exercices.

1. *Déterminer la tension nécessaire pour faire circuler un courant de* 0,4 A *dans des lampes de* 70 Ω, *de* 90 Ω, *de* 120 Ω, *toutes branchées en série. — Rép. :* 112 V.

2. *L'enroulement d'excitation d'une dynamo a pour résistance* 60 Ω. *Déterminer le rhéostat à brancher en série pour obtenir un courant de* 1,5 A *sous une tension de* 120 V. *— Rép. :* 20 Ω.

3. *Trois résistances de* 10 Ω, 20 Ω, 40 Ω *sont branchées en parallèle sur une distribution de* 120 V. *Déterminer :*

a) *Le courant qui traverse chaque résistance ;*

b) *Le courant total en ligne ;*

c) *La résistance équivalente à l'ensemble.*

Rép. : a) 12 A, 6 A, 3 A; *b)* 21 A; *c)* 5,7 Ω.

4. *Un potentiomètre (fig.* 10) *comprend une résistance principale* R = 26,8 Ω.

Le curseur qui alimente la dérivation limite une résistance x 3 Ω *prise sur la résistance totale et la dérivation est une résistance pure de valeur r* = 2 Ω. 1° *Quelle est l'intensité du courant fourni au potentiomètre pour une tension d'alimentation* U = 100 V. 2° *Quelles sont l'intensité du courant dans la dérivation alimentée et la tension à ses bornes ? — Rép. :* 4 A; 2,4 A; 4,8 V.

5. *Un galvanomètre à cadre mobile peut être employé en voltmètre ou en ampèremètre. Sur le cadran sont imprimées les indications suivantes :*

0,1 V : *tension aux bornes pour la déviation totale ;*
0,01 A : *intensité du courant produisant la déviation totale ;*
r = 10 Ω : *résistance de l'appareil.*

a) *Quelle résistance faut-il monter en série avec l'appareil pour en faire un voltmètre pouvant mesurer jusqu'à* 150 V?

b) *Quelle résistance faut-il donner au shunt à placer entre ses bornes pour en faire un ampèremètre pouvant mesurer jusqu'à* 100 A?

Faire les schémas de montage.

CHAPITRE XI

RÉCEPTEURS ÉLECTRIQUES

A. — FORCE CONTRE-ÉLECTROMOTRICE

1. Existence de la force contre-électromotrice. Relation avec la tension aux bornes du récepteur.

Première expérience. — Établissons une cuve électrolytique contenant une dissolution de soude (OHNa) de concentration connue, ce qui fixe la valeur de la résistivité ρ, avec de larges électrodes de fer limitant une colonne de liquide de longueur l et de section s. On peut alors calculer la résistance r'; ainsi avec une concentration voisine de 2,5 %, $\rho = 9{,}26$ Ω-cm^2 : cm; en prenant $l = 5$ cm et $s = 100$ cm^2, la résistance a une valeur voisine de 0,5 Ω.

Appliquons 2 volts aux bornes de la cuve (fig. 1); l'ampèremètre indique $I = 0{,}80$ A.

Si la loi d'Ohm pour une résistance morte s'appliquait, nous aurions un courant $I' = 2 : 0{,}5 = 4$ A. *Elle ne s'applique donc pas.* Mais si la cuve s'échauffe, par effet Joule, elle permet aussi d'obtenir de l'hydrogène et de l'oxygène et l'on peut déjà prévoir que cela ne s'est pas fait sans dépense d'énergie.

Deuxième expérience. — Un moteur est alimenté sous 120 V; la résistance de son induit est 1 Ω. Quand il produit un certain travail.

l'ampèremètre indique 3 A, alors que la loi d'Ohm pour une résistance morte donnerait $I' = 120 : 1 = 120$ A. *Là encore, elle ne s'applique donc pas.*

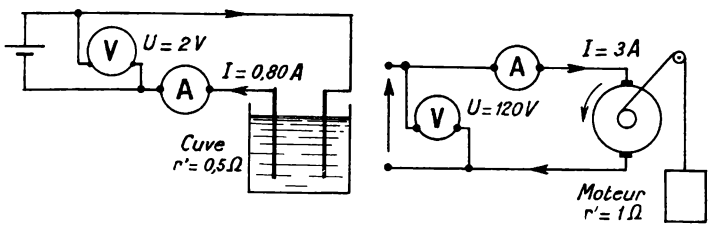


FIG. 1.

Interprétation. — L'intensité calculée $I' = u : r'$ est plus grande que l'intensité observée I. Tout se passe donc, du fait de la présence du récepteur, comme si la tension U, appliquée aux bornes, était diminuée d'une certaine quantité E' qui doit, comme U, s'évaluer en volts et qu'on appelle *force contre-électromotrice* du récepteur (abréviation : f. c. é. m.).

Autrement dit, la tension aux bornes est plus grande que le produit r' I et la dépasse de la valeur E'. Ainsi pour la cuve

$$r' \times I = 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4 \text{ V},$$

alors que U = 2 V dépasse 0,4 V de 1,6 V; pour le moteur,

$$r'I = 1 \times 3 = 3 \text{ V}, \text{ alors que } U = 120 \text{ V}.$$

Ces résultats peuvent s'exprimer par la relation :

$$U = r'I + E'. \qquad (1)$$

U et E' en **volts;** r' en **ohms :** I en **ampères;**

et l'on peut énoncer la loi suivante :

LOI. — **La tension aux bornes d'un récepteur est égale à la chute ohmique** (r'I) **augmentée de la force contre-électromotrice** (E') **du récepteur.**

La relation (1) permettrait de donner une définition de la f. c. é. m. puisqu'on peut l'écrire : $E' = U - r'I$, mais nous trouverons plus loin une définition plus caractéristique et plus générale; pour l'instant, nous ne la transformerons que pour en tirer la valeur de l'intensité.

En retranchant E′ à chacun des deux membres, puis en divisant par r', on obtient en effet :

$$I = \frac{U - E'}{r'}.$$

On pourra donc calculer I si l'on connaît U, E′, r'.

Remarquons qu'on retrouve la loi d'Ohm pour une résistance morte, à partir de la relation (1), si l'on suppose $E' = 0$; il reste $U = r'I$. La forme $U = r'I + E'$ est donc une forme plus générale que $U = rI$.

Représentation schématique. — Il est commode de représenter un récepteur par un circuit équivalent qui fait intervenir, dans un schéma simple, f. c. é. m. et résistance. Nous remplaçons le récep-

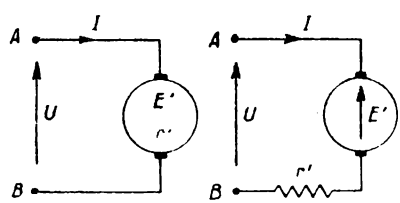


FIG. 2.

teur réel par un récepteur idéal n'ayant pas de résistance électrique. La tension entre ses extrémités est toujours égale à sa f. c. é. m.; mais pour tenir compte de la résistance intérieure, nous figurons, en série avec ce récepteur fictif, la résistance r'. Au point de vue électrique, les deux représentations sont équivalentes. Dans les deux cas, les bornes sont A et B.

2. Énergie utilement transformée. Définition de la f. c. é. m.

a) La tension U aux bornes d'un récepteur est donc supérieure à la chute ohmique de tension $r'I$ due à sa résistance. Or le récepteur transforme de l'énergie électrique en énergie d'une forme nouvelle : chimique, si c'est une cuve à électrolyse; mécanique, si c'est un

moteur. Il est naturel d'expliquer que cette énergie utile que nous représenterons par W′ est fournie par une chute de tension supplémentaire.

Comme chaque coulomb, qui traverse le récepteur, fournit évidemment la même énergie, en régime permanent, un récepteur est en définitive caractérisé par l'énergie utile W′ : q fournie par coulomb, si q est la quantité d'électricité qui l'a traversé. Cette grandeur W′ : q s'identifie, nous le démontrerons, avec ce que nous avons déjà appelé f. c. é. m.

On a donc $E' = \frac{W'}{q}$, d'où la définition :

DÉFINITION. — **On appelle f. c. é. m. d'un récepteur la grandeur mesurée par le rapport de l'énergie électrique qu'il a transformée utilement, à la quantité d'électricité qui l'a traversé.**

De la définition résultent les expressions suivantes qui donnent l'énergie utilement transformée :

$$W' = E'q, \text{ ou } W' = E'It.$$

W′ en **joules;** E′ en **volts;** q en **coulombs;**
I en **ampères;** t en **secondes.**

b) Montrons que $\frac{W'}{q}$ s'identifie bien avec E′ de la relation (1). Pour cela, établissons, par application du principe de la conservation de l'énergie, le bilan énergétique du récepteur. Il reçoit UIt; il apparaît $r'I^2t$ en chaleur par effet Joule, et l'énergie W′ est utilement transformée; on a donc :

$$UIt = r'I^2t + W',$$

ou, en divisant par $It = q$,

$$U = r'I + \frac{W'}{q}.$$

En rapprochant cette expression de la relation (1), on voit bien que E′ = W′ : q.

3. Puissance utilement transformée.

Si P′ la représente, comme P′ = W′ : t, on a :

$$P' = E'I.$$

P′ en **watts;** E′ en **volts;** I en **ampères.**

Rappelons que la puissance totale fournie au récepteur a pour valeur :

$$P = UI = r'I^2 + E'I.$$

4. Rendement électrique d'un récepteur.

DÉFINITION. — **Le rendement électrique d'un récepteur est le rapport de l'énergie qu'il transforme utilement à l'énergie totale qu'il reçoit.**

On a donc, en le représentant par η_e :

$$\eta_e = \frac{E'It}{UIt} = \frac{E'}{U} = \frac{U - r'I}{U} = 1 - \frac{r'I}{U}$$

et l'on voit ainsi qu'on l'améliore, à choses égales d'ailleurs, en diminuant r'. C'était évident, *à priori*, puisque la puissance $r'I^2$ apparue en chaleur est généralement inutilement dépensée; elle n'est qu'un gaspillage.

Il arrive cependant, en électrochimie, qu'on doive porter la cuve à une température supérieure à la température ambiante, pour obtenir la réaction voulue. Il peut être alors plus avantageux d'employer l'effet Joule à obtenir cette élévation de température que d'employer un foyer extérieur.

5. De quoi dépend la force contre-électromotrice?

1° *Cas d'une cuve.* — Dans le cas d'une cuve à électrolyse, elle dépend uniquement de la réaction chimique, c'est-à-dire des corps fabriqués à partir des substances dont on part. Elle ne dépend ni de la dimension de la cuve, ni de la disposition ou des dimensions des électrodes, ni de l'intensité du courant fourni.

On peut la calculer, au moins en première approximation, à l'aide des données de la réaction chimique dont le récepteur est le siège, par application du principe de la conservation de l'énergie. Elle est évidemment nulle si la cuve ne produit aucun corps nouveau.

Par exemple, celle d'une cuve à solution de soude pour la fabrication des gaz hydrogène et oxygène est voisine de 1,6 V.

2° *Cas d'un moteur.* — Elle dépend de la construction de l'induit par le nombre de conducteurs périphériques, de l'excitation, de

la vitesse de rotation. Pour certains types de moteurs (moteur série), elle dépend du courant de travail; pour d'autres (moteur shunt), elle en est à peu près indépendante. Les choses sont donc plus compliquées que pour une cuve.

6. Détermination expérimentale de la f. c. é. m.

On pourra toujours l'obtenir, si l'on connaît la résistance r' du récepteur, en mesurant l'intensité I pour une tension aux bornes U, puisque la relation (1) peut encore s'écrire :

$$E' = U - r'I.$$

Par exemple, dans le cas du moteur de la deuxième expérience, dans les conditions où il fonctionnait :

$$E' = 120 - 1 \times 3 = 117 \text{ volts.}$$

7. Grandeurs caractéristiques d'un récepteur. Plaque signalétique d'un moteur.

Ce qui précède montre qu'un récepteur est d'abord caractérisé par sa f. c. é. m. et par sa résistance électrique. Mais cela ne suffit pas et il faut encore connaître la puissance maximale qu'il est capable d'absorber sans risques de détérioration.

Dans le cas des moteurs électriques, le constructeur indique généralement, sur une *plaque signalétique*, la tension normale d'alimentation, la puissance mécanique disponible sur l'arbre (en chevaux souvent encore) et la vitesse de rotation en marche normale.

Aucun de ces renseignements ne fournit la f. c. é. m. ni la résistance intérieure; mais en se donnant une valeur du rendement on peut calculer l'intensité absorbée en régime normal et cette valeur suffit pour dimensionner la ligne d'alimentation.

B. — GROUPEMENT DES RÉCEPTEURS

8. Récepteurs en série. Récepteur équivalent.

Plaçons des récepteurs en série (fig. 3). Ils sont alors tous traversés par le même courant I et tout ce que nous venons d'apprendre s'applique à chacun d'eux. Par ailleurs, nous savons que la

tension U entre deux points est égale à la somme des tensions entre les points intermédiaires.

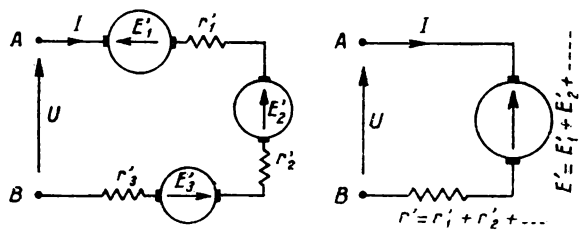


FIG. 3.

Si E_1' et r_1' sont la f. c. é. m. et la résistance intérieure du premier récepteur, compte tenu, si c'est nécessaire, de la résistance des conducteurs qui l'unissent au générateur et à son voisin, si E_2' et r_2' sont celles du deuxième, etc., on a donc :

$$U = (E_1' + r_1'I) + (E_2' + r_2'I) + \ldots\ldots,$$

ou, en groupant les E' et les r',

$$U = (E_1' + E_2' + \ldots\ldots) + (r_1' + r_2' + \ldots\ldots)\, I.$$

Il en résulte qu'on peut, schématiquement et pour les calculs, remplacer l'ensemble par un récepteur idéal unique qui aurait une f. c. é. m. E' égale à la somme des f. c. é. m. $E_1' + E_2' + \ldots\ldots$ et pour résistance une résistance r' égale à la somme $r_1' + r_2' + \ldots\ldots$ Alors :

$$U = E' + r'I,$$

relation de même forme que celle du paragraphe 1.

Par exemple, une série de dix cuves à électrolyse, ayant chacune une f. c. é. m. 1,6 V et une résistance 0,002 Ω, traversée par un courant I = 100 A, exige une tension aux bornes :

$$U = 10 \times 1{,}6 + (10 \times 0{,}002) \times 100 = 18 \text{ V}.$$

9. Montage en dérivation. Réseaux sous tension constante.

Sauf de très rares exceptions, toutes les distributions d'énergie électrique se font sous tension constante.

Sous forme simplifiée, deux fils de ligne partent des deux bornes

du générateur et tous les récepteurs sont placés en dérivation entre ces deux fils (fig. 4); l'usine génératrice maintient, en principe, une tension constante, 120 V par exemple, aux bornes des récepteurs.

Le problème se complique du fait qu'en réalité tous les récepteurs ne sont pas tous à la même distance de l'usine et qu'il y a des chutes de tension dues à la résistance de la ligne, du fait encore que l'intensité demandée varie d'un instant à l'autre, du fait aussi des imperfections des générateurs.

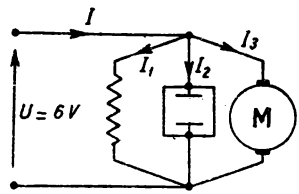


FIG. 4. — Lampes : R 1 = 3 Ω
Cuve : R_2 = 1,5 Ω, E'_2 = 4,8 V.
Moteurs : R_3 = 0,25 Ω, E'_3 = 3,6 V.

Au total, et grâce à des réglages manuels ou automatiques des générateurs, on arrive à maintenir une tension pratiquement constante et sensiblement uniforme aux bornes de tous les récepteurs d'un réseau de distribution bien établi et normalement utilisé.

L'intensité pour chaque brin de la dérivation est calculable si l'on connaît la résistance du brin et la f. c. é. m. du récepteur qu'il contient.

Si l'on admet que l'alimentation se fait sous tension invariable, chaque récepteur est absolument indépendant des autres, au point de vue de son fonctionnement électrique.

L'intensité totale débitée par le générateur est égale à la somme des intensités fournies à chacun des récepteurs.

Ainsi, dans le cas de la figure 4, on a :

$$I_1 = \frac{6}{3} = 2\ A \qquad I_2 = \frac{6 - 4{,}8}{1{,}5} = 0{,}8\ A \qquad I_3 = \frac{6 - 3{,}6}{0{,}25} = 9{,}6\ A$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2 + 0{,}8 + 9{,}6 = 12{,}4\ A.$$

REMARQUE. — La mise en marche d'un récepteur provoque généralement une chute de tension aux bornes de tous les autres, mais l'usine réagit pour rétablir la tension voulue. Par exemple, les lampes baissent quand, dans leur voisinage, on met en marche un moteur puissant.

RÉSUMÉ

A) La loi d'Ohm pour une résistance morte ne s'applique pas au cas d'un récepteur transformant de l'énergie électrique en énergie chimique ou mécanique. Il possède une force contre-électromotrice E′ dont il est indispensable de tenir compte pour calculer l'intensité I, quand on applique une tension donnée U. Si r' est la résistance du récepteur, on a les relations équivalentes :

$$U = r'I + E'; \qquad I = \frac{U - E'}{r'}.$$

La puissance et l'énergie utilement transformées ont pour valeur :

$$P' = E'I; \qquad W' = E'It = E'q$$

mais c'est la relation générale du chapitre V qui fournit toujours la puissance et l'énergie totales :

$$P = UI; \qquad W = UIt = E'It + r'I^2t.$$

Le rendement a pour valeur :

$$\eta_r = \frac{W_u}{W} = \frac{P_u}{P} = \frac{E'}{U} = 1 - \frac{r'I}{U}.$$

Pour qu'il soit de qualité, il faut que la résistance électrique du récepteur soit aussi petite que possible.

B) Les récepteurs s'utilisent parfois en série, le plus souvent en parallèle sous tension constante. Dans ce dernier cas, ils sont pratiquement indépendants les uns des autres et l'intensité du courant fourni à l'ensemble est égale à la somme des intensités fournies à chacun d'eux.

Exercices

1. *Une cuve à électrolyse absorbe 2 A quand on l'alimente sous une tension de 2 V. Elle absorbe 1,7 A sous la tension de 1,85 V.*

Déterminer sa f. c. é. m. et sa résistance intérieure.

Rép. : 1 V; 0,5 Ω.

2. *Un moteur de résistance intérieure 0,5 Ω absorbe un courant de 15 A sous la tension de 115 V. On demande :*

1° *Sa f. c. é. m. ;*

2° *Son rendement électrique ;*

3° *La résistance à brancher en série avec le moteur pour que le courant n'excède pas* 25 A *en démarrage.*

Rép. : 107,5 V; 93,6 %; 4,1 Ω.

3. *Un atelier alimenté en courant continu comprend les récepteurs suivants branchés en dérivation sous la tension de* 220 V :

Dix lampes de 100 W;

Un moteur de 4 kW, *rendement* 0,80;

Un moteur de 2 kW, *rendement* 0,75.

1° *Déterminer l'intensité absorbée par l'atelier.*

2° *Sachant que l'atelier est alimenté par l'intermédiaire d'une ligne dont la résistance totale est* 0,3 Ω, *déterminer la tension à appliquer au départ de la ligne.*

Rép. : 39,4 A; 231,8 V.

4. *Un atelier absorbant* 18 *kW sous* 220 *V est alimenté par un générateur situé à* 150 *m. Calculer la plus faible section à donner aux conducteurs de la ligne si l'on admet que la chute de tension entre le générateur et l'atelier ne doit pas dépasser* 22 *V. On donne la résistivité du conducteur de ligne* : $\rho = 1{,}8\ \Omega\text{-cm}^2/\text{cm}$.

Rép. : $s \geqslant 20\ \text{mm}^2$.

5. *Une cuve à électrolyse a une f. c. é. m.* $E' = 1{,}6$ *V et la tension à ses bornes est* $U = 1{,}9$ *V pour un courant* $I = 30\,000$ *A. Quels sont sa résistance intérieure, son rendement électrique, la puissance gaspillée par effet Joule, celle utilement transformée ?*

Rép. : 10 μΩ; 0,84; 9 kW; 48 kW.

CHAPITRE XII

GÉNÉRATEURS ÉLECTRIQUES

A. — FORCE ÉLECTROMOTRICE

1. Force électromotrice d'un générateur. Relation avec la tension aux bornes.

Expérience. — Prenons un accumulateur au plomb comme générateur et montons le circuit de débit représenté par la figure 1.

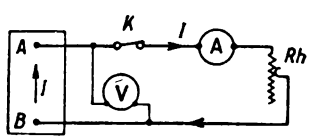


FIG. 1.

Le voltmètre fournit la tension aux bornes du générateur qui sont du reste, en même temps, celles du récepteur. Mais, bien entendu, celle de sortie A du générateur est en même temps celle d'entrée du récepteur. Le voltmètre est de qualité; il n'absorbe qu'un courant négligeable.

Mesurons la tension aux bornes à vide (le générateur ne débite pas, K est ouvert), puis pour différentes valeurs de l'intensité et plus particulièrement pour des valeurs I et 2 I. On constate que la tension baisse quand le courant débité croît et l'on a, par exemple :

Courant débité en ampères	Tension aux bornes en volts	Chute de tension
0	2,01	
2	1,97	0,04 V
4	1,93	0,08 V

Aux erreurs d'expérience près, la chute de tension double avec l'intensité débitée.

Interprétation. — Cherchons à interpréter ce fait. Il suffit pour cela de remarquer que la colonne d'électrolyte qui sépare les électrodes de l'accumulateur (chap. XV) a, comme d'ailleurs une cuve à électrolyse, une certaine résistance électrique. Cette résistance, que nous représenterons par r, entraîne une chute de tension rI, qui double bien avec I et l'on aurait ainsi $r \times 2 = 0{,}04$ V, puis $r \times 4 = 0{,}08$ V, ce qui donne la valeur $r = 0{,}02\ \Omega$.

Si l'on représente par U la tension aux bornes pour le débit I et par E sa valeur à vide, on voit que les résultats précédents traduisent que la différence E — U est égale à la chute ohmique rI ou que la tension U est égale à E diminuée de la chute rI, qu'on peut appeler *chute ohmique interne* de tension. On peut donc écrire la relation :

$$U = E - rI. \qquad (1)$$

U et E en **volts;** r en **ohms;** I en **ampères.**

En appelant E *force électromotrice* du générateur (abréviation : f. é. m.), on peut énoncer la loi suivante :

Loi. — **La tension aux bornes d'un générateur qui débite est égale à sa f. é. m. diminuée de la chute ohmique interne de tension.**

Représentation schématique. — Comme pour un récepteur, il est commode de représenter un générateur par un circuit équivalent, qui fait intervenir sa f. é. m. et sa résistance.

Nous remplaçons ainsi le générateur réel par un générateur idéal n'ayant pas de résistance intérieure. La tension entre ses extrémités est toujours égale à sa f. é. m. E, quel que soit le débit;

mais pour tenir compte de la résistance intérieure, nous figurons, en série avec ce générateur fictif, la résistance *r*. Au point de vue électrique, les deux représentations de la figure 2 sont équivalentes.

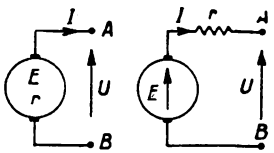


FIG. 2.
Schéma d'un générateur.

REMARQUE. — Dans le cas du générateur que nous avons choisi, accumulateur au plomb, on trouve une valeur invariable, en calculant E par la somme $E = U + \text{chute}$ (1,97 + 0,04 = 2,1 V; 1,93 + 0,08 = 2,1 V); c'est que la f. é. m. conserve la même valeur quelle que soit l'intensité du courant débité. Dans ces conditions, on peut mesurer la f. é. m. en mesurant la tension à vide puisque $U = E$ quand $I = 0$. Comme un bon voltmètre ne consomme qu'un courant négligeable, il suffit donc de le brancher aux bornes pour obtenir la f. é. m. de l'accumulateur. Mais le plus souvent, à cause de complications de fonctionnement (polarisation des électrodes d'une pile, réaction magnétique de l'induit des dynamos), la f. é. m. varie avec le débit et diminue quand il croît. Cette variation est d'ailleurs faible pour les dynamos et généralement on la néglige. Si l'on veut en tenir compte, on ne peut plus déterminer la f. é. m. en mesurant la tension à vide, et c'est seulement la relation $E = U + rI$ tirée de la relation (1) qui permet de la calculer et qui pourrait servir de définition; mais nous en donnerons une plus caractéristique comme nous l'avons fait pour la f. c. é. m. d'un récepteur.

2. Énergie électrique totale fournie par un générateur.

a) Un générateur débite des coulombs (de l'électricité), qui le quittent par sa borne positive et y reviennent par sa borne négative. Ils ont subi, tout au long du circuit extérieur, une certaine chute de tension et le générateur doit les rendre aptes à fournir à nouveau du travail, en les reportant à leur potentiel de départ.

On pourrait imaginer, en hydraulique, quelque chose d'analogue. L'eau d'un réservoir (qui ne serait pas alimenté par la pluie) (fig. 3) est à un niveau élevé; à la sortie de la turbine, elle est au niveau bas et n'est plus capable de travailler. Imaginons qu'une pompe la remonte au niveau supérieur; elle retrouve ainsi son énergie potentielle initiale et le jeu peut continuer à condition, bien entendu,

qu'on dépense le travail nécessaire pour actionner la pompe. Il y a d'ailleurs, nécessairement, une perte de travail, plus ou moins grande, au passage du niveau bas au niveau haut, à cause des

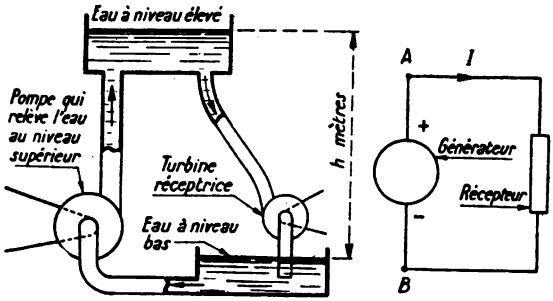


FIG. 3.

frottements du liquide sur les parois de la conduite et de la pompe. et il y a une perte analogue le long de la canalisation d'alimentation de la turbine.

Cette solution fait évidemment sourire car il serait plus économique d'atteler directement sur les machines, que la turbine entraîne, le moteur qui ferait tourner la pompe et la comparaison n'est faite que pour donner une image de ce qui se passe dans le cas du générateur électrique.

Bref, le générateur électrique entretient la circulation de l'électricité dans le circuit parce qu'il maintient une d. d. p. entre ses bornes comme la pompe entretient celle de l'eau dans la canalisation, parce qu'elle maintient une différence de niveau.

Mais pour reporter des coulombs à un potentiel plus élevé, le générateur doit dépenser de l'énergie comme la pompe en dépense, et c'est cette énergie qu'il transforme en énergie électrique; il ne la crée pas. Ainsi, une dynamo ou un alternateur reçoivent de l'énergie mécanique qu'un moteur hydraulique ou thermique leur fournit; une pile la reçoit de réactions chimiques.

D'ailleurs, pour revaloriser en énergie les coulombs qu'il débite, le générateur doit évidemment leur fournir celle qu'on retrouve dans le circuit extérieur augmentée de celle qui se dissipe en chaleur, par effet Joule, dans le générateur lui-même, à cause de sa résistance, et qui correspond à la chute ohmique interne de tension.

Comme chaque coulomb a été remonté au même potentiel, à son passage à travers le générateur, si q représente la quantité d'électricité débitée pendant un certain temps et W_g l'énergie électrique totale qui lui correspond, le rapport W_g/q mesure l'énergie fournie par coulomb débité et peut servir à caractériser le générateur.

Nous démontrerons que ce rapport s'identifie avec ce que nous avons déjà appelé f. é. m., si bien que :

$$E = \frac{W_g}{q}.$$

On peut donc maintenant donner de la f. é. m. d'un générateur la définition suivante :

FORCE ÉLECTROMOTRICE. DÉFINITION. — **On appelle force électromotrice d'un générateur la grandeur mesurée par le rapport de l'énergie électrique totale qu'il fournit à la quantité d'électricité qui l'a traversé.**

La f. é. m. varie d'un générateur à l'autre. Elle vaut 2 V pour un accumulateur au plomb, 1,45 V pour une pile Leclanché, 110 à 120 V, parfois 400, 500, 600 V, pour les dynamos.

De la définition résultent les expressions suivantes qui donnent l'énergie totale débitée :

$$W_g = Eq, \quad \text{ou} \quad W_g = EIt.$$

W_g en **joules;** E en **volts;** q en **coulombs;** I en **ampères;** t en **secondes.**

b) Vérifions que la définition $E = W_g : q$ est en accord avec celle que permettait le paragraphe précédent.

Il suffit, pour cela, d'établir le bilan de l'énergie. On retrouve dans le circuit extérieur l'énergie UIt, qui est la différence entre l'énergie totale W_g fournie par le générateur et celle rI^2t, dissipée dans l'intérieur même du générateur, par effet Joule. On a donc :

$$UIt = W_g - rI^2t,$$

soit, en divisant tous les termes par $It = q$,

$$U = \frac{W_g}{q} - rI.$$

En rapprochant de (1), on voit bien que $\frac{W_g}{q} = E$.

3. Puissance électrique totale.

Si P_g la représente, comme elle est égale en régime permanent, à l'énergie totale débitée par unité de temps, nous avons :

$$P_g = EI.$$

P_g en **watts;** E en **volts;** I en **ampères.**

Rappelons que la puissance P disponible, dans le circuit extérieur, a pour valeur :

$$P = UI = EI - rI^2.$$

4. Rendement électrique.

DÉFINITION. — **Le rendement électrique d'un générateur est le rapport de l'énergie** UI **disponible aux bornes, à l'énergie totale** EI **qu'il développe.**

En le représentant par η_e, d'après cette définition :

$$\eta_e = \frac{UIt}{EIt} = \frac{U}{E} = \frac{E - rI}{E} = 1 - \frac{rI}{E}.$$

Comme dans le cas d'un récepteur, on améliore le rendement électrique en diminuant *r*, c'est-à-dire en diminuant la perte par effet Joule. C'était évident puisque l'effet Joule correspond à un gaspillage qu'on doit toujours réduire, autant qu'il est possible.

5. De quoi dépend la f. é. m. d'un générateur?

1° Dans le cas des piles et des accumulateurs, la f. é. m. dépend uniquement de leur constitution chimique, mais elle varie généralement au cours du débit. Par exemple, la plupart des piles se polarisent (chap. XIV, § 3).

2° Dans le cas des dynamos, elle dépend de la construction et des conditions d'utilisation : excitation et vitesse.

3° Il existe des générateurs qui transforment directement l'énergie thermique en énergie électrique et qu'on appelle *piles thermo-électriques.*

Soudons un fil de fer à deux fils de cuivre (d'une façon plus générale, deux fils faits de métaux différents) et réunissons aux bornes d'un galvanomètre. Si les deux soudures sont, dans l'air ambiant, à la même température, le galvanomètre reste au zéro. Portons les soudures à des températures différentes (fig. 4); on observe une déviation du galvanomètre, qui dure tant que les deux soudures sont à des températures différentes et qui varie avec la différence des températures. On doit conclure que le dispositif forme un véritable générateur, dont la force électromotrice dépend de la nature des métaux et de la différence des températures des deux soudures.

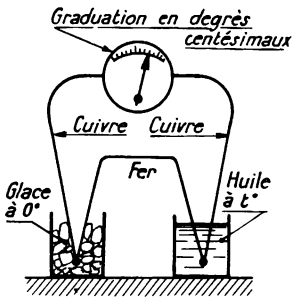


FIG. 4.

En fait de tels dispositifs ne seront vraisemblablement utilisés comme générateurs d'énergie que dans des cas très spéciaux. Mais, dans un circuit donné, le courant produit par un tel couple de deux métaux dépendant seulement de la différence de température des deux soudures on conçoit qu'on puisse l'utiliser à des mesures de différences de températures. C'est ainsi que de tels **thermocouples** sont fréquemment employés pour déterminer la température des fours à tremper ou à recuire. Le microampèremètre, au lieu d'être gradué en microampères, l'est en degrés Celsius dits aussi centésimaux.

6. Mesure de la f.é.m. d'un générateur.

1° A vide, elle se confond toujours avec la d.d.p. aux bornes. On l'obtiendra donc en branchant un voltmètre directement aux bornes. On devra seulement être certain que la f.é.m. à mesurer ne dépasse pas notablement l'étendue de mesure du voltmètre employé et, si ce voltmètre est à plusieurs sensibilités, on devra utiliser d'abord la plus faible sensibilité.

2° Si le générateur débite, le voltmètre branché à ses bornes ne fournira que la tension aux bornes U. Si l'on connaît la résistance r

du générateur et l'intensité I du courant débité, la relation (1) permettra de calculer la f.é.m. :

$$E = U + rI.$$

7. Grandeurs caractéristiques d'un générateur.

Pour être renseigné sur un générateur, on doit connaître :

1° *Sa f.é.m.;*

2° *Sa résistance intérieure;*

3° *Sa puissance maximale* qui est donnée, si la f.é.m. est constante ou pratiquement constante, par l'intensité maximale que le générateur peut débiter sans risques de détérioration.

La plaque signalétique d'une dynamo porte généralement les valeurs de la tension aux bornes et de la puissance en régime normal. Par exemple : 120 volts, 12 kW.

On peut obtenir la f.é.m. en se donnant une chute ohmique interne acceptable, par exemple 5 % de la tension aux bornes.

On aurait en effet pour ce régime :

$$I = \frac{12\,000}{120} = 100 \text{ A}; \qquad rI = 5\,\frac{120}{100} = \frac{600}{100} = 6 \text{ V};$$

$$E = 120 + 6 = 126 \text{ V}; \qquad r = 0{,}06\,\Omega;$$

$$\eta_{10} = \frac{120}{126} = 0{,}95 = 95\ \%.$$

B. — COUPLAGE DES GÉNÉRATEURS

On groupe des générateurs pour obtenir ce qu'un seul ne pourrait fournir. Nous allons déterminer, pour chacun des modes de couplage, la f.é.m. et la résistance du générateur unique équivalent aux générateurs couplés. Il développerait la même f.é.m., totale et fournirait, au circuit extérieur, la même puissance sous la même tension, pour le même débit.

8. Couplage en série.

1° *Montage.* — On place les générateurs l'un à la suite de l'autre, en réunissant la borne négative du premier à la borne positive du deuxième, etc... (fig. 5).

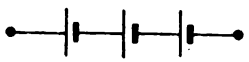


FIG. 5.

2° *F. é. m. et résistance du générateur équivalent. Expérience.* — Montons, en série, un accumulateur au plomb (E_1 2 V), une pile Leclanché (E_2 = 1,45 V), une pile Daniell (E_3 1,08 V) dont nous avons mesuré séparément les f. é. m.

Le voltmètre branché aux bornes de la batterie indique 4,53 V (fig. 6).

Or, 2 + 1,45 + 1,08 4,53.

On a pu mesurer la résistance intérieure *r* de chaque générateur. Si elles sont respectivement 0,05 Ω, 1,1 Ω et 0,2 Ω, la mesure pour l'ensemble donne 1,35 Ω.

Or 1,35 = 0,05 + 1,1 + 0,2; ce résultat était du reste facile à prévoir puisque les résistances sont elles-mêmes en série.

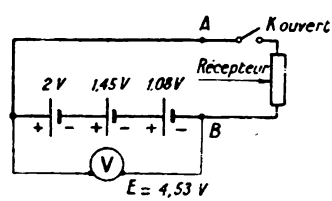


FIG. 6.

Conclusion. — On peut donc énoncer la loi suivante :

LOI. — **La f. é. m. du générateur équivalent à des générateurs couplés en série est égale à la somme des f. é. m. des générateurs couplés.**

Sa résistance est égale à la somme des résistances des générateurs couplés.

Ainsi les lampes de poche fonctionnent sous environ 4 V; on les alimente par trois éléments genre Leclanché (*e* = 1,4 V), montés en série (E = 1,4 × 3 4,2 V).

3° *Limite supérieure du courant.* — Si les générateurs sont différents, le courant est limité par celui d'entre eux qui tolère la plus faible intensité. Il est donc rationnel, sauf cas exceptionnels, de ne coupler en série que des générateurs capables de débiter un courant maximal du même ordre de grandeur, mais ils peuvent être d'espèces différentes.

4° *Cas particulier de générateurs identiques.* — Il en sera ainsi le plus souvent. Si E_1 et r_1 sont la f. é. m. et la résistance de chacun des n générateurs de la batterie, on aura donc un générateur équivalent ayant :

pour f. é. m. : $E = nE_1$,

pour résistance . $r = nr_1$.

5° *Condition d'emploi.* — On couple en *série*, quand on a besoin d'une tension supérieure à celle qu'un générateur du type dont on dispose peut fournir.

Par exemple on a besoin de 110 volts; il faudra mettre en série au moins cinquante-cinq accumulateurs au plomb de f. é. m. 2 V (au moins, parce qu'il faut tenir compte de la chute ohmique interne).

6° *Générateur en opposition.* — Reprenons les générateurs précédents, mais inversons les connexions pour la pile Daniell. La mesure au voltmètre donne 2,27 V et l'on a $2{,}27 = (2 + 1{,}45) - 1{,}08$.

On dit que l'élément Daniell est en *opposition*, par rapport aux autres; sa f. é. m. vient en diminution du total des autres. En raisonnant, on prévoit alors que, si l'on monte ainsi deux générateurs de même f. é. m., la f. é. m. de l'ensemble doit être nulle. Il est facile de le vérifier.

En réfléchissant encore, on voit que le générateur en opposition se comporte comme un récepteur présentant une f. c. é. m. égale à sa f. é. m. On devra soigneusement veiller à ne monter aucun générateur en opposition quand on veut former un groupement série.

9. Couplage en parallèle.

1° *Montage.* — On réunit les bornes de même nom des générateurs couplés (fig. 7).

2° *Nécessité de l'égalité des f. é. m.* — L'étude du couplage en parallèle est extrêmement importante dans la pratique et elle est un peu délicate.

Nous retiendrons, pour l'instant, que l'on ne doit coupler en parallèle que des générateurs de même f. é. m.

Supposons, en effet, que soient couplés deux générateurs de f. é. m. respectives

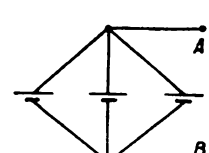


FIG. 7.

$E_1 = 2{,}1$ V; $E_2 = 1{,}9$ V (fig. 8). Dès qu'ils sont groupés, ils forment un circuit fermé dans lequel le deuxième générateur est en opposition avec le premier. On a donc une f. é. m. résultante $2{,}1 - 1{,}9 = 0{,}2$ V. Si la résistance totale est r, il en résulte un courant de circulation $I = 0{,}2 : r$.

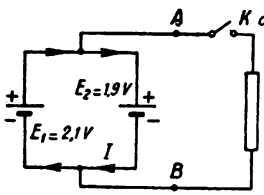


FIG. 8.

Ce courant gaspille inutilement de l'énergie et si la résistance r est très faible, ce qui est une condition de bon rendement pour chacun des générateurs, I peut atteindre une valeur capable de mettre les générateurs en danger par surintensité. C'est ce qui se produirait pour des accumulateurs qu'on ne doit jamais monter en parallèle.

3° *F. é. m. et résistance.* — Groupons deux ou trois piles identiques; la mesure au voltmètre donne pour la batterie la même f. é. m. que pour l'un des éléments. Mais cette fois les résistances sont en parallèle et l'on peut énoncer la loi.

LOI. — **La f. é. m. E du générateur équivalent est égale à celle E_1 de l'un des générateurs couplés en parallèle; la résistance est la résistance équivalente aux résistances intérieures.**

Si les générateurs sont identiques, la résistance de la batterie est égale au quotient de celle r_1 de l'un des générateurs, par le nombre n de générateurs. Le générateur équivalent a donc :

pour f. é. m. : $E = E_1$;

pour résistance : $r = \frac{r_1}{n}$.

4° *Courant débité.* — Si les générateurs sont identiques, tous débitent le même courant. Si donc I est le courant total débité sur le circuit extérieur chaque générateur fournit :

$$I_1 = \frac{I}{n}.$$

5° *Condition d'emploi.* — On groupe des générateurs en parallèle, quand le courant demandé est supérieur à celui que peut, isolément, débiter chaque générateur.

Par exemple, on réclame à telle dynamo en moyenne 100 A pendant la journée; le soir, à cause de l'éclairage, il faut un débit

de 200 A. On les obtiendra en couplant une deuxième dynamo avec la première ou même une batterie d'accumulateurs, car il n'est pas nécessaire que les deux générateurs soient du même type.

Ce mode de couplage est d'une importance pratique considérable : c'est celui qu'on emploie dans les usines génératrices des réseaux de distribution sous tension constante.

10. Couplage mixte série parallèle.

1° *Montage.* — On forme des séries de même f. é. m.; on les monte en parallèle (fig. 9). Pratiquement, on emploie des générateurs identiques et la détermination du générateur équivalent résulte des lois précédentes. S'il y a q séries de p éléments identiques de f. é. m. E_1 et de résistance r_1, on a :

F., é. m. $E = pE_1$;

Résistance $r = \frac{pr_1}{q}$.

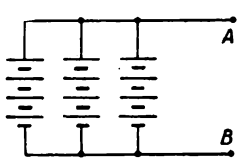


FIG. 9.

2° *Conditions d'emploi.* — Elles résultent de l'étude des deux modes de groupement : série et parallèle. On a parfois groupé des piles de cette manière et nous verrons que c'est un mode de couplage toujours adopté dans les enroulements induits des machines électriques.

C. — LOI D'OHM POUR UN CIRCUIT FERMÉ

11. Cas d'un générateur et d'un récepteur en série.

Considérons maintenant un circuit fermé, contenant un générateur de f. é. m. E, de résistance r, relié à un récepteur de f. c. é. m. E', de résistance r', par une ligne de résistance r'' (fig. 10).

Quand le courant a l'intensité I, la tension U' aux bornes du récepteur est celle qui existe entre les bornes du générateur diminuée de la chute en ligne. On a donc :

$$U' = (E - rI) - r''I.$$

et comme d'autre part $U' = E' + r'I$,

il vient :

$$E - rI - r''I = E' + r'I,$$

ou encore :

$$E - E' = (r + r' + r'')\,I. \qquad (1)$$

C'est la loi d'Ohm pour un circuit fermé. La somme $r + r + r$

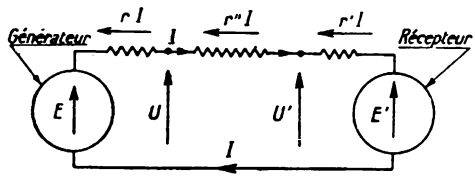


Fig. 10.

peut être appelée *résistance totale* du circuit, les résistances r, r', r'' étant placées en série, et l'expression précédente permet d'obtenir :

$$I = \frac{E - E'}{r + r' + r''} = \frac{E - E'}{\text{Résistance totale}}. \qquad (2)$$

La dernière relation explique la dénomination de force contre-électromotrice donnée à E'. Dans le numérateur de la fraction, E' vient en diminution et s'oppose à la force électromotrice.

12. Généralisation pour des nombres quelconques de générateurs et de récepteurs en série.

Nous savons que les générateurs en série peuvent être remplacés par un générateur unique, dont nous avons appris à calculer la f. é. m. et la résistance, et nous avons vu une règle analogue pour des récepteurs placés en série.

En désignant par r'' la résistance de la ligne, formée, au besoin, de tronçons différents, on aura donc avec nos notations habituelles :

$$[(E_1 + E_2 + ...) - (r_1 + r_2 + ...)\,I] - r''I$$
$$= (E_1' + E_2' + ...) + (r_1' + r_2' + ...)\,I.$$

Ou, en groupant les f. é. m. et les f. c. é. m. dans le premier membre, les chutes ohmiques dans le second :

$$(E_1 + E_2 + ...) - (E_1' + E_2' + ...) = (r_1 + ... + r_1' + ... + r'')\,I;$$

et enfin :

$$I = \frac{\text{Somme des f. é. m. — Somme des f. c. é. m.}}{\text{Résistance totale}}$$

Cette forme est la loi d'Ohm généralisée *pour un circuit fermé.*

RÉSUMÉ

A) **Un générateur de f. é. m.** E **et de résistance intérieure** r **débite sous la tension** U **un courant** I **et on a les relations équivalentes :**

$$U = E - rI, \qquad I = \frac{E - U}{r}$$

La puissance et l'énergie totales débitées par la source ont pour valeur :

$$P_G = EI, \qquad W_G = EI\,t = Eq,$$

tandis que la puissance et l'énergie électriques disponibles dans le circuit s'expriment par les relations générales :

$$P_u = UI,$$
$$W_u = UI\,t = Uq.$$

Le rendement a pour valeur :

$$\eta_e = \frac{W_u}{W} = \frac{P_u}{P} = \frac{U}{E} = 1 - \frac{rI}{E}.$$

Comme dans le cas du récepteur, un bon générateur doit avoir une résistance intérieure faible.

B) **Les générateurs sont parfois couplés en série; la f. é. m. est alors égale à la somme des f. é. m. Le plus souvent, ils sont couplés en parallèle; dans ce cas les f. é. m. doivent être rigoureusement égales. On les couple assez rarement en série parallèle.**

C) **La loi d'Ohm généralisée pour un circuit fermé exprime le courant débité dans un ensemble de générateurs et de récepteurs branchés en série :**

$$I = \frac{\text{Somme des f. é. m. — Somme des f. c. é. m.}}{\text{Résistance totale}}$$

Exercices

1. *Un voltmètre branché aux bornes d'une batterie d'automobile indique 4 V lorsque la batterie ne débite pas (le courant absorbé par*

le voltmètre est négligeable). On ferme la batterie sur une résistance de 0,5 Ω, *le voltmètre indique alors* 3,85 *V.*

1° *Déterminer le courant débité dans la résistance ;*

2° *Déterminer la résistance intérieure de la batterie.*

Rép. : 7,7 A; 0,0195 Ω.

2. *Un générateur de f. é. m.* 120 *V et de résistance* 0,5 Ω *débite un courant de* 20 *A dans un récepteur. Déterminer :*

1° *La tension aux bornes de la génératrice ;*

2° *Le rendement électrique de la machine.*

Rép. : 110 V; 91,7 %.

3. *On dispose de piles de f. é. m.* 1,08 *V et de résistance intérieure* 6 Ω.

1° *On veut obtenir une intensité de* 0,1 *A, dans une résistance de* 100 Ω. *Quel nombre minimum de ces piles doit-on grouper en série ?*

2° *On branche en parallèle deux groupes de* 6 *piles montées en série. Quelle intensité obtient-on dans une résistance de* 20 Ω *branchée aux bornes de l'ensemble ?*

Rép. : 21; 0,17 A.

4. *Un générateur de f. é. m.* 120 *V, de résistance* 0,100 Ω, *débite sur* 40 *récepteurs identiques de f. c. é. m.* 2,5 *V, de résistance* 0,005 Ω *montés en série. Quelles sont, pour un courant de* 50 *A, la résistance totale du circuit et celle mise en série avec les récepteurs, toutes les connexions étant de résistance négligeable ?*

Rép. : 0,400 Ω; 0,100 Ω.

5. 360 *générateurs identiques sont groupés en deux séries identiques montées en parallèle. La tension aux bornes de l'ensemble est* 120 *V quand cet ensemble ne débite pas et* 115 *V quand il débite* 100 *A. En admettant que la seule cause de chute de tension soit l'effet Joule, quelles sont la f. é. m. et la résistance de chacun des éléments du groupement ?*

Rép. : 2/3 V = 0,666 V; 1/1 800 Ω = 555 μΩ.

CHAPITRE XIII

ÉLECTROLYSE

1. Définitions.

Le courant électrique a des effets chimiques : on observe des décompositions quand il traverse certains liquides appelés *électrolytes* et qui ne peuvent être que des acides, des bases ou des sels soit fondus, soit en dissolution, généralement dans l'eau.

L'opération, appelée *électrolyse*, se fait dans une cuve; la lame conductrice par laquelle arrive le courant est l'électrode positive (borne d'entrée) ou *anode ;* l'autre lame est l'électrode négative (borne de sortie) ou *cathode*.

2. État des dissolutions aqueuses d'électrolytes.

Pour mieux comprendre les phénomènes d'électrolyse, il est utile de savoir quel est l'état des dissolutions aqueuses d'électrolytes.

Soit, par exemple, une dissolution d'acide chlorhydrique dans l'eau. On sait, *sans aucun doute possible*, que toutes les molécules HCl ne sont pas entières; la plupart sont séparées en deux morceaux appelés *ions*, porteurs de charges électriques *opposées*. L'*ion hydrogène* est fait d'un atome d'hydrogène qui a perdu son négaton et qui porte ainsi un positon en excès; on le représente par H^+. L'*ion chlore* est un atome de chlore qui porte en excès le négaton perdu par celui d'hydrogène; on le représente par Cl^-. Alors des molécules, des ions, en même nombre de chaque espèce, sont disséminés parmi les molécules d'eau et la dissolution, au total, reste électriquement neutre.

Pour tout autre électrolyte il y a de même, dans une dissolution aqueuse, des *ions positifs formés par les atomes d'hydrogène de l'acide*

ou par ceux du métal de la base ou du sel et des *ions négatifs formés par le reste de la molécule.* Ce partage appelé *dissociation électrolytique* peut être représenté par des équations comme les réactions chimiques ordinaires; en voici quelques exemples :

$AgNO_3 \rightarrow Ag^+ + NO_3^-$; $\quad NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-$

$H_2SO_4 \rightarrow 2\,H^+ + SO_4^=$; $\quad CuSO_4 \rightarrow Cu^{++} + SO_4^=$

Cependant, dans une dissolution de soude par exemple, les propriétés habituelles du *sodium* n'apparaissent pas et cela s'explique en admettant que la charge électrique portée par l'*ion sodium* lui interdit son comportement habituel.

3. Mécanisme de l'électrolyse. Loi qualitative fondamentale.

a) Si l'on plonge deux électrodes connectées aux bornes d'un générateur dans un électrolyte, ces électrodes sont *chargées;* celle C, liée à la borne négative N, porte un excès de négatons (fig. 1), l'autre A, liée à P, un excès de positions. Alors C attire les ions positifs et A les ions négatifs; il en résulte un véritable *triage* par mouvements de sens contraires.

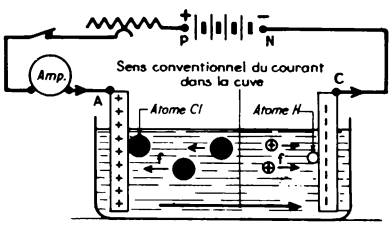


FIG. 1.

Quand un ion arrive au contact de l'électrode qui l'attire, sa charge est neutralisée, l'ion positif auquel il manque un négaton le recevant de l'électrode négative, l'ion négatif cédant à l'électrode positive, le négaton qu'il porte en excès et les propriétés chimiques habituelles reparaissent pour chacun des deux morceaux de la molécule ainsi séparés. En même temps, le générateur pousse des négatons vers C en les soutirant à A et cela explique le courant dans la partie extérieure à la cuve.

Le triage qui constitue l'essentiel de l'électrolyse peut alors être traduit par la règle suivante qui fut découverte antérieurement à la théorie que nous venons d'ébaucher :

Dans l'électrolyse, l'hydrogène d'un acide, le métal d'une base ou d'un sel sont transportés dans le sens conventionnel du courant et apparaissent à l'électrode de sortie ; le reste de la molécule apparaît à l'électrode d'entrée.

Ainsi les produits de la décomposition n'apparaissent jamais dans la masse de l'électrolyte.

On peut vérifier cette loi simple en électrolysant une dissolution d'acide chlorhydrique dans une cuve munie d'électrodes de platine; il se dégage de l'hydrogène au contact de l'électrode négative et du chlore au contact de l'électrode positive.

b) Ainsi, malgré le mouvement des ions dans la cuve, au total il y a transfert de négatons de la cathode vers l'anode et cela peut se traduire par l'écriture de la manière suivante :

$$2\,H^- - 2\,e^- \rightarrow H^2; \qquad 2\,Cl^- \rightarrow Cl^2 + 2\,e^-.$$

Les deux négatons qui ont neutralisé $2\,H^+$ *sont entrés dans la cuve par la cathode;* les deux négatons perdus par $2\,Cl^-$ *en sont sortis par son anode.*

On peut, bien entendu, écrire des choses analogues dans tous les cas, $Cu^{--} - 2\,e^- \rightarrow Cu$, etc.

4. Réactions secondaires.

Cependant le phénomène fondamental que traduit la loi précédente est souvent masqué parce que les morceaux de la molécule dissociée peuvent se comporter de manières très variées en donnant lieu à ce qu'on appelle des *réactions secondaires.* Ils peuvent subir une décomposition spontanée, agir sur l'une ou sur les deux électrodes, sur le solvant, etc. En voici quelques exemples.

Décomposition spontanée. — Prenons pour électrolyte une solution de chlorure d'ammonium (NH_4Cl), vulgairement appelé sel ammoniac, avec des électrodes de charbon.

Il devrait apparaître du chlore à l'anode, NH_4 à la cathode. Le chlore apparaît bien à l'anode, mais on observe un dégagement d'hydrogène à la cathode. C'est que deux ions NH_4^+, une fois déchargés, réagissent pour donner de l'hydrogène et du gaz ammoniac NH_3 qui reste en solution. Le schéma suivant traduit les faits :

Sens du courant

A l'anode — $2\,Cl \rightarrow Cl_2\nearrow$ — $\leftarrow Cl^-|NH_4^+\rightarrow$ — A la cathode — $2\,NH_4 \rightarrow 2\,NH_3 + H_2\nearrow$

Décomposition fondamentale

se dissout (Réaction secondaire)

Action sur une électrode. — Prenons une dissolution de sulfate de cuivre $CuSO_4$ avec une anode de cuivre et une cathode quelconque (fig. 2).

On observe bien le dépôt de cuivre sur la cathode, mais rien ne se dégage sur l'anode. La coloration de la solution ne change pas : elle ne s'appauvrit donc pas en sulfate de cuivre, malgré le dépôt

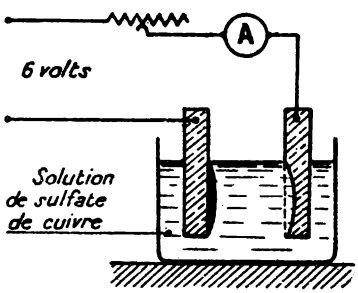


FIG. 2.

sur la cathode. Regardons plus attentivement. Peu à peu l'anode disparaît. C'est que l'ion $SO_4^{=}$ après avoir perdu sa charge réagit sur le cuivre pour donner du sulfate qui se dissout, et l'on peut résumer ainsi :

$$\underset{\substack{\text{A l'anode}\\ \text{se dissout}}}{SO_4 + Cu \rightarrow CuSO_4} \qquad \xrightarrow{\text{Sens du courant}} \qquad \underset{\text{A la cathode}}{Cu \text{ se dépose}}$$

(Réaction secondaire) — $\leftarrow SO_4^{=} \mid Cu^{++}$ — Décomposition fondamentale

Action sur le solvant. — Prenons enfin une dissolution d'acide sulfurique. On observe un dégagement d'hydrogène à la cathode, d'oxygène à l'anode et cela s'explique par la réaction du groupement SO_4 sur l'eau.

$$\underset{\text{A l'anode}}{SO_4 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 + \frac{1}{2} O_2\uparrow} \qquad \xrightarrow{\text{Sens du courant}} \qquad \underset{\text{A la cathode}}{H_2\uparrow \text{ se dégage}}$$

(Réaction secondaire) — $\leftarrow SO_4^{=} \mid 2\,H^{+}$ — Décomposition fondamentale

Papier cherche-pôles. — On pourrait multiplier les exemples.

En particulier, une dissolution de sulfate de sodium Na_2SO_4 donne de la soude à la cathode parce que le sodium agit sur l'eau,

$$2\,Na + H_2O \rightarrow 2\,NaOH + \frac{1}{2}\,H_2\uparrow$$

de l'acide sulfurique à l'anode :

$$SO_4 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 + \frac{1}{2}\,O_2\uparrow.$$

On peut employer la formation de soude qui fait passer au violet rouge un réactif appelé phtaléine du phénol pour confectionner un papier qui sert à reconnaître les pôles d'un générateur.

On imprègne du papier filtre d'une dissolution concentrée de sulfate de sodium additionnée de phtaléine; on laisse sécher. Pour

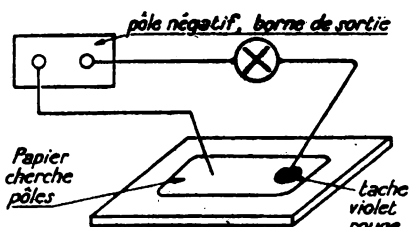


FIG. 3.

l'emploi, on en trempe un morceau dans de l'eau; on le place sur une lame de verre, puis on met au contact avec deux conducteurs liés aux bornes : une tache violet-rouge se forme du côté lié à la borne négative du générateur (fig. 3). Pour éviter un court-circuit, il est prudent d'intercaler une résistance : une lampe à incandescence, par exemple.

4. Lois quantitatives de l'électrolyse.

Il s'agit de découvrir comment la masse de métal ou d'hydrogène apparue à la cathode varie avec la quantité d'électricité traversant la cuve, avec la nature du métal.

a) *Influence de la quantité d'électricité.*

Le phénomène de l'électrolyse nous a servi à définir et à mesurer la quantité d'électricité et nous avons déjà vu que quantité d'électricité et masse de métal déposée à la cathode sont des grandeurs proportionnelles; d'où la loi :

Loi. — **La masse de métal (ou d'hydrogène) apparue à la cathode est proportionnelle à la quantité d'électricité qui a traversé la cuve.**

Comme 1 coulomb libère sensiblement 1,118 mg = 0,001 118 g d'argent, il faut 107,88 : 0,001 118 = 96 500 C pour libérer un atome gramme d'argent (Ag = 107,88). On pourra donc retenir que

96 500 coulombs libèrent 108 g d'argent.

Il est évident que la masse d'électrolyte décomposé est elle-même proportionnelle à la quantité d'électricité puisque, par exemple, chaque atome de cuivre déposé dans l'électrolyse du sulfate provient de la décomposition d'une molécule. Par exemple, pour 63 g de cuivre déposé, 159,6 g de sulfate sont décomposés ($CuSO_4 = 63{,}6 + 32 + 4 \times 16 = 159{,}6$).

b) *Influence de la nature du métal.*

La recherche de la loi a été délicate. Présentons-la de manière simple.

Plaçons en série des cuves contenant successivement une solution aqueuse de nitrate d'argent, de sulfate de cuivre, de chlorure

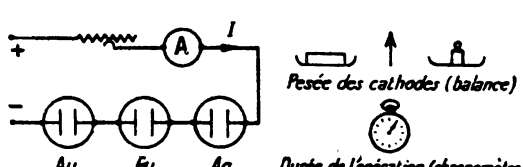


Fig. 4.

d'or et supposons faire passer un courant pendant un temps suffisant pour que la pesée de la première cathode avant et après le passage du courant donne un dépôt de 10,78 g d'argent. Il aura fallu 9 650 coulombs, soit, puisque $q = I \times t$, par exemple 2 A pendant 1 h 20 mn 25 s.

On obtient alors 3,18 g de cuivre sur la deuxième cathode, 6,57 g d'or sur la troisième. En multipliant la durée de l'expérience par 10, on aurait donc obtenu respectivement 107,8 g d'argent, 31,8 g de cuivre et 65,7 g d'or.

Il est facile d'interpréter ces résultats et d'énoncer une loi sous une forme très simple, à condition de poser la définition suivante :

DÉFINITION. — **On appelle valence-gramme d'un corps simple, le quotient de sa masse atomique par sa valence.**

Dès lors, résumons les résultats précédents par le tableau suivant :

Corps simple	Masse déposée à la cathode	Masse atomique (A)	Valence *n*	Valence-gramme
Argent....	107,8	107,8	1	107,8
Cuivre....	31,8	63,6	2	31,8
Or.....	65,7	197	3	65,7

Pour la même quantité d'électricité, 96 500 C, nous avons donc obtenu 1 valence-gramme de chaque métal; nous aurions obtenu 1 g d'hydrogène (H = 1, valence 1). On peut alors conclure :

LOI. — **La même quantité d'électricité (96 500 coulombs) libère une valence-gramme d'un métal quelconque.**

Les deux lois précédentes permettent de résoudre les problèmes (en se reportant, au besoin, aux équations des réactions secondaires) et l'on peut les traduire une fois pour toutes.

En effet, 96 500 C libérant une valence-gramme 1 C libère 96 500 fois moins, et q C libèrent $q/96\,500$ valences-grammes. Si A est la masse atomique et n la valence du métal (ou de l'hydrogène) libéré, la masse m apparaissant à la cathode a pour expression :

$$m = \frac{A}{n} \times \frac{Q}{96\,500} = \frac{A}{n} \times \frac{I \times t}{96\,500}$$

m et A en **grammes;**

Q en **coulombs;** I en **ampères;** t en **secondes;** n est un **nombre,**

car, à intensité constante I, on a $Q = I \times t$. Cette relation est connue sous le nom de « **formule de Faraday** ».

Exemple. — Calculer la masse de cuivre déposée sur la cathode d'une cuve à sulfate de cuivre dissous dans l'eau par un courant de 10 A pendant 25 mn.

On a : $m = (63{,}6/2) \times (10 \times 25 \times 60)/96\,500 = 4{,}95$ g.

d) La constante 96 500 C déterminée directement dans l'étude de l'électrolyse, à une époque où l'on ignorait le négaton peut être retrouvée dans l'interprétation électronique du courant.

En effet nous avons vu (§ 3) que la libération d'un *atome réel* d'hydrogène est accompagnée du passage d'un négaton à travers la cuve. Or il y a $6{,}02 \times 10^{23}$ atomes réels dans un atome-gramme d'hydrogène (H) et l'on sait que $|e| = 1{,}602/10^{19}$ C. La libération d'un atome-gramme d'hydrogène correspond donc à la quantité d'électricité :

$$Q_0 = 6{,}02 \times 10^{23} \times 1{,}602/10^{19} = 96\,500 \text{ C}.$$

5. Tension nécessaire pour provoquer l'électrolyse. Énergie dépensée.

a) Si la cuve ne fabrique pas de corps nouveaux, elle ne transforme pas d'énergie électrique en énergie chimique et n'a donc pas de f.c.é.m. C'est le cas d'une cuve dans laquelle l'électrolyte est un sel du métal dont l'anode est faite (anode soluble) : par exemple une cuve à sulfate de cuivre avec anode de cuivre, une cuve à nitrate d'argent avec anode d'argent, etc. La consommation est seulement due à l'effet Joule dans la cuve, et la loi d'Ohm $U = RI$ s'applique à la colonne d'électrolyte comme à une résistance morte.

Mais si la cuve fabrique des corps nouveaux elle a une certaine f.c.é.m. E' et il faut appliquer à ses bornes une tension supérieure à E'. Si elle lui est inférieure, pratiquement aucun courant ne passe. Ainsi la f.c.é.m. d'une cuve à eau acidulée sulfurique est $E' = 1{,}5$ V environ.

Si on l'alimente par une pile Daniell (E = 1,08 V), l'intensité du courant est pratiquement nulle et la cuve ne dégage ni hydrogène ni oxygène. Si on l'alimente par un élément d'accumulateur au plomb (E = 2 V), on constate aisément un courant; l'électrolyse se produit.

b) On calcule l'énergie utilement employée à l'aide de la f. c. é. m. et de l'intensité du courant qui traverse la cuve pendant la durée de la mise en circuit.

Ainsi une cuve contenant une solution de soude (OHNa) avec électrodes de nickel permet la fabrication industrielle de l'hydrogène et de l'oxygène; tout se passe comme si on décomposait uniquement des molécules d'eau. Sa f. c. é. m. est $E' = 1.5$ V et pour un courant de 5 000 A, la cuve utilise une puissance

$$5\,000 \times 1{,}5 = 7\,500 \text{ watts.}$$

Il faut entretenir à ses bornes une tension

$$U = E' + rI = 1{,}5 + 5\,000\,r;$$

il se gaspille en chaleur dans la cuve la puissance $rI^2 = 25\,000\,000\,r$ watts. Cela montre l'absolue nécessité de réduire r en employant de larges électrodes très rapprochées, ce qui n'est pas toujours sans inconvénients. Ainsi, si l'on veut ne perdre en chaleur que le vingtième de la puissance transformée, il faudra :

$$rI^2 = r \times 25\,000\,000 = 7\,500 : 20, \text{ d'où } r = 1{,}5\ \mu\Omega.$$

Comme de très fortes intensités sont nécessaires dans les installations d'électrolyse, il est indispensable de diminuer toutes les résistances et en particulier celles des canalisations.

6. Applications.

Les applications de l'électrolyse sont nombreuses.

On l'utilise pour la préparation industrielle d'un grand nombre de corps (hydrogène, oxygène, chlore, soude, chlorate de potassium, aluminium, cuivre, etc...). La branche de la chimie qui l'emploie dite *électrochimie*, est en plein développement et a déjà une importance considérable.

Elle sert aussi à déposer une couche de métal (cuivre, nickel, chrome, argent, or) sur un objet quelconque servant soit de support,

soit de moule. C'est la *galvanoplastie* (fig. 5). On peut ainsi préserver le fer de l'attaque par l'air humide avec formation de rouille : il suffit de le nickeler. On peut recouvrir un corps d'un métal précieux par argenture ou par dorure électrolytiques. On peut reproduire une médaille, une planche d'un métal ciselé, en prenant une empreinte au plâtre ou à la gutta-percha; on en rend la surface conductrice en la frottant à l'aide d'une brosse enduite de graphite, puis on procède à l'électrolyse. Pour obtenir un dépôt de qualité, il faut observer certaines précautions; en particulier, la densité de courant doit rester faible.

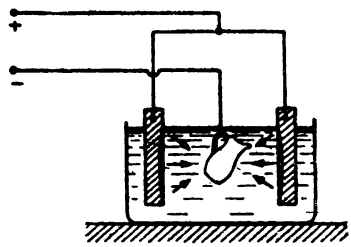


FIG. 5. — Principe de la galvanoplastie.

Le même phénomène permet de l'employer à l'*affinage* des métaux impurs, le cuivre par exemple.

Elle peut être utilisée pour modifier la nature chimique de la surface d'un métal : ainsi on *oxyde* l'aluminium en le prenant pour anode. Le métal se recouvre d'une couche d'alumine que l'on peut colorer en incorporant certaines substances au bain conducteur.

On peut aussi l'employer au *polissage* et, enfin, dans certains procédés d'analyse chimique.

RÉSUMÉ

Le courant électrique décompose les électrolytes, les produits formés apparaissant toujours au contact des électrodes. La molécule de l'électrolyte se décompose en deux ions : l'ion métal (ou hydrogène) descend le courant et apparaît à la cathode, tandis que le reste de la molécule remonte le courant pour atteindre l'anode. Des réactions secondaires peuvent compliquer le phénomène, parce que les propriétés chimiques habituelles des atomes ou des groupements d'atomes reparaissent quand la charge des ions correspondants a été neutralisée.

A étant la masse atomique et n la valence d'un métal, on appelle valence-gramme le quotient $\frac{A}{n}$.

Il faut toujours la même quantité d'électricité, soit 96 500 coulombs, pour libérer une valence-gramme d'un métal quelconque.

La masse m de métal déposée par Q coulombs est alors :

$$m = \frac{A}{n}\frac{Q}{96\,500} = \frac{A}{n}\frac{It}{96\,500}.$$

Les applications industrielles sont importantes : électrochimie, galvanoplastie.

Exercices.

1. *Un courant d'intensité constante traverse un voltamètre à sulfate de cuivre, électrodes en cuivre. L'augmentation de masse de la cathode est de* 0,375 g, *au bout de* 25 mn. *Déterminer l'intensité du courant. (Masse atomique du cuivre :* 63; *valence :* 2.)

Rép. : 0,765 A.

2. *On veut recouvrir un objet d'une couche de* 5 g *d'argent par électrolyse avec un courant de* 0,8 A. *Déterminer la durée de l'opération. (Masse atomique de l'argent :* 108; *valence :* 1.)

Rép. : 1 h 33 mn.

3. *Un atelier de nickelage fonctionne huit heures par jour, le courant qui alimente les cuves est de* 1,5 A. *Déterminer la masse de nickel déposée par jour. (Masse atomique du nickel :* 58; *valence :* 2.)

Rép. : 13 g.

4. *Quelle est l'intensité du courant nécessaire pour libérer* 200 kg *d'aluminium par* 24 h *dans un électrolyseur? On donne* $Al = 27$; $n = 3$.

Rép. : 24 820 A.

5. *Sachant, d'une part, qu'il faut* 96 500 C *pour libérer un atome-gramme d'hydrogène et, d'autre part, qu'un atome-gramme renferme* $6{,}02 \times 10^{23}$ *atomes réels, calculer la charge positive d'un ion d'hydrogène* H^+.

Rép. : $1{,}6 : 10^{19}$ C.

CHAPITRE XIV

LES PILES

A. — GÉNÉRALITÉS

1. Réalisation d'une pile.

a) Expérience. — Plaçons de l'eau acidulée sulfurique dans un vase. Plongeons dans cette solution d'électrolyte deux lames métalliques identiques, de cuivre par exemple, et réunissons à un voltmètre : il n'y a pas de déviation de l'aiguille de l'instrument.

Remplaçons par deux lames différentes, l'une de cuivre, l'autre de zinc (fig. 1 a); le voltmètre dévie, on lit sensiblement 1,6 V. Ce dispositif forme donc un générateur, appelé *pile hydro-électrique* ou simplement *pile* (1). Il est facile de constater à l'aide d'un voltmètre polarisé que la lame de cuivre est le pôle positif. La suite :

(1) Le nom de « pile » tient à ce que Volta, qui réalisa ce premier électromoteur, formait de véritables batteries en superposant des rondelles de zinc, de feutre imprégné d'eau acidulée, et de cuivre; puis de zinc, de feutre et de cuivre, etc... Cela formait un empilement, d'où le nom.

Actuellement, on entend parler de piles quand il s'agit d'obtenir l'énergie calorifique libérée par la décomposition de certains atomes. C'est encore parce qu'on empile, dans le dispositif employé, des lames d'un certain uranium qu'on sépare les unes des autres. Ces piles n'ont rien de commun, sauf cette superposition en pile, avec nos piles électriques.

zinc, solution sulfurique, cuivre, forme la *chaîne de la pile* et la caractérise du point de vue électrochimique.

On la représente comme l'indique la figure 1 b.

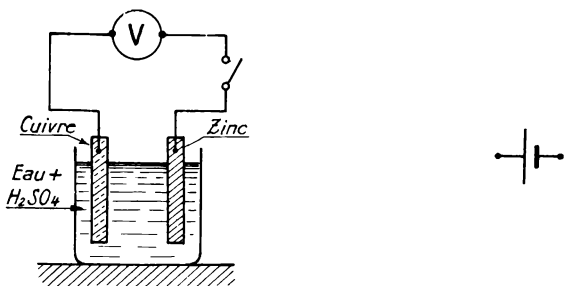


FIG. 1.

b) Employons du zinc amalgamé qu'on obtient en frottant du zinc propre, bien décapé, avec du mercure. Si le circuit est ouvert, le zinc ne s'use pas. Si le circuit est fermé, la pile débite; peu à

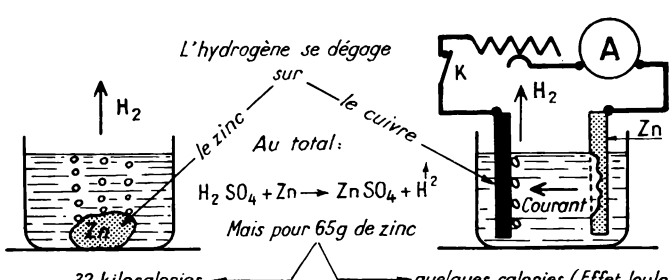


FIG. 2.

peu, le zinc s'use et finit par disparaître. On constate que le liquide contient du sulfate de zinc; au contact de l'électrode de cuivre, il s'est dégagé de l'hydrogène.

Au total, la pile a été le siège de la réaction :

$$H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2\nearrow.$$

Mais c'est au contact du cuivre que l'hydrogène s'est dégagé.

Quand la réaction précédente se produit dans un vase quelconque, sans débit d'électricité, pour un atome-gramme (65 g) de zinc, transformé en sulfate, il y a eu, au sein de la réaction, apparition de 38 000 calories.

Quand le même atome-gramme disparaît dans la pile, le dégagement de chaleur presque uniquement dû à l'effet Joule, qui tient à la résistance de l'électrolyte, n'est qu'un petit nombre de calories; mais on a retrouvé de l'énergie électrique dans le circuit extérieur (fig. 2).

On en conclut que ce générateur a transformé en énergie électrique au moins la plus grande partie de l'énergie chimique libérée par la réaction dont il est le siège et qui se traduit par une consommation des substances qui réagissent.

c) **D'une façon générale, on peut constituer une pile hydroélectrique en plongeant deux lames conductrices de natures différentes dans un électrolyte, si l'ensemble est capable de donner des réactions libérant de l'énergie.**

2. Les lois de l'électrolyse s'appliquent aux piles.

a) Le courant que la pile débite et qui la quitte par son pôle positif revient à elle par son pôle négatif et la traverse, car l'électricité, dans un circuit fermé, ne s'accumule nulle part. Le conducteur, entre les électrodes, est un électrolyte (acide sulfurique) en solution aqueuse : il obéit aux lois de l'électrolyse.

Effectivement, nous avons bien vu que l'hydrogène se dégage au contact de la lame de cuivre; il est donc, là encore, transporté dans le sens du courant. Quand le circuit est fermé, les ions hydrogène vont donc vers l'électrode de sortie; les ions $SO_4^=$ vont vers l'électrode d'entrée, qu'ils attaquent dès que leur charge est neutralisée.

Mais dans le phénomène d'électrolyse ordinaire, il fallait créer une différence de potentiel pour provoquer le mouvement ordonné des ions; ici, par un effet intérieur, les ions sont sollicités au déplacement qui se produit, ordonné, dès que l'on ferme le circuit extérieur.

b) D'ailleurs les lois quantitatives s'appliquent aussi, et, quand la

pile a débité 96 500 coulombs, une valence-gramme de zinc a été consommée. Cela conduit à définir et à permettre le calcul d'une grandeur importante pour une pile et qu'on appelle sa *capacité* en quantité d'électricité.

DÉFINITION. — **On appelle capacité en quantité d'une pile la quantité d'électricité qu'elle peut livrer en usant le métal de son anode.**

La pile Volta, qui consomme du zinc (et l'acide sulfurique correspondant) peut donc débiter :

$$96\,500 \text{ coulombs pour } \frac{65}{2} = 32{,}5 \text{ g de zinc.}$$

Une règle de trois montrera qu'on peut théoriquement obtenir 2 900 000 C, soit : 2 900 000 : 3 600 ≠ 800 Ah par kilogramme de zinc.

3. Polarisation des électrodes.

a) Les piles ont un très grave défaut.

Expérience. — Faisons débiter la pile précédente. On constate que l'intensité du courant va progressivement en s'affaiblissant jusqu'à devenir presque nulle, et cela d'autant plus vite que l'intensité initiale est plus grande. Changeons rapidement la lame de zinc : rien n'est modifié, le courant reste faible; changeons la lame de cuivre, le courant reprend sa valeur initiale, mais l'affaiblissement progressif se reproduit. Quand le débit s'est affaibli, sortons la lame de cuivre du liquide, nettoyons-la, puis remontons la pile : l'intensité reprend sa valeur initiale et s'affaiblit encore progressivement.

C'est donc une modification de la lame de cuivre due au fonctionnement qui provoque l'affaiblissement. On dit qu'il y a eu *polarisation* de l'électrode positive.

b) Ce phénomène néfaste ne peut être dû qu'à l'apparition de l'hydrogène sur la lame de cuivre; mais son mécanisme est délicat à étudier et il y a probablement, à la fois, action chimique (action de l'hydrogène naissant sur le cuivre) qui modifie la nature de la chaîne, et action physique (bulles d'hydrogène libre sur la lame) qui accroît la résistance intérieure.

Quoi qu'il en soit, si l'on fait disparaître l'hydrogène au fur et à mesure de sa production, on améliore considérablement le fonctionnement et on peut le faire en additionnant la solution acide d'un sel oxydant, dont une partie de l'oxygène servira à donner de l'eau par combinaison avec l'hydrogène porté vers l'anode. La pile est dite alors à dépolarisant.

Tel est le principe d'une pile zinc, solution acidulée sulfurique, bichromate de potassium, charbon (moins dispendieux que le cuivre), qui a été, jadis, fort utilisée.

On peut également prévoir que le phénomène ne se produira pas si on forme une pile, sans dépôt gazeux, dont la nature des électrodes ne varie pas au cours du fonctionnement : telles sont les piles à deux liquides.

4. Grandeurs caractéristiques d'une pile.

a) *Force électromotrice.* — Elle dépend seulement de la nature de la chaîne. Elle ne dépend ni des dimensions de la pile, ni de celles des électrodes.

Elle demeure invariable quand on déplace ces dernières l'une par rapport à l'autre, quand on les enfonce plus ou moins dans le liquide.

Pour les piles usuelles, elle est comprise entre 1 et 2 V.

b) *Résistance.* — Elle dépend de la résistivité du liquide, de la surface des électrodes et de leur distance.

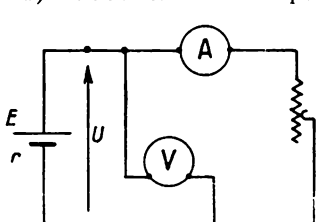


FIG. 3.

Pour la diminuer, il faut accroître cette surface, diminuer cette distance $\left(r = \rho \frac{l}{s}\right)$. Cela explique la forme de cylindres concentriques, qu'on donne généralement aux électrodes.

La résistance d'une pile peut atteindre quelques ohms et limite le courant qu'elle peut débiter, si bien qu'un court-circuit ne la met pas en grand danger.

On ne peut pas la mesurer comme celle d'une résistance morte mais on peut l'obtenir en mesurant d'abord la f. é. m. E en circuit ouvert et ensuite la tension aux bornes U pour un débit I (fig. 3). La chute ohmique est E — U; elle a pour valeur rI, d'où r.

Par exemple, E = 1,5 V; U = 1,2 V, pour I = 0,3 A.
Alors : $rI = r \times 0{,}3 = 1{,}5 - 1{,}2 = 0{,}3$ V; $r = 1\ \Omega$.

c) *Puissance maximale ou intensité maximale* I_M. — Cette intensité I_M dépend des dimensions et croît avec elles. Si la pile est susceptible de se polariser, malgré l'emploi d'un dépolarisant, elle ne pourra débiter qu'un courant peu intense parce que la réaction de dépolarisation n'est pas instantanée et que l'hydrogène peut apparaître plus vite qu'il n'est détruit. Si le fonctionnement entraîne un débit notable, il faut qu'il soit intermittent; pendant les repos, la réaction d'oxydation se poursuit et la pile retrouve sa f. é. m.

d) *Capacité.* — Comme toutes les piles usuelles consomment du zinc, on peut dire que leur capacité dépend uniquement de la masse de zinc qu'elles contiennent et qui forme l'élément prépondérant de leur prix.

B. — PILES USUELLES

5. Piles à dépolarisants.

a) *Pile Leclanché.* — L'électrode positive est une tige de charbon (fig. 4) entourée d'un mélange de charbon pulvérisé et de bioxyde de manganèse (MnO_2, dépolarisant) contenu dans un vase de porcelaine poreuse ou dans un sac de toile. L'électrode négative est une lame de zinc; l'électrolyte est une solution de chlorure d'ammonium (NH_4Cl).

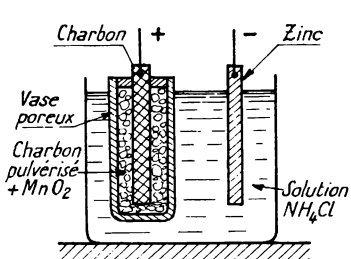


FIG. 4. — Pile Leclanché.

L'ion chlore remonte le courant et, déchargé, attaque le zinc pour donner du chlorure de zinc; l'ion ammonium descend le courant et, déchargé, se décompose en gaz ammoniac qui se dissout et en hydrogène que le bioxyde de manganèse oxyde.

Zinc — Sens du courant ($\leftarrow Cl^- \mid NH_4^+ \rightarrow$) — Carbone

$2\,Cl + Zn \rightarrow Cl_2Zn$

$2\,NH_4 \rightarrow 2\,NH_3 + H_2$
H_2 oxydé en H_2O par MnO_2

Comme la dépolarisation est assez lente, cette pile ne convient que pour des fonctionnements intermittents; on l'emploie dans les circuits de sonneries électriques.

Sa f.é.m. est E = 1,5 V.

b) *Pile dite sèche.* — C'est une pile Leclanché dans laquelle le liquide est immobilisé par une substance inerte qu'il imprègne (fig. 5). Malgré son nom, la pile ne fonctionne donc qu'à la condition d'être essentiellement humide. Le récipient est un vase cylindrique de zinc qui forme l'électrode négative.

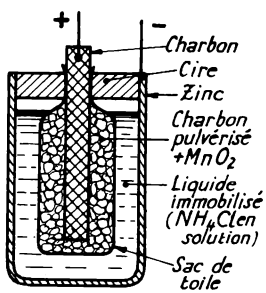


FIG. 5. — Pile dite « sèche ».

De même chaîne que la pile Leclanché, elle a même f.é.m.

c) *Pile Féry.* — C'est une pile Leclanché dans laquelle le dépolarisant est l'oxygène de l'air au lieu du bioxyde de manganèse. L'électrode négative est une lame de zinc, disposée au fond du bac (fig. 6). L'électrode positive est faite d'un charbon spécial, poreux, qui s'imprègne d'air et, qui, par une véritable action catalytique, aide l'oxygène de cet air à brûler l'hydrogène.

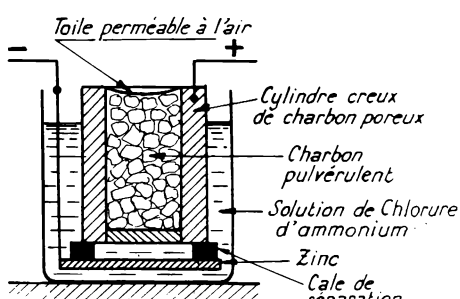


FIG. 6. — Pile Fery.

6. Pile impolarisable à deux liquides.

Pile Daniell. — Les deux liquides sont contenus dans deux compartiments séparés par une cloison poreuse (fig. 7).

L'électrode positive est une lame de cuivre et la négative une lame de zinc; elles plongent respectivement dans des dissolutions de sulfate de cuivre et de sulfate de zinc. Le schéma suivant explique ce qui se passe en fonctionnement.

On voit que dans le compartiment zinc, la solution se charge en sulfate de zinc; elle se sature et le sulfate de zinc cristallise au fond du bac. Dans l'autre compartiment, il n'y a pas de dégagement d'hydrogène, du cuivre se dépose sur du cuivre, ce qui ne change pas la nature de l'électrode. Mais la solution s'appauvrirait en sulfate de cuivre, ce qui modifierait la f.é.m. et la résistance intérieure. Pour éviter ce double inconvénient, on met un excès de sulfate de cuivre, sous forme de cristaux, au fond du vase; la solution reste ainsi saturée.

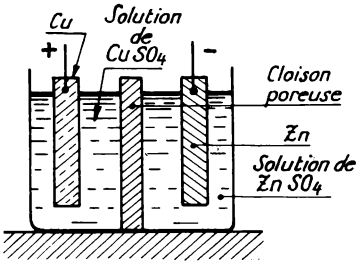
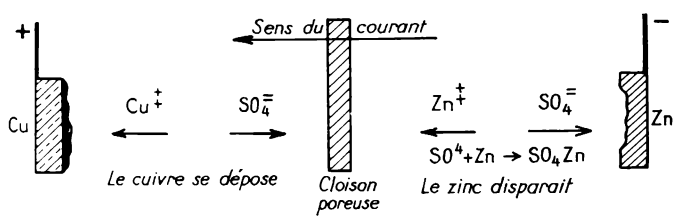


FIG. 7. — Pile Daniell.



7. Modes de couplage.

Actuellement, on monte le plus souvent les piles en série; par exemple trois, quatre ou cinq éléments Leclanché pour un circuit de sonnerie qui ne réclame qu'un courant peu élevé; trois éléments pour une batterie de « lampe de poche ».

Comme le débit des piles est faible, c'est ensuite le couplage en série parallèle qui a été le plus utilisé et qui l'est encore parfois.

8. Usages des piles.

Les piles sont peu employées; l'énergie électrique qu'elles fournissent coûte trop cher parce que le prix du zinc est élevé.

La pile Leclanché sert encore à actionner des sonneries électriques, quand on n'a pas de réseau à sa disposition; les piles sèches sont employées dans les lampes de poche et pour l'alimentation des récepteurs radio-électriques appelés transistors.

9. Pile étalon : élément Weston.

Une pile convenablement choisie peut servir à réaliser un étalon de force électromotrice. Celle qu'on emploie actuellement est une pile à deux liquides du genre de la pile Daniell. Les électrodes sont en cadmium et en mercure purs; elles sont respectivement en contact avec des dissolutions saturées de sulfate de cadmium et de sulfate mercureux. Sa force électromotrice, à 15° C (car la f.é.m. d'une pile varie légèrement avec la température) est 1,018 V. On la connaît sous le nom d'*élément Weston;* elle n'est employée que dans certaines mesures de laboratoire.

10. Principe d'une pile à gaz.

a) On sait depuis longtemps qu'une cuve à électrolyse à eau acidulée peut fonctionner en générateur. Il suffit pour cela de ne pas séparer les gaz qui se dégagent, de les recueillir dans la même éprouvette et d'employer de longues électrodes de platine spongieux capable de catalyser la réaction de formation d'eau. Quand les électrodes sont partiellement baignées par le mélange d'hydrogène et d'oxygène on supprime le générateur, on le remplace par un conducteur et l'on observe une diminution progressive du volume de gaz tandis que le dispositif débite un courant de sens opposé à celui ayant produit l'électrolyse. On est donc en présence d'un véritable générateur dit **pile à gaz;** le fonctionnement du dispositif est réversible.

b) La f.é.m. d'un élément fondé sur ce principe est du même ordre que celle des piles et des accumulateurs mais il débite $2 \times 96\,500$ C pour 18 g de matière *usée en produisant de l'eau* contre les 65 g de zinc que consomme une pile Leclanché. C'est ce gain énorme quand il s'agit de propulsion extra-terrestre qui a poussé à des recherches d'exploitation pratique; elles ont abouti. Certains satellites emportent donc les dispositifs nécessaires à la marche

de la réaction, comme on emporterait un moteur à explosion, et les provisions d'hydrogène et d'oxygène, sous leur forme liquide, pour les alimenter.

RÉSUMÉ

Les piles sont des générateurs qui transforment de l'énergie chimique en énergie électrique.

Toutes les piles usuelles consomment du zinc. Leur f.é.m. dépend seulement de la nature de leur chaîne ; elle est de l'ordre du volt.

Leur capacité en quantité est de l'ordre de 800 Ah par kilogramme de zinc.

Exercices.

1. *Une pile Daniell de f.é.m.* 1,08 V, *de résistance intérieure* 6 Ω, *est mise accidentellement en court-circuit. Déterminer le courant de court-circuit. — Rép. :* 0,18 A.

2. *Une pile Leclanché de f.é.m.* 1,5 V, *de résistance* 2 Ω, *débite sur un circuit de résistance* 3 Ω. *Déterminer :*

1° *L'intensité du courant débité ;*

2° *La masse de zinc dépensée en une heure de fonctionnement. (Masse atomique du zinc :* 65 g; *valence :* 2). *— Rép. :* 0,3 A; 0,364 g.

3. *Quelle est la capacité en coulombs et en ampères-heures d'une pile dont le pôle négatif est un bâton de zinc de* 40 g ? (*Masse atomique du zinc :* 65 g; *valence :* 2). *— Rép. :* 119 000 C; 33 Ah.

4. *Une batterie de piles contient cinq éléments montés en série ; leur f.é.m. est* 1,45 V *et leur résistance intérieure est* 2 Ω, *celle des connexions étant négligeable. Quelle doit être la résistance minimale x du circuit extérieur pour que la batterie débite au plus* 0,2 A ? *— Rép. :* $x \geqslant 26{,}25\ \Omega$.

5. *Déterminer la f.é.m. et la résistance intérieure d'une batterie faite de trois séries montées en parallèle et contenant chacune six éléments de f.é.m.* 1,45 V, *de résistance intérieure* 2 Ω. *— Rép. :* 8,70 V; 4 Ω.

CHAPITRE XV

LES ACCUMULATEURS

A. — PRINCIPE DES ACCUMULATEURS

1. Polarisation des électrodes d'une cuve à électrolyse.

Expérience. — *a*) Dans un bac contenant de l'eau acidulée sulfurique, plongeons deux lames identiques découpées dans la même feuille de plomb. Branchons un voltmètre; il ne dévie pas.

Nous pouvions nous y attendre puisque les deux lames sont semblables et nous l'avions déjà constaté en étudiant les piles.

b) Relions les lames aux bornes d'un générateur d'une f. é. m. supérieure à 2 V, de 4 à 6 V par exemple (fig. 1). Nous faisons ainsi l'électrolyse de l'eau acidulée et nous savons qu'il doit apparaître de l'hydrogène à la cathode et de l'oxygène à l'anode (chap. XIII, § 3).

Si le courant est peu intense, le dégagement gazeux est à peine visible, mais on constate que les lames changent d'aspect : la cathode prend la coloration gris-bleu ardoise du plomb récemment préparé, l'anode prend une coloration brun chocolat, puis après quelques instants de fonctionnement les dégagements gazeux habituels d'hydrogène et d'oxygène se produisent.

Si l'on supprime le courant, on est en présence de lames conductrices de natures différentes plongeant dans un électrolyte et cela ressemble fort à une pile.

c) Remplaçons le générateur par une résistance : l'ampèremètre dévie, mais en sens inverse. Le débit reste sensiblement constant pendant un certain temps puis diminue brusquement et s'annule,

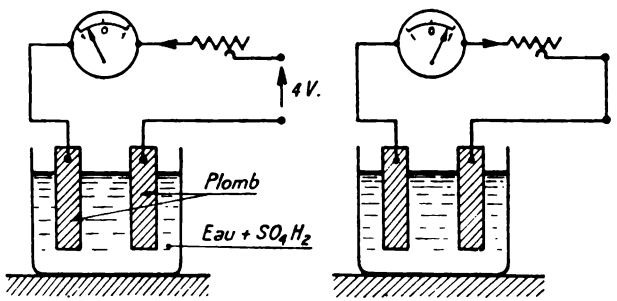


FIG. 1.

tandis que les lames reprennent leur aspect initial. On peut évidemment recommencer.

Les changements d'aspect que nous avons observés et qui correspondent à des modifications de la nature des électrodes, nous conduisent à penser que le dispositif a permis de transformer successivement de l'énergie électrique en énergie chimique, puis cette énergie chimique en énergie électrique. Il forme en réalité une pile dont les matières actives sont régénérables quand on la fait fonctionner en cuve à électrolyse réceptrice. On l'a d'abord appelé, pour cette raison, *pile secondaire*, mais on le nomme actuellement : *accumulateur*.

Le courant qui en fait un générateur est appelé *courant de charge ;* celui qu'il débite est appelé *courant de décharge.*

On peut réaliser un grand nombre de dispositifs analogues : eau acidulée sulfurique avec électrodes de platine, dissolution aqueuse de sulfate de cuivre avec électrodes de platine, etc... Mais pour être utilisable, il faut que le dispositif ait une f. é. m. suffisante quand il fonctionne comme générateur, une résistance intérieure faible (à cause du rendement électrique), qu'il conserve sa charge, qu'il ne se détériore pas rapidement, qu'il soit robuste, etc... Toutes ces conditions importantes, et malgré de très nombreuses recherches, n'ont permis de construire que deux types d'accumulateurs.

2. Accumulateur au plomb (solution acide).

a) *Description sommaire.*

1° *Accumulateur à formation naturelle.* — On emploie le dispositif de l'expérience précédente, des lames de plomb aussi pur que possible plongeant dans de l'eau acidulée sulfurique.

Un grand nombre de charges et de décharges successives transforment l'anode, en fin de charge, en un mélange d'oxydes de plomb et la cathode en plomb spongieux. Peu à peu, toute la matière intervient parce que les réactions, qui n'intéressent d'abord qu'une couche mince superficielle, gagnent en profondeur, dans la masse du plomb initial.

Cette *formation naturelle* a été employée à l'origine; elle est coûteuse parce qu'elle dépense de l'énergie électrique et elle est actuellement à peu près abandonnée.

2° *Accumulateurs à oxydes rapportés.* — On évite la longue et coûteuse formation naturelle en fixant la matière active dans les alvéoles de plaques moulées qui ne jouent plus qu'un rôle de support. En les faisant d'un alliage plomb-antimoine, l'alliage n'entre pas

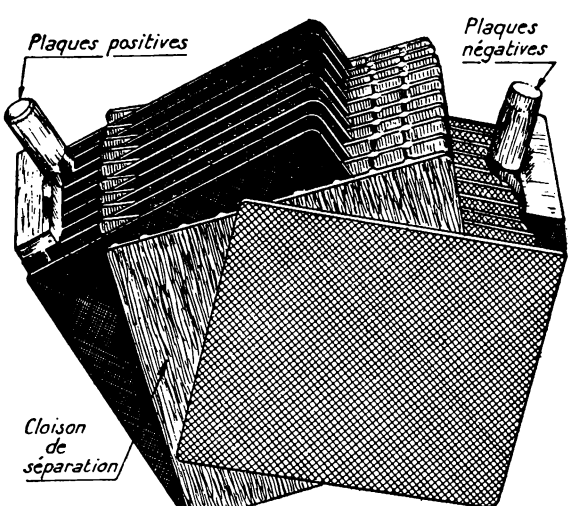


FIG. 2. — Vue d'ensemble des plaques avant leur mise en place.

en réaction et conserve sa solidité. On bourre les positives de minium Pb_3O_4 et les négatives de litharge PbO imprégnés d'acide sulfurique. On sèche et on forme chacune des électrodes en soudant plusieurs lames semblables à un même support; on imbrique positives et négatives en les protégeant de contacts accidentels par des séparateurs (fig. 2).

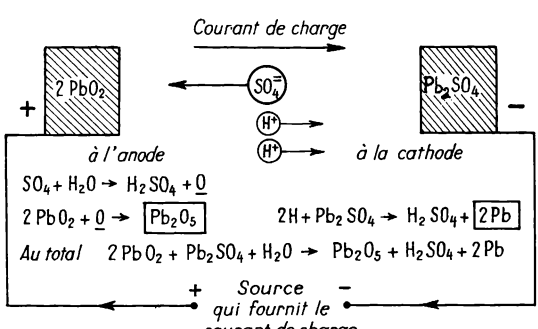
Il y a ainsi, par exemple, dix négatives pour neuf positives. On sèche et on monte dans des bacs en verre ou en ébonite parce qu'ils doivent être inattaquables par l'acide. On ménage un espace entre le bas des plaques et le fond du bac, parce qu'il se détache toujours de la matière active peu à peu et que ce dépôt, en atteignant les plaques, les mettrait en court-circuit.

L'acide sulfurique employé doit être exempt d'impuretés arsénicales; on prend de l'acide dit « au soufre » et on prépare une solution de masse volumique 1,20 g/cm³ en versant peu à peu, et en refroidissant, un volume d'acide sulfurique concentré dans cinq volumes d'eau.

Une première charge transforme le minium en oxyde Pb_2O_5, la litharge en plomb spongieux et l'accumulateur peut être mis en service.

b) *Réactions chimiques.*

Les réactions sont assez compliquées et aucune théorie n'est



Réactions à la charge.

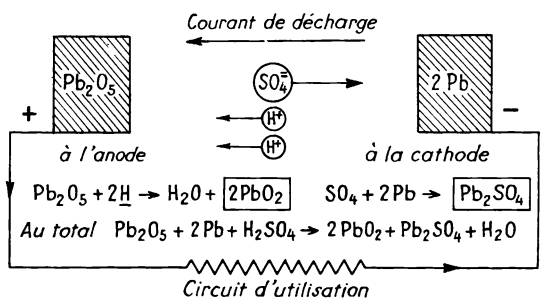
absolument satisfaisante. Celle que nous allons exposer, et qu'on appelle « théorie de Féry », explique assez bien les choses les plus importantes.

Elle admet qu'en fin de décharge la positive est faite d'oxyde PbO_2 et la négative de sulfate plombeux Pb_2SO_4; il y a bien dissymétrie des électrodes, mais la pile ainsi formée n'a qu'une f. é. m. trop faible et un fonctionnement plus poussé provoquerait des modifications qui rendraient l'élément inutilisable.

Pendant la charge, Pb_2SO_4 est réduit à l'état de plomb; PbO_2 est suroxydé à l'état Pb_2O_5. C'est ce que montre le schéma de la page 135 dans lequel la flèche désigne le sens du courant à l'intérieur de l'accumulateur.

La solution se concentre donc en acide sulfurique puisqu'il s'en est formé et qu'il a disparu de l'eau.

Pendant la décharge, les réactions opposées ramènent à PbO_2 et Pb_2SO_4 et la concentration en acide diminue puisqu'il en disparaît et qu'il se forme de l'eau.



Réactions à la décharge.

Ces variations de concentration qui se produisent effectivement sont un fait d'une grosse importance; elles renseignent sur l'état de charge ou de décharge.

L'élément est donc, en définitive, le siège des réactions inverses :

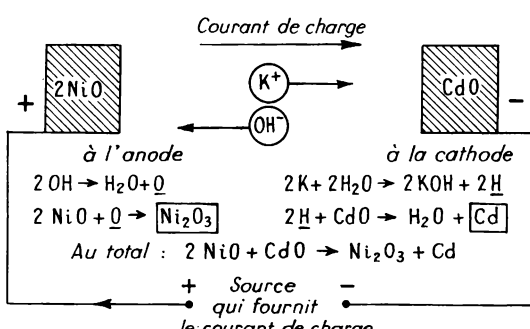
$$2\,PbO_2 + Pb_2SO_4 + H_2O \underset{\text{Décharge}}{\overset{\text{Charge}}{\rightleftharpoons}} Pb_2O_5 + H_2SO_4 + 2\,Pb.$$

Celle qui se fait à la charge absorbe de l'énergie; celle qui se fait à la décharge en libère.

Enfin, après décharge suffisamment poussée, si on persiste, ou si on abandonne longtemps l'accumulateur au repos, le sulfate plombeux Pb_2SO_4 se transforme par oxydation en sulfate plombique $PbSO_4$ qui se manifeste sous la forme d'un dépôt blanc sur les négatives. On dit que l'accumulateur est *sulfaté*. Ce sulfate $PbSO_4$ n'entre plus en réaction, ce qui diminue la masse de matière active; de plus, peu conducteur, il augmente très notablement la résistance intérieure, ce qui diminue le rendement. Il est donc essentiel d'empêcher sa formation.

3. Accumulateur cadmium-nickel (ou alcalin).

a) *Description.* — Les plaques sont formées de tubes d'acier nickelé, finement perforé, dans lesquels sont bourrées les substances actives. Ces tubes sont insérés dans des cadres également en acier



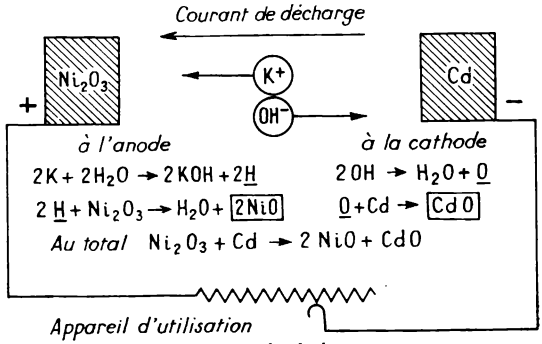
Réactions à la charge.

nickelé et forment ainsi des lames qu'on monte comme celles d'un accumulateur au plomb.

Les positives contiennent de l'hydroxyde de nickel $Ni(OH)_2$, les négatives de l'hydroxyde de cadmium $Cd(OH)_2$ qui se comportent respectivement, au cours des réactions, comme les oxydes NiO et CdO. Elles baignent dans une solution de potasse caustique KOH contenue dans un bac d'acier nickelé. L'élément est donc *mécaniquement* très robuste.

La nature de sa solution le fait appeler « alcalin ».

b) *Réactions.* — L'électrolyse de la solution de potasse donne de l'hydrogène à la cathode, de l'oxygène à l'anode et il y a successi-



Réactions à la décharge.

vement, pendant les charges et les décharges, des réductions ou des oxydations. Ce qu'expliquent les deux schémas précédents.

L'élément est donc, en définitive, le siège des réactions inverses :

$$2\,NiO + CdO \underset{\text{Décharge}}{\overset{\text{Charge}}{\rightleftarrows}} Ni_2O_3 + Cd$$

Celle de charge consomme de l'énergie, celle de décharge en libère. La concentration en potasse ne varie pas au cours du fonctionnement.

REMARQUE. — Il existe aussi d'excellents accumulateurs utilisant l'argent et le zinc et une dissolution *saline* de zincate de potassium. Ils sont, pour une capacité donnée, moins lourds que les précédents mais ils coûtent excessivement cher. On les emploie, par exemple, dans l'équipement des hélicoptères.

B. — GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES

4. Force électromotrice et force contre-électromotrice.

Elles varient avec l'état de charge. Pour l'accumulateur au plomb, la f. é. m. comprise entre 2,2 V et 2,5 V dès le début de la décharge tombe rapidement au voisinage de 2 V et s'y maintient remarquable-

ment pendant toute la durée d'une décharge normalement conduite. Quand la charge est presque épuisée, elle baisse rapidement, mais il ne faut pas la laisser tomber au-dessous de 1,8 V. Pendant la charge,

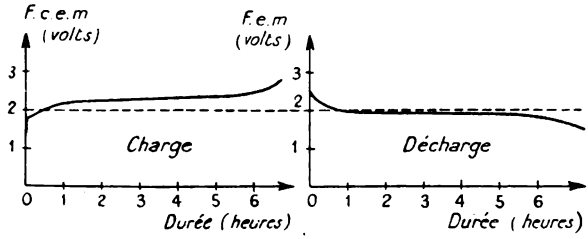


FIG. 3.

la f. c. é. m. passe graduellement de 1,8 V à 2,2 V, puis monte rapidement vers 2,6 V en fin de charge (fig. 3).

Pour l'accumulateur alcalin, la f. é. m. tombe de 1,5 V à 1,2 V et s'abaisse rapidement au-dessous de cette valeur en fin de décharge. Elle est moins constante que celle de l'accumulateur au plomb et c'est un désavantage. La f. c. é. m. monte jusqu'à 1,5 V ou 1,6 V pendant la charge.

5. Résistance intérieure.

La résistivité d'une solution passe généralement par un minimum pour une concentration donnée, qu'on choisit de manière à obtenir la résistance moyenne minimale pour la colonne liquide formant la majeure partie de la résistance intérieure de l'accumulateur. Comme la concentration varie au cours du fonctionnement de l'accumulateur au plomb, la résistance varie aussi.

Si les plaques d'un accumulateur au plomb ne sont pas sulfatées, la résistance est très faible; celle de l'accumulateur au nickel est plus grande. Au total, la résistance est de l'ordre de quelques millièmes d'ohm pour les petits éléments, de quelques cent millièmes pour de gros éléments.

6. Capacité.

La capacité, c'est-à-dire la quantité d'électricité que l'accumulateur peut débiter en se déchargeant, ne dépend, en principe, que de la masse des matières actives et croît avec elle.

On peut donc dire que cette capacité dépend des dimensions. Elle varie de quelques ampères-heures pour de petits éléments à quelques milliers d'ampères-heures pour de gros éléments.

On pourrait calculer sa valeur théorique en appliquant les lois de Faraday, quand on connaît le nombre de valences rompues dans la réaction électrolytique fondamentale, et on obtiendrait ainsi une valeur supérieure limite pour une masse de matières actives déterminée. On est loin, dans la pratique, d'obtenir cette quantité théorique à la décharge et il n'est guère possible de dépasser 65 Ah par kilogramme de plaque pour l'accumulateur au plomb. Elle est environ une fois et demie plus grande pour l'accumulateur alcalin.

D'ailleurs, la capacité varie avec le régime parce que les réactions peuvent ne pas avoir le temps de se produire si le débit est trop élevé et aussi parce que, au repos, il y a perte spontanée plus ou moins grande de la charge. Pour l'accumulateur au plomb, cette déperdition est importante et on peut retenir qu'il doit être constamment soumis à des charges et décharges successives.

Au contraire l'accumulateur cadmium-nickel conserve, pendant des mois, la plus grande partie de sa charge. Il est donc particulièrement indiqué s'il doit longtemps attendre sa décharge.

Enfin, ce qui intéresse l'usager, c'est la capacité pour le poids total et, à celui de la matière active, s'ajoutent ceux de son support, de l'électrolyte et du bac. On arrive ainsi, comme ordre de grandeur, à 30 Ah par kilogramme pour l'accumulateur au plomb, à 45 Ah par kilogramme pour l'accumulateur alcalin.

7. Intensité maximale.

Un courant d'intensité trop grande détériore les plaques d'un accumulateur au plomb, à cause d'un apport gazeux trop violent. Pour les accumulateurs usuels, l'intensité maximale de courant est de 0,5 à 1,5 ampères par kilogramme de plaques à la charge et de 1 à 2 ampères à la décharge.

Il en résulte que le courant qui peut être débité ou qu'on peut admettre à la charge dépend, en définitive, de la capacité. Pour des accumulateurs ordinaires, il est, en gros, le courant qui décharge ou charge l'élément en dix heures. Un élément de 40 Ah pourra donc débiter 4 A.

L'accumulateur alcalin a l'avantage de pouvoir débiter ou recevoir

des courants intenses, sans danger de détérioration. Malheureusement le débit d'un courant intense provoque une polarisation analogue à celle des piles, ce qui diminue notablement la f. é. m. et celle-ci ne reprend sa valeur normale que par un repos suffisant.

Une remarque très importante s'impose. Il est indispensable d'éviter de court-circuiter l'accumulateur au plomb. Prenons, par exemple, un 40 Ah; il a une résistance intérieure de 0,01 Ω environ; si l'on réunit ses bornes par un conducteur de résistance négligeable, le courant de court-circuit a pour intensité $I_a = 2 : 0{,}01 = 200$ A; il peut mettre irrémédiablement l'élément hors d'usage.

L'accumulateur alcalin subit, sans dégâts matériels, de fortes intensités; un court-circuit accidentel ne le met pas en danger. Bref, il est encore *électriquement* très robuste.

8. Énergie emmagasinée.

On peut avoir sa valeur moyenne en multipliant la f. c. é. m. moyenne pendant la charge par la quantité d'électricité reçue ($W = E'q$) et l'énergie emmagasinée par kilogramme présente, en réalité, plus d'intérêt que la quantité d'électricité employée.

En admettant des forces contre-électromotrices ou électromotrices moyennes de 2 V et de 1,3 V pour les deux espèces d'accumulateurs, des capacités respectives de 30 Ah et de 45 Ah par kilogramme, l'énergie emmagasinée est de même ordre de grandeur, 60 watts-heure par kilogramme environ pour chacun des deux types.

L'encombrement est également analogue et les seuls avantages qui restent à l'accumulateur alcalin sont sa robustesse et la conservation de la charge.

Par contre, son prix est plus élevé; mais pour choisir, il faut tenir compte de ce fait important : sa vie est beaucoup plus longue.

9. Rendement en quantité et en énergie.

a) Tous les coulombs nécessaires à la charge devraient théoriquement se retrouver à la décharge puisque les deux réactions opposées mettent en jeu le même nombre de valences-grammes; mais nous avons vu qu'il n'en est pas ainsi; il y a des pertes. Cela conduit à définir un rendement en quantité (η_a) par le rapport de la quantité

d'électricité fournie à la décharge ($Q_{dé}$) à la quantité d'électricité nécessaire à la charge (Q_{ch}) :

$$\eta_{iq} = \frac{Q_{dé}}{Q_{ch}}.$$

Il dépend essentiellement de la manière dont l'accumulateur est utilisé et ne dépasse à peu près jamais 90 % pour l'accumulateur au plomb; il est plus élevé pour l'accumulateur alcalin.

b) Le rendement en énergie (η_{ien}) conserve sa définition habituelle, c'est-à-dire qu'il est déterminé par le rapport de l'énergie $W_{dé}$ débitée à l'énergie W_{ch} employée à la charge. En désignant par E la f. é. m. moyenne et par E′ la f. c. é. m. moyenne, on a donc :

$$\eta_{ien} = \frac{W_{dé}}{W_{ch}} = \frac{E}{E'} \times \frac{Q_{dé}}{Q_{ch}}$$

et chacun de ces deux termes, $\frac{E}{E'}$, $\frac{Q_{dé}}{Q_{ch}}$, est inférieur à 1.

Ce rendement en énergie ne dépasse guère 80 % et il n'y a pas de différence très marquée entre les deux types d'accumulateurs utilisés rationnellement.

C. — CHARGE D'UN ACCUMULATEUR

10. Nécessité du courant continu.

Il faut disposer de courant continu qu'on demande à une dynamo, celle qui alimente le réseau, celle entraînée par le moteur à explosion sur une automobile. Si le secteur est alternatif, il faut employer un redresseur de courant.

Le courant de charge doit aller de la plaque positive à la plaque négative à l'intérieur de l'accumulateur; on doit donc relier la borne positive de l'accumulateur à la borne positive de la source et l'on voit que l'accumulateur a tendance à débiter un courant de sens contraire à celui fourni par la source.

La tension U, appliquée aux bornes, doit être supérieure à la force contre-électromotrice de l'élément (chap. XIII, § 5); sinon, c'est l'accumulateur qui débite sur le secteur, et il se décharge au lieu de se charger. Un rhéostat, en série, permet de régler l'intensité à la valeur voulue.

Ainsi, pour trois éléments au plomb semblables, de résistance intérieure $r_1' = 0{,}01\ \Omega$, montés en série (batterie d'automobile), il faudra disposer d'une tension au moins égale à $3 \times 2{,}6 = 7{,}8$ V; supposons avoir 8 V. Quand la f. c. é. m. d'un élément sera 2 V, si l'intensité de charge est $I = 10$ A, la résistance R du rhéostat devra être telle que :

$$U = E' + (nr_1' + R)I;\ 8 = 6 + (0{,}03 + R) \times 10;$$
$$0{,}03 + R = \frac{2}{10};\quad R = 0{,}2 - 0{,}03 = 0{,}17\ \Omega.$$

Nous avons vu que la f. c. é. m. augmente un peu avec la charge; si l'on veut maintenir l'intensité invariable, il faudra progressivement diminuer la résistance du rhéostat.

11. Indice de fin de charge.

La tension aux bornes s'élève et atteint 2,5 à 2,6 V par élément au plomb, 1,6 à 1,7 V par élément alcalin.

Pour les accumulateurs au plomb, la concentration en acide croît pendant la charge et la masse volumique atteint 1,28 à 1,29 g/cm³; on utilise pour ce contrôle une pipette pour extraire du liquide et un densimètre (fig. 4).

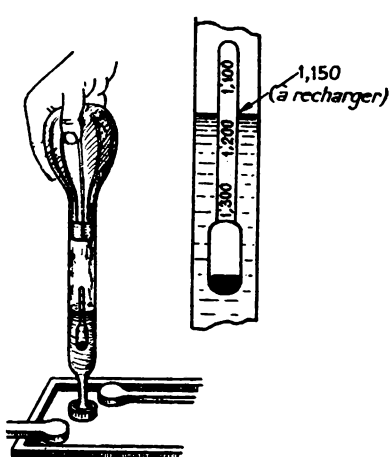


FIG. 4.

Si les plaques sont visibles, la coloration est une indication : les positives doivent être d'un beau brun chocolat, les négatives, gris-bleu. De toute façon, des taches blanchâtres indiquent de la sulfatation.

Enfin, quand la charge est terminée, l'hydrogène et l'oxygène ne trouvent plus de matière à transformer et se dégagent : il y a donc un vif bouillonnement et du gaz tonnant (2 volumes d'hydrogène pour 1 volume d'oxygène) se dégage. Si

les vases sont clos, il faut retirer le bouchon pendant la charge et il est toujours imprudent de s'approcher d'éléments en charge avec une flamme; les grosses batteries doivent être installées dans un local bien aéré. Ce danger d'explosion existe tout particulièrement dans les sous-marins.

REMARQUE. — Une charge trop poussée fait disparaître de l'eau sous forme de mélange tonnant; il en disparaît aussi par évaporation; il faut donc de temps en temps ajouter de l'eau distillée pour toujours maintenir le niveau du liquide au-dessus des plaques. Ce soin est tout particulièrement important pour les accumulateurs au plomb.

12. Indice de fin de décharge.

En fin de décharge, la f. é. m. et par conséquent la tension aux bornes, si l'accumulateur débite, tombent rapidement. On peut donc contrôler à l'aide d'un voltmètre.

Pour l'accumulateur au plomb, la masse volumique tombe à 1,15 g/cm^3. De plus, les plaques ont notablement changé d'aspect.

D. — APPLICATIONS DES ACCUMULATEURS

13. Montage en série des accumulateurs.

Ils s'emploient presque toujours sous forme de batterie et le plus souvent, pour les faibles capacités d'éléments au plomb (10, 20, 30 Ah), le même bac contient deux éléments en série; une barrette extérieure les unit, d'où l'expression « accu de 4 volts ».

On ne les emploie jamais groupés en parallèle, à cause de courants de circulation qui gaspillent de l'énergie et qui pourraient être désastreux pour des accumulateurs au plomb sensibles aux surintensités. Les batteries sont donc toujours faites d'éléments montés en série. On emploie un nombre suffisant d'éléments pour obtenir la tension aux bornes nécessaire (compte tenu de la chute ohmique interne) et les renseignements fournis par le constructeur permettent de choisir le type d'élément capable de débiter le courant voulu. Ainsi, pour obtenir une tension voisine de 6 V avec un débit de 10 A, trois éléments au plomb suffiront; si leur régime est « en 10 heures », il faudra des éléments de 100 Ah. Il faudrait cinq éléments alcalins.

14. Importance pratique.

L'accumulateur a une grosse importance pratique, parce qu'il est le seul dispositif permettant de mettre en quelque sorte de l'énergie électrique en réserve, pour l'utiliser quand on en a besoin.

Par exemple, une dynamo desservant surtout un réseau d'éclairage peut, pendant la journée, charger une batterie qui, le soir, aux heures de demande, débite en parallèle avec elle. On dit qu'elle fonctionne en batterie-tampon.

Sur une automobile la dynamo charge la batterie qui sert au démarrage du moteur, à l'éclairage de la voiture, à l'alimentation des phares. Les voitures de chemins de fer sont équipées de manière analogue, pour l'éclairage des compartiments.

Dans un sous-marin, les accumulateurs sont chargés, pendant la marche en surface, à l'aide d'une partie de la puissance des machines thermiques; en plongée, ils alimentent les moteurs électriques du navire.

Ils sont encore employés dans un grand nombre de circonstances : allumage des moteurs à explosion, transmissions télégraphiques et téléphoniques, alimentation des postes de T. S. F., montages de mesures, etc...

RÉSUMÉ

Les accumulateurs permettent d'emmagasiner de l'énergie électrique sous la forme d'énergie chimique. Les accumulateurs au plomb sont plus lourds et moins robustes que les accumulateurs cadmium-nickel, mais ils sont moins coûteux. La f. é. m. d'un accumulateur est sensiblement constante; elle est d'environ 2 volts pour un accumulateur au plomb et de 1,5 volt pour un accumulateur alcalin.

Leur résistance intérieure est très faible et la mise en court-circuit des accumulateurs au plomb leur est néfaste. En raison de leur faible f. é. m., on groupe généralement plusieurs éléments en série, ce qui constitue une batterie.

Les applications des accumulateurs sont nombreuses : batteries tampons, éclairage et démarrage des véhicules, propulsion des sous-marins en plongée, etc...

Exercices

1. *Une batterie d'automobile formée de trois éléments est chargée en six heures par un redresseur qui fournit un courant de* 10 *A.*

1° *Quelle est la durée de décharge quand la batterie débite une intensité constante de* 15 *A, sachant que le rendement en quantité est* 0,80?

2° *Déterminer le rendement en énergie sachant que la f. é. m. moyenne par élément est* 2,1 *V à la charge et* 1,9 *V à la décharge?*

Rép. : 3 h. 12 mn; 0,72.

2. *On utilise une dynamo de f. é. m.* 115 *V, de résistance intérieure* 1 Ω, *pour la charge d'une batterie de vingt accumulateurs groupés en série, de résistance* 0,01 Ω *par élément. Quelle résistance faut-il mettre en série pour maintenir un courant de charge de* 3 *A :*

1° *Au début, lorsque la f. c. é. m. par élément est de* 1,9 *V?*

2° *En fin de charge, lorsque la f. c. é. m. est de* 2,1 *V?*

Rép. : 24,4 Ω; 23,1 Ω.

3. *Une batterie d'accumulateurs débite* 4 *A sur un circuit extérieur de* 2,8 Ω *et* 12 *A si la résistance de ce circuit diminue de* 2 Ω. *Calculer la résistance intérieure de la batterie, sa f. é. m., les valeurs de la tension à ses bornes pour chacun des deux débits précédents.*

Rép. : 0,2 Ω; 12 V; 11,2 V; 9,6 V.

4. *On dispose d'une tension constante de* 120 V *pour charger des accumulateurs de f. c. é. m. supposée constante et de valeur* 2,5 V *pendant la charge. Quel est le nombre maximum* N *d'éléments qu'on peut charger simultanément pour un courant de charge de* 20 A *si la résistance de chaque élément est* 0,01 Ω? *Quelle est la résistance r à ajouter en série avec les éléments si l'on en charge un nombre* $n \leqslant N$? *Quelle est la dépense pour la charge si elle se fait en* 10 h, *l'énergie valant* 0,15 F/kWh? *Quelle remarque le résultat entraîne-t-il?*

Rép. : 44; $r = (6 - 0{,}135\ n)$ Ω; 3,60 F.

ÉLECTROMAGNÉTISME

CHAPITRE XVI

CHAMP D'INDUCTION MAGNÉTIQUE DES COURANTS [1]

A. — NOTIONS PRÉLIMINAIRES

1. Influence du milieu dans lequel règne un champ magnétique.

a) Dans l'espace environnant soit un *aimant*, soit *un circuit siège d'un courant*, nous avons constaté des effets mécaniques qui nous ont conduits à une définition purement *spatiale* du *champ magnétique*, définition que nous pouvons rappeler en disant que c'est *toute région de l'espace dans laquelle un aimant subit une action.*

---

(1) Dans les prochains chapitres, nous aurons fréquemment à considérer des grandeurs ayant une direction et un sens : forces, champs, courants; souvent elles seront perpendiculaires au plan de la figure, allant d'avant en arrière ou d'arrière en avant. Il est alors commode de représenter la grandeur par *un petit cercle centré sur un point quand elle vient vers l'observateur placé en avant de la figure, par un cercle centré sur une croix dans le cas contraire* (fig. 1).

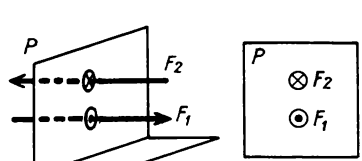


FIG. 1.

Mais rien ne permet de déceler si ce champ est produit par un aimant ou par un courant; bref :

Il n'y a qu'une espèce de champ magnétique.

b) Il est cependant indiscutable que le milieu dans lequel règne le champ joue un rôle.

Ainsi l'action électrodynamique qui s'exerce entre deux circuits et dont nous avons signalé l'existence (II, 3) n'a pas *rigoureusement la même valeur* suivant que les deux circuits sont dans le vide, dans l'air, dans une dissolution de chlorure ferrique. etc.

2. Existence de l'aimantation induite.

a) Cette modification n'est facile à montrer que pour des substances exceptionnelles mais dont l'importance est considérable en électrotechnique, le fer et l'acier dur ordinaire par exemple. Il suffit, pour la mettre en évidence, de placer ces substances dans le champ créé par une *bobine* cylindrique, c'est-à-dire celui qui règne à l'intérieur d'un enroulement en hélice sur un cylindre creux de bois ou de carton.

Montons donc en série deux *bobines* identiques (fig. 2) et contenant, l'une un *noyau* de *fer* dit *fer doux*, l'autre un noyau *d'acier*.

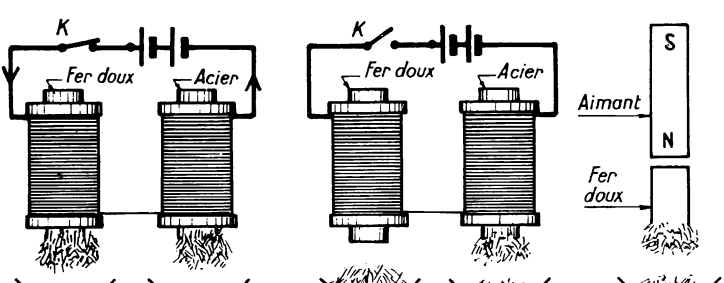


FIG. 2.

Ni l'un, ni l'autre ne sont aimantés, mais si l'on ferme l'interrupteur, tous deux attirent toutes espèces de ferraille : la limaille, des clous, etc. On dit qu'il y a *aimantation induite* ou *aimantation par influence* et c'est évidemment le champ des bobines qui a *développé* cette aimantation.

Si l'on coupe le courant, le fer doux laisse tomber les clous qu'il portait, l'acier n'en laisse tomber qu'une faible partie et il y a ainsi une différence importante entre ces deux matériaux. Pour la marquer, on dit que le fer doux acquiert une *aimantation temporaire* parce qu'elle disparaît avec le champ, tout au moins dans les conditions de l'expérience faite; on dit au contraire que l'acier acquiert une *aimantation permanente* parce qu'elle persiste quand le champ disparaît.

Bien entendu, le champ d'un aimant développe aussi l'aimantation induite; on peut le constater aisément.

b) Dans ces expériences, de véritables *pôles* ont apparu sur les morceaux de fer ou d'acier soumis à l'action du champ, mais il peut y avoir aimantation sans effets extérieurs.

Prenons un anneau d'acier *non aimanté* et bobinons sur cet anneau un enroulement torique. Cet enroulement parcouru par un courant crée un champ à l'intérieur de l'espace enveloppé par les spires, comme nous le verrons prochainement, mais rien extérieurement ne vient révéler l'aimantation de l'acier. Si l'on veut constater l'aimantation du milieu — et cela est possible parce que l'acier *conserve* celle qu'il a acquise — il faut briser l'anneau en deux, d'un coup de cisaille : on obtient ainsi deux aimants dont les pôles de noms contraires se trouvent en regard (fig. 3). Si l'on reconstitue l'anneau en rapprochant les deux moitiés, tous les signes extérieurs d'aimantation disparaissent à nouveau, mais ils reparaissent si l'on sépare encore les deux moitiés. Rien ne se manifesterait extérieurement si l'anneau était fait de deux anneaux concentriques qu'on séparerait par *déboîtage* après action du champ de l'enroulement, et pour montrer l'aimantation de chacun d'eux, il faudrait encore les briser.

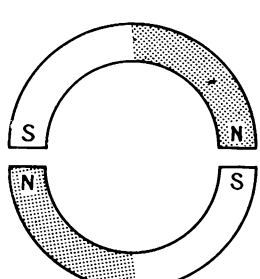


FIG. 3.

Il nous suffit de savoir pour l'instant que quelques rares substances, le nickel, le cobalt, des produits à base d'oxyde Fe_2O_3, certains alliages *ne contenant pas de fer*, s'aimantent à la manière du fer ou de l'acier et sont appelées, pour cette raison, *substances ferromagnétiques. Toutes les autres s'aimantent aussi*, mais seulement

temporairement et d'une manière si faible que leur aimantation est *pratiquement nulle ;* elles sont *pratiquement amagnétiques.* C'est cependant l'existence de cette aimantation induite qui explique le rôle du milieu.

3. Principe de l'exploration d'un champ magnétique.

a) Pour l'instant le seul moyen commode dont nous disposons est l'action du champ sur un aimant. Elle est facile à utiliser dans le cas des milieux fluides, dans l'air par exemple.

En principe, nous employons donc un *petit aimant* dont l'état d'aimantation *permanente* ne peut être modifié par le champ dans lequel on le porte. Il est très délié, la *ligne de ses pointes* détermine une direction bien définie. Suspendu par son centre de gravité, il est *pratiquement* soustrait à l'action de la pesanteur et l'on s'assure qu'il n'est soumis qu'au seul champ qu'on veut étudier (1). Alors, quand cet aimant a son centre en un certain point du champ à explorer, sa direction et son sens *sn* nous fournissent des renseignements d'ordre *qualitatif.*

b) Il peut aussi servir à des comparaisons *quantitatives.*

Remarquons d'abord qu'il existe des portions de champ pour lesquelles l'orientation de l'aiguille d'exploration est la même en tous points. C'est ce qu'on constate pour le champ magnétique terrestre : dans le volume d'une salle, en l'absence de champs perturbateurs d'aimants ou de courants, à quelques mètres l'une de l'autre, deux aiguilles s'orientent parallèlement. On dit qu'un tel champ est *uniforme.*

De plus, on peut encore constater que l'*action d'un champ uniforme sur un aimant se réduit* à un couple. Comme on peut toujours placer *en un point* du champ à étudier un aimant assez petit pour qu'on puisse considérer que le champ est uniforme dans le domaine de ses déplacements possibles, on peut ramener la comparaison de champs à celles de couples.

En effet, supposons l'aimant en équilibre dans une direction déterminée. On constate qu'on peut le conduire dans une nouvelle position d'équilibre en lui appliquant un couple d'origine méca-

(1) L'action du champ terrestre peut être compensée quand elle n'est pas négligeable.

nique, par exemple en prenant un *fil de torsion* pour le suspendre, et que le moment de ce couple prend une valeur maximale C_M quand la nouvelle position d'équilibre est à 90° de la première (fig. 4) : C_M mesure alors le couple d'origine magnétique auquel est soumis l'aimant et par convention :

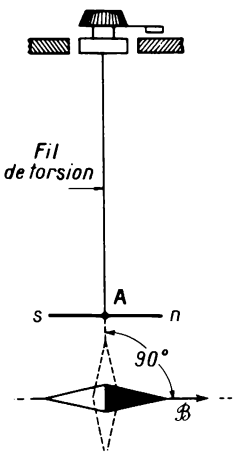


FIG. 4.

Si pour deux champs successifs, le moment du couple magnétique auquel est soumis l'aimant d'épreuve est le même, on dit que *les champs ont même valeur ou même intensité ; si le moment est deux fois plus grand pour le deuxième champ, on dit que le deuxième champ vaut deux fois le premier.*

Le champ magnétique apparaît ainsi comme une *grandeur mesurable* et la règle de *proportionnalité* par laquelle nous lions sa valeur à celle de l'action subie par un aimant est en accord avec toute la suite du magnétisme et de l'électromagnétisme.

B. — CHAMP DES COURANTS

Le champ des courants est pour nous plus important que celui des aimants permanents parce qu'il est d'un emploi commode pour développer et régler l'aimantation temporaire du fer. C'est donc lui que nous allons d'abord étudier.

4. Exploration qualitative. Lignes de champ.

a) Prenons pour circuit des spires ayant pour support une lame de plexiglass percée de trous (fig. 5) et *placée dans l'air.*

Nous savons déjà que le *champ magnétique se renverse avec le sens du courant.*

Plaçons l'aimant d'exploration dans le champ du circuit et prenons pour origine le point où se trouve son centre. Si l'on se

déplace constamment dans la direction et le sens de l'axe *sn* de l'aimant, on décrit une ligne qui ramène au point de départ et qui boucle au moins un conducteur siège du courant. Une telle ligne est appelée *ligne de champ* et on lui donne pour sens celui du parcours marqué par une flèche. *Ce fait se retrouve pour tous les circuits :*

Les lignes de champ d'un courant sont des courbes fermées.

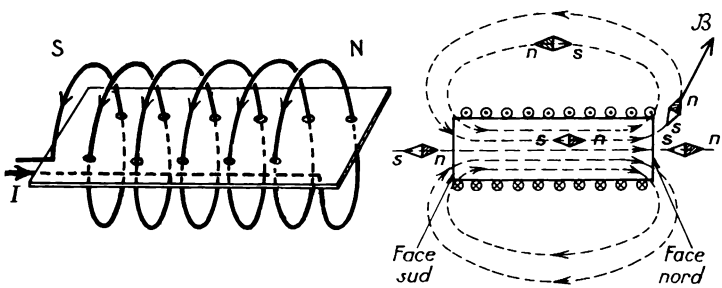


FIG. 5.

Leur forme dépend essentiellement de celle du circuit, mais ne dépend pas de l'intensité du courant. Il en existe une infinité, car on peut choisir un point de départ quelconque, *mais il n'en passe qu'une en chaque point du champ.*

Dans le cas du circuit considéré, ces lignes sont sensiblement parallèles dans la région centrale de l'enroulement, où le champ est donc sensiblement uniforme, mais elles divergent nettement avant les extrémités. Toutes ont évidemment le même sens dans l'espace enveloppé par les spires et l'on appelle *face nord* la face par laquelle *on sort* de cette espèce de bobine quand on parcourt l'une de ses lignes de champ dans le sens de la flèche; l'autre face est appelée *face sud.*

b) On peut tracer en même temps un grand nombre de lignes de champ, *dans un plan horizontal.* Pour cela, dans le cas du circuit que nous avons choisi, on saupoudre de limaille de fer le support horizontal des spires; les petits aimants que deviennent chacun des grains se placent bout à bout et donnent une représentation assez nette de l'ensemble des lignes de champ, dans l'un des plans contenant l'axe du circuit, en formant un *spectre magnétique.*

5. Étude quantitative. Champ d'induction.

Réservons le cas délicat des substances *ferromagnétiques et considérons d'abord un circuit placé théoriquement dans le vide* et pratiquement dans l'air. Des mesures montrent que :

1° La valeur du champ en un point est toujours proportionnelle à l'intensité I du courant.

2° Elle dépend, pour un circuit donné, de la position du point par rapport au circuit, de la forme du circuit; cela introduit donc dans son expression un facteur K d'ordre géométrique.

3° Enfin, puisque nous savons que les effets du champ dépendent du milieu dans lequel il règne, il est naturel de faire apparaître un facteur mesurant une grandeur caractéristique et qu'on appelle *perméabilité magnétique* (1) de ce milieu; on la représente par la lettre grecque μ, qui se dit « mû », et l'*on admet que la perméabilité double si la valeur du champ double elle-même.*

Le champ dont nous venons de déterminer les facteurs est appelé *champ magnétique d'induction* (2) ou plus simplement *champ d'induction* au point considéré et l'on peut poser, en représentant sa valeur par $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{B} = \mu \, KI$$

à condition de mesurer les quatre grandeurs $\mathcal{B}$, μ, K, I en unités cohérentes.

6. Valeur du champ d'induction au centre d'une bobine longue. Unité de champ d'induction.

a) Pratiquement, le circuit est un fil conducteur enroulé en hélice à spires jointives sur un cylindre; il est analogue à celui

(1) Il ne faut pas chercher à expliquer ce qu'est cette grandeur par le sens habituel du mot perméabilité; cela ne peut guère conduire qu'à de grossières erreurs.

(2) Cette dénomination s'explique par le fait que $\mathcal{B}$ dépend de l'aimantation *induite* du milieu; on le montre dans la théorie des milieux aimantés.

que nous avons considéré précédemment. Il est caractérisé par le nombre N de ses spires, par la longueur l qu'elles occupent sur le cylindre, par le rayon du cylindre s'il est circulaire.

Si la longueur l est grande par rapport au rayon, l le valant 100 fois par exemple, on constate que la valeur du champ au centre de cette *bobine longue*, dite encore *solénoïde*, est pratiquement indépendante du rayon et proportionnelle au nombre N : $l = N_1$ *de spires par unité de longueur*. On peut donc écrire $\mathcal{B} = \mu N_1 I$ et l'on a évidemment $\mathcal{B} = 1$ si $\mu = 1$ avec $N_1 I = 1$. En appelant ce produit $N_1 I$ *nombre d'ampères-tours par unité de longueur* (ou aussi, *nombre d'ampères par unité de longueur*), on voit que :

L'unité S.I. *de champ d'induction est celle du champ d'induction au centre d'une bobine infiniment longue baignée par un milieu de perméabilité magnétique unité et portant un ampère-tour par mètre* (Atr/m). *Cette unité est appelée tesla* (T).

Alors, au centre d'une bobine longue :

$$\mathcal{B} = \mu N_1 I$$

$\mathcal{B}$ en **tesla;** μ en u **S.I.;** $N_1 I$ en **Atr/m.**

Le choix d'unités électriques conservant le joule pour unité d'énergie et adoptant l'ampère comme *quatrième* unité de base fixe la valeur μ_0 de la *perméabilité magnétique du vide*, soit :

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \simeq \frac{12{,}5}{10^7} \text{ u S.I.}$$

Alors au centre d'une bobine longue et *théoriquement dans le vide :*

$$\mathcal{B}_0 = \frac{4\pi}{10^7} N_1 I \simeq \frac{12{,}5}{10^7} N_1 I.$$

Mais comme les lignes de champ sont pratiquement parallèles à l'intérieur de la bobine, le champ d'induction a sensiblement la même valeur qu'au centre en tous les points d'une section droite quelconque du solénoïde sauf au voisinage des sections terminales.

Au centre de ces dernières sa valeur n'est plus que $\mathcal{B}_0 : 2$ et, à l'extérieur de la bobine, il est d'autant plus faible que le point est plus éloigné du centre de la bobine.

b) Enfin, pour toutes les substances *pratiquement amagnétiques, la perméabilité est constante, indépendante du courant* et sa valeur diffère très peu de celle du vide; cela tient à ce que l'aimantation de ces substances est pratiquement nulle. Il en résulte que :

Le champ d'induction d'un courant est pratiquement le même, que ce circuit soit placé dans le vide ou qu'il soit entouré de milieux homogènes ou hétérogènes, à condition que ces milieux ne soient pas ferromagnétiques.

7. Représentation vectorielle du champ d'induction.

a) Ainsi nous pouvons caractériser chaque point d'un champ magnétique par un nombre qui mesure le champ d'induction en ce point. Mais comme ce champ est une grandeur *dirigée*, il est naturel de le représenter par un *vecteur*, comme nous représentons une force. D'où la *convention :*

On représente le champ d'induction en un point par un vecteur ayant son origine au point considéré, pour direction celle de l'axe d'un petit aimant d'exploration, pour sens celui qui va du pôle sud au pôle nord de l'aimant; ce vecteur est donc tangent à la ligne de champ que, dans la suite, nous appellerons ligne d'induction; il a le même sens qu'elle et on lui donne une longueur proportionnelle à la valeur du champ.

Dans le cas du solénoïde, on peut vérifier sur la figure 6 qu'on retrouve le sens du champ quand on connaît celui du courant ou inversement par la règle suivante dite *règle du tire-bouchon :*

Si l'on place, sur l'axe de la bobine, un tire-bouchon tournant dans le sens horaire pour s'enfoncer, il sort par la face nord s'il tourne dans le sens du courant.

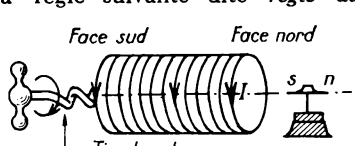


FIG. 6.

b) Si deux circuits créent *séparément deux champs* $\mathcal{B}_1$ *et* $\mathcal{B}_2$ au même point, on n'observe plus qu'un champ unique $\mathcal{B}$ quand on les crée *simultanément*. De plus, on constate que son vecteur représentatif est la diagonale du parallélogramme construit sur $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$ (fig. 7). Bref :

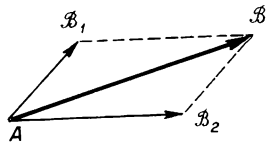


FIG. 7.

Les champs d'induction obéissent à la règle de composition des grandeurs vectorielles.

On peut les composer ou les décomposer comme *les forces*.

8. Champ d'excitation.

a) L'expression du champ d'induction peut se décomposer en deux facteurs essentiels. Le premier, μ, est l'une des constantes physiques du milieu; ce n'est pas une grandeur dirigée. Le second, KI dans le cas général, N_1I pour l'intérieur de la bobine longue, ne dépend pas du milieu, *mais seulement du courant, du circuit et de la position relative de ce circuit et du point*. Il est, en définitive, le seul responsable du champ, car $\mathcal{B}$ s'annule si le courant s'annule, ce qui entraîne $N_1I = 0$. On est alors conduit à considérer le champ d'induction comme dû à un champ qu'on appelle *champ d'excitation* ou *champ magnétisant*, qu'on appelait simplement *champ magnétique;* il a pour direction et pour sens ceux du champ d'induction. Sa valeur dans le cas considéré jusqu'ici est N_1I et s'exprime par conséquent en *ampères-tours par mètre* dans le Système International, mais on retrouve des choses analogues pour tous les circuits et, si on la représente par $\mathcal{H}$, elle est liée à $\mathcal{B}$ par la relation $\mathcal{B} = \mu\,\mathcal{H}$. Comme on en tire $\mathcal{H} = \mathcal{B} : \mu$, cette dernière forme traduit que $\mathcal{H} = 1$ u S.I. si $\mathcal{B} = 1$ T pour $\mu = 1$ u S.I.

Pour conclure et en représentant par $\vec{\mathcal{B}}$ et par $\vec{\mathcal{H}}$ les vecteurs

représentatifs de l'induction et du champ d'excitation, on peut écrire :

$$\vec{\mathcal{B}} = \mu \vec{\mathcal{H}}$$

en **unités concordantes.**

Cette relation, dite *vectorielle*, traduit à la fois la proportionnalité des valeurs $\mathcal{B}$ et $\mathcal{H}$ et la position des vecteurs $\vec{\mathcal{B}}$ et $\vec{\mathcal{H}}$ qui ont même origine, même support et même sens dans les cas que nous aurons à envisager.

9. Champs d'un enroulement torique.

Il est formé de spires régulièrement enroulées sur un tore. On constate aisément qu'il *ne crée aucun champ en dehors du volume enveloppé par les spires* et, dans ce volume, les lignes d'induction sont des circonférences situées dans des plans normaux à l'axe du tore, centrées sur cet axe (fig. 8).

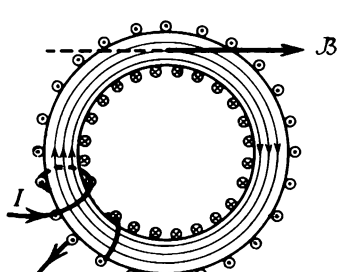


FIG. 8.

Supposons que la longueur l de la ligne d'induction moyenne soit grande devant l'épaisseur radiale du tore. Dans ces conditions, si N est le nombre total des spires, on établit que la valeur du champ d'induction est pratiquement la même en tous les points et qu'elle est donnée par la même expression que celle du champ au centre d'une bobine longue :

$$\mathcal{B} = \mu \frac{NI}{l} = \mu N_1 I \qquad \mathcal{H} = N_1 I$$

Ce résultat s'explique, car l'enroulement torique peut être considéré comme celui d'un solénoïde qu'on a courbé pour rapprocher ses deux faces.

Il faut cependant remarquer que ces champs de valeurs pratiquement constantes ne sont pas uniformes parce que leurs lignes de champ *ne sont pas des droites parallèles.*

Le sens du champ se retrouve par la règle du tire-bouchon.

10. Champs d'un circuit circulaire et d'un conducteur rectiligne indéfini.

a) Soit une spire circulaire ou un paquet de N spires circulaires identiques qu'on peut appeler *bobine plate*, par opposition au solénoïde ou bobine longue. Par raison de symétrie, son axe est ligne d'induction de son champ et, dans tout plan le contenant, le plan

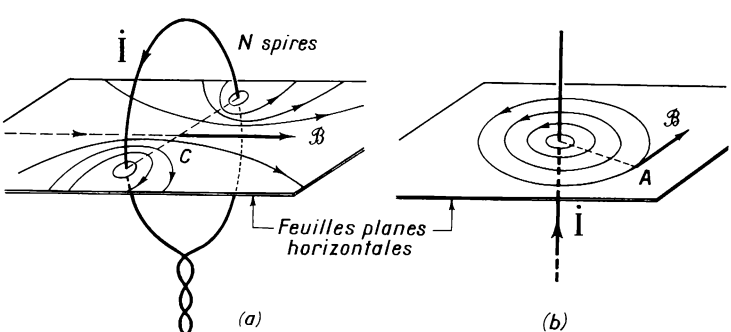


FIG. 9.

horizontal de la figure 9 *a* par exemple, les autres lignes d'induction sont des circonférences si la bobine se réduit à une spire. Toutes sortent par la même face qui est la face nord de la bobine et on peut appeler *axe magnétique* de l'enroulement la demi-droite orientée Cx qui porte le vecteur champ d'induction au centre C. En ce

centre, les valeurs de $\mathcal{B}$ et de $\mathcal{H}$ pour N spires sont données en u. S.I. par :

$$\mathcal{B} = \mu \frac{NI}{2R}, \qquad \mathcal{H} = \frac{NI}{2R}$$

R étant le rayon commun des spires. On a donc, dans le vide ou dans des milieux pratiquement amagnétiques, $\mathcal{B}_0 = 2\pi NI/10^7 R$.

b) L'autre cas est pratiquement celui d'un conducteur rectiligne de grande longueur et il s'agit du champ au voisinage de sa région moyenne. Les lignes de champ sont des circonférences dont le plan est normal au conducteur et centrées sur ce dernier. La valeur du champ d'induction est la même en tous les points d'une ligne de champ et si a est le rayon de celle-ci, on a :

$$\mathcal{B} = \mu \frac{I}{2\pi a}, \qquad \mathcal{H} = \frac{I}{2\pi a}$$

soit, dans le vide ou dans l'air, $\mathcal{B}_0 = 2I/10^7 a$.

Le sens du champ peut être trouvé par la règle du tire-bouchon précédente, mais il est plus simple de faire progresser le tire-bouchon dans le sens du courant : il tourne alors dans le sens des lignes de champ.

REMARQUES. — 1° En électrisant négativement de petits conducteurs collés les uns auprès des autres sur un disque circulaire et en faisant tourner celui-ci autour de son axe, on constate que ce courant circulaire de charges électriques crée un champ magnétique analogue à celui d'une spire circulaire parcourue par un courant qui aurait un sens opposé à celui de la rotation du disque. C'est une confirmation de la théorie *granulaire* de l'électricité.

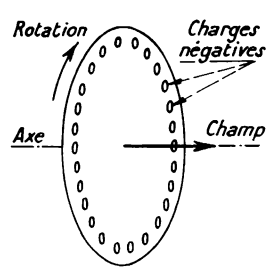


FIG. 10.

2° Les formes que nous avons adoptées pour traduire les champs magnétisant et d'induction des circuits électriques sont celles qu'emploient les techniciens et qui sont recommandées par la Commission électronique internationale.

On emploie parfois aussi, et l'on employait à peu près uniquement jadis, des formes dites *non rationalisées* que nous laissons de côté par raison de simplicité et pour bénéficier de toute la clarté qu'apporte le Système International d'unités.

11. Perméabilité magnétique relative (1).

a) Soient $\mathscr{B}_0$ et $\mathscr{B}$ les valeurs de l'induction en un point du champ du circuit suivant que celui-ci est dans le vide ou baigné par un *milieu* de perméabilité μ. Comme le champ d'excitation est le même, on a $\mathscr{B} = \mu\mathscr{H}$, $\mathscr{B}_0 = \mu_0\mathscr{H}$ soit, par division membre à membre, $\mathscr{B} : \mathscr{B}_0 = \mu : \mu_0$. Ce rapport $\mu : \mu_0$ est appelé *perméabilité du milieu par rapport à celle du vide*, ou plus simplement *perméabilité magnétique relative* du milieu. Il s'exprime par un nombre — comme le rapport de deux longueurs — si bien qu'on devrait écrire $\mu : \mu_0 = k$, mais on a pris l'habitude de le représenter par μ_r et l'on pose $\mu : \mu_0 = \mu_r$, soit $\mu = \mu_r\mu_0$; il en résulte :

$$\mathscr{B} = \mu_r\mu_0\mathscr{H} = \mu_r\mathscr{B}_0.$$

Ainsi :

On peut calculer une induction magnétique en la calculant comme si le circuit était dans le vide et en multipliant la valeur obtenue par la perméabilité relative du milieu.

b) Mais pour tous les milieux pratiquement amagnétiques, μ diffère très peu de μ_0; alors $\mu_r \simeq 1$ et $\mathscr{B} \simeq \mathscr{B}_0$.

12. Propagation du champ d'induction.

a) De la même manière que le champ électrique, celui d'induction magnétique ne suit pas instantanément les variations du courant qui le produit.

Si, par exemple, on impose un brusque accroissement de l'intensité I pendant une certaine durée Δt, au courant établi dans la spire C (fig. 11) les variations correspondantes aux points M et N de l'axe Cx se produiront plus tard; mais, comme pour le champ électrique, la vitesse de propagation de toute variation du champ

(1) Voir note I. p. 447.

d'induction est égale, dans le vide et pratiquement dans l'air, à celle C_0 de la lumière. Ainsi, si d est la distance MN, la variation commencée en M à l'époque t ne commencera en N qu'à l'époque $t + d/C_0$ et la figure représente, très schématiquement, le principe des émissions radio-électriques.

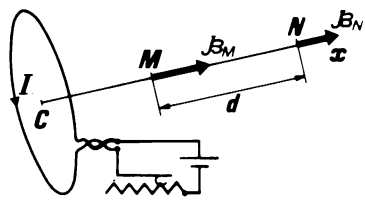


FIG. 11.

b) Cette identité des vitesses de propagation n'est pas un simple hasard mais correspond à une corrélation profonde des phénomènes électriques et des phénomènes optiques; elle se traduit par une relation remarquable entre la perméabilité du vide, sa permittivité et la vitesse de la lumière. Entre ces trois grandeurs, on a :

$$\varepsilon_0/w_0\, C_0^2 = 1.$$

Alors on retrouve la valeur ε_0 utilisée à propos de la loi de Coulomb quand on sait que $\mu_0 = 4\pi/10^7$ et $C_0 = 3 \times 10^8$ m s.

RÉSUMÉ

On est conduit à caractériser un champ magnétique en chacun de ses points par une grandeur appelée champ d'induction en ce point. Sa valeur dépend du milieu dans lequel il règne et comme c'est une grandeur dirigée, on le représente en chaque point par un vecteur ayant son origine en ce point, une direction et un sens donnés par un petit aimant d'exploration.

Ces vecteurs sont tous tangents à des lignes fermées appelées lignes de champ d'induction.

Dans la partie centrale d'une bobine longue ou dans un enroulement torique, le champ d'induction a pratiquement la même valeur $\mathcal{B} = \mu N_1 I$. Dans cette expression, μ est une constante du milieu appelée perméabilité magnétique, N_1 est le nombre de spires réparties par unité de longueur et I l'intensité du courant ; le produit $N_1 I$ s'exprime en ampères-tours par mètre et, dans le Système International que nous employons, la perméabilité du vide ou de toutes les substances pratiquement amagnétiques a pour valeur $4\pi/10^7 \simeq 12{,}5/10^7$.

L'induction peut être considérée comme produite par un champ de même origine, de même support et de même sens appelé champ d'excitation et mesuré par le produit $N_1 I$ pour les deux circuits envisagés. Il est indépendant de la nature du milieu et en le représentant par $\mathscr{H}$ on traduit ce qui précède par la relation $\vec{\mathscr{B}} = \mu \vec{\mathscr{H}}$.

Le rapport $\mu_r = \mu : \mu_0$ est la perméabilité relative du milieu.

Exercices.

1. *Calculer en teslas le champ d'induction au centre d'une bobine longue portant* $N_1 = 10$ *spires par centimètre et parcourue par le courant* I = 20 A. *La perméabilité des milieux environnants est pratiquement celle du vide. — Rép. :* 0,002 5T = 2,5 m T.

2. *Deux champs d'induction rectangulaires valent* 0,01 T *et* 0,02 T. *Quelle est la valeur du champ résultant ? Quel est l'angle qu'il fait avec le premier champ ? — Rép. :* 0,022 4 T; 64°.

3. *Quelle est la composante d'un champ d'induction de* 1 T *suivant une direction faisant un angle de* 60° *avec sa direction ? — Rép. :* 0,5 T.

4. *Quel est le champ d'induction en un point où le champ d'excitation a la valeur* 800 Atr m ? *Le milieu n'est pratiquement pas magnétique. — Rép. :* 1 mT.

5. *Calculer le champ d'induction à* 10 cm *d'un conducteur rectiligne indéfini placé dans le vide et parcouru par* 100 A. *— Rép. :* $2 : 10^4$ T.

6. *Un courant de* 5 A *parcourt une bobine plate de* 20 *spires dont le rayon est* 12 cm. *Déterminer le champ au centre de la bobine. — Rép. :* 420 Atr m.

7. *Déterminer le nombre de spires à placer sur une bobine longue de* 40 cm, *traversée par un courant de* 2,5 A, *pour obtenir à son intérieur un champ magnétisant* 7,840 Atr/m. *— Rép. :* 1 250.

8. *On veut obtenir un champ de* 10 T *dans un certain volume. Si ce champ est produit par un solénoïde, de quel nombre d'ampères-tours par mètre faut-il disposer ? Cela vous paraît-il aisément réalisable ? — Rép. :* 8×10^6 Atr m.

9. *Un signal fondé sur la propagation du champ d'induction est émis à la surface de la Terre, Combien de temps met-il pour arriver à la Lune distante de* 360 000 km. *— Rép. :* 1,2 s.

CHAPITRE XVII

FLUX D'INDUCTION

1. Définition du flux d'induction magnétique.

a) La notion de champ est *fondamentale*. Cependant la grandeur que nous allons définir intervient dans de nombreuses questions importantes; c'est la raison pour laquelle nous l'étudions avant de la rencontrer dans l'expression d'une loi.

Considérons une surface plane d'aire S placée dans un champ d'induction *uniforme* de valeur $\mathcal{B}$ (fig. 1.).

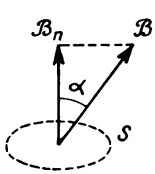


FIG. 1.

On appelle flux d'induction magnétique à travers la surface, le produit de l'aire S **par la composante** $\mathcal{B}_n$ **du champ** $\mathcal{B}$ **normale à la surface.**

Son unité de mesure est le weber (Wb); **c'est le flux à travers une aire plane d'un mètre carré normale aux lignes d'un champ uniforme d'un tesla.**

On a donc, en représentant ce flux par la lettre grecque Φ, qui se dit « grand phi » :

$$\Phi = S\,\mathcal{B}_n$$

Φ en **webers**; S en **mètres carrés**; $\mathcal{B}_n$ en **teslas.**

Mais si l'on donne $\mathcal{B}$ et α, on sait que :

$$\mathcal{B}_n = \mathcal{B} \cos \alpha.$$

Il en résulte $\Phi = 0$ si la surface est parallèle aux lignes d'induction, parce que $\alpha = 90°$, $\cos \alpha = 0$.

b) De cette définition, on tire $\mathcal{B}_n = \Phi : S$ et cette relation explique la définition légale de l'unité de champ d'induction, puisqu'on a $\mathcal{B}_n = 1$ si $\Phi = 1$ Wb et $S = 1$ m^2; d'où le nom, *weber par mètre carré* (Wb/m^2) qu'on donne parfois au *tesla*.

REMARQUES. — 1° L'expression « flux à travers... » *ne signifie absolument pas que quelque chose s'écoule à travers la surface*, si bien qu'il vaudrait mieux dire, par exemple, flux d'induction, *pour* la surface. Pas davantage il ne faut parler de « la direction » ou « du sens » d'un flux; cela met une idée fausse dans l'esprit. Les lignes d'induction ont un sens, mais lui n'en a pas plus que le travail d'une force. Parfois, on lui donne un *signe* pour traiter commodément certaines questions par le calcul algébrique, *mais alors il faut distinguer les deux faces de la surface pour laquelle on l'évalue* et affecter le flux du *signe* « plus » si les lignes de champ émergent par la face dite *positive par convention*. Nous n'aurons d'ailleurs pas besoin d'utiliser ce procédé dans l'étude que nous avons à faire.

2° Dans certaines questions, nous aurons affaire à une spire ou à un circuit placés dans un champ d'induction et nous emploierons une expression analogue, avec la même restriction; nous parlerons du flux *à travers la spire, à travers le circuit*. Mais si le flux est φ pour une spire et qu'on remplace celle-ci par un paquet de N spires pratiquement identiques à la première, le flux pour la portion de circuit *formée par ce paquet* est $\Phi = N\varphi$.

2. Mesure du flux d'induction. Fluxmètre.

Il existe des appareils appelés *fluxmètres* qui permettent de mesurer le flux d'induction à travers une surface. Ils se présentent sous la forme de la plupart des appareils de mesures électriques; ils possèdent deux bornes et une aiguille se déplace devant une graduation, soit à droite, soit à gauche du zéro; une division correspond, par exemple, à $2 : 10^4$ Wb, soit 0,2 mWb.

Supposons qu'on veuille mesurer le flux à travers l'aire plane S située dans un champ d'induction. Il suffit de former une spire de fil conducteur capable d'entourer exactement l'aire S; on torsade les deux bouts (pour qu'ils soient isolés l'un de l'autre, on a pris du fil guipé ou émaillé) et on réunit les extrémités aux deux bornes du fluxmètre. La spire éloignée du champ, on amène l'aiguille du fluxmètre au zéro à l'aide d'un dispositif commandé par un bouton,

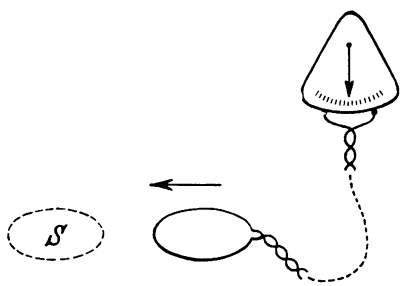


FIG. 2.

puis (fig. 2) on porte la spire dans le champ, de manière à la superposer au contour de S; l'aiguille se déplace, puis se fixe. Si elle a parcouru 5 divisions, avec la sensibilité que nous avons supposée, le flux à travers S est $5 \times 0{,}000\,2 = 0{,}001$ Wb. Si on retire la spire en l'éloignant jusqu'à la conduire dans une région où le champ d'induction est pratiquement nul, l'aiguille revient au zéro et la déviation change de sens si l'on renverse le sens du champ ou si l'on retourne la spire d'exploration face pour face.

Si l'on emploie n spires au lieu d'une seule, la déviation devient n fois plus grande. Par exemple, avec 10 spires on aurait, pour l'exemple précédent, une déviation de 50 divisions, soit un flux de $50 \times 0{,}000\,2 = 0{,}01$ Wb, qu'il faudrait donc diviser par 10 pour obtenir le flux à travers S. On voit ainsi la manière d'utiliser un fluxmètre.

3. Définition du tube d'induction.

Considérons un champ magnétique régnant d'abord soit dans le vide, soit dans un ou plusieurs milieux pratiquement amagnétiques

et dans ce champ plaçons une petite boucle linéaire C normale, par exemple, au vecteur induction en son centre. Par chacun de ses points passe une ligne d'induction et ces lignes qui se ferment toutes sur elles-mêmes forment la surface d'une sorte de tube qu'on appelle *tube d'induction*. Ainsi les tubes d'induction d'un courant rectiligne sont des tores, ceux d'un solénoïde sont cylindriques à l'intérieur du solénoïde et s'évasent à l'extérieur (fig. 3 *a*).

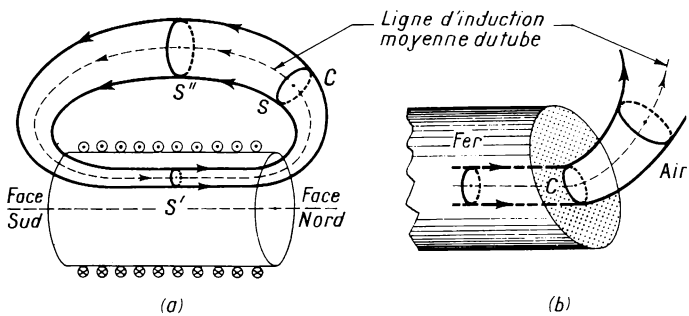


FIG. 3.

Si le champ règne à la fois dans des substances amagnétiques et ferromagnétiques, les lignes de champ d'induction sont généralement brisées sur les surfaces de séparation des milieux; c'est ce que montre la figure 3 *b*, sur laquelle n'est représentée qu'une partie du tube.

4. Conservation du flux d'induction.

Soit un tube d'induction tracé ou non dans des milieux différents, amagnétiques ou magnétiques, et considérons des sections droites S', S'',... S de ce tube (fig. 3 *a*). Quels que soient les milieux dans lesquels se trouvent ces sections, on établit que :

LOI. — Le flux d'induction a la même valeur pour toutes les sections droites d'un tube d'induction.

On dit aussi, d'une manière plus rapide, que :

Le flux d'induction se conserve dans un tube d'induction.

Alors, si le tube est suffisamment délié pour qu'on puisse admettre que l'induction a la même valeur $\mathcal{B}'$, $\mathcal{B}''$,... en tous les points des sections droites d'aires, S', S'',... respectivement, on a :

$$\mathcal{B}'S' = \mathcal{B}''S'' = \cdots = \mathcal{B}S.$$

Il en résulte que la figuration d'un champ par ses lignes d'induction renseigne, non seulement sur la direction et le sens du champ en un point, mais aussi sur les variations de sa valeur, car si les lignes d'induction s'écartent les unes des autres, le champ d'induction diminue et inversement.

Nous verrons toute l'importance de cette loi dans l'étude des machines électriques, tome II de ce cours.

5. Conséquence : calcul de $\mathcal{B}$ dans un entrefer.

Soit un anneau de fer recouvert d'un enroulement régulièrement distribué; les lignes d'induction étant des circonférences centrées sur son axe, sa surface latérale se confond avec la surface d'un tube d'induction; s'il y a un entrefer assez étroit, ce qui est le cas de la figure 4, le tube conserve sensiblement la même section droite que dans le fer et, si Φ *est le flux pour le tube*, si S est l'aire de sa section droite dans l'entrefer, le champ d'induction dans celui-ci a la valeur $\mathcal{B} = \Phi : S$. Dans le cas considéré, il a aussi même valeur dans le fer et l'on voit qu'on peut ainsi obtenir, dans l'air, des champs d'induction très intenses. Cela est dû, en définitive, aux plages polaires de noms contraires des faces qui limitent l'entrefer.

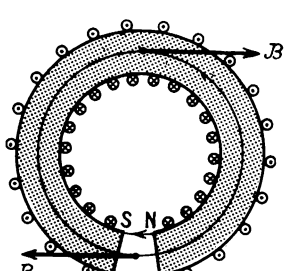


FIG. 4.

RÉSUMÉ

Si dans un champ uniforme, on considère une surface plane d'aire S, **on appelle flux d'induction pour la surface le produit de son aire par la composante** $\mathcal{B}_n$ **du champ normale à la surface,** $\Phi = S\mathcal{B}_n$. **Son unité S.I. est le weber** (Wb).

Le flux se conserve dans un tube d'induction, quels que soient les milieux traversés.

Exercices.

1. *Quel est le flux d'induction pour une surface de* 2 dm^2 *placée normalement aux lignes d'un champ d'induction de* 1,5 T?

Rép. : 0,03 Wb.

2. *Une surface* $S = 1$ dm^2 *est dans un champ uniforme de* 0,1 T *qui fait avec la surface un angle de* 30°. *Quel est le flux pour cette surface?*

Rép. : $5 : 10^4$ Wb.

3. *Un paquet de* $N = 20$ *spires identiques ayant chacune* 5 dm^2 *de surface est placé dans un champ d'induction uniforme de* 0,4 T. *Quel est le flux si les lignes de champ sont normales au plan des spires?*

Rép. : 0,4 Wb.

4. *Un enroulement de* 20 *spires entoure une surface plane de* 25 cm^2 *normale aux lignes d'un champ d'induction* $\mathcal{B}$. *Le flux pour les* 20 *spires est* 75 mWb. *Quelle est la valeur de* $\mathcal{B}$?

Rép. : 1,5 T.

CHAPITRE XVIII

LES AIMANTS

A. — ANALOGIES DES AIMANTS ET DES COURANTS

1. Aimants permanents. Technologie sommaire.

On fabrique les *aimants permanents* avec des aciers spéciaux et des substances agglomérées à base d'oxyde ferrique et appelées *céramiques ferromagnétiques*, susceptibles de prendre de fortes

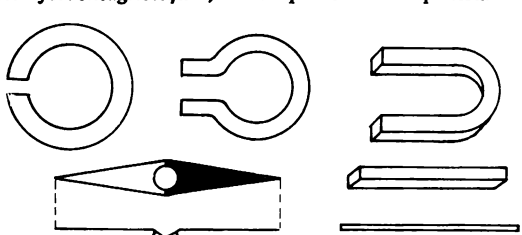


FIG. 1.

aimantations et de bien les conserver. On donne au matériau la forme voulue par des procédés d'usinage appropriés, la figure 1 en représente quelques-unes, et on aimante par le champ d'un circuit convenable.

Leurs usages sont nombreux. On les emploie depuis longtemps dans la construction d'appareils de mesures (ampèremètres, galvanomètres à cadre mobile), dans celle des *magnétos*.

Les progrès accomplis dans leur fabrication permettent d'étendre de plus en plus leurs applications. Sous le nom de *ventouses magnétiques*, ils servent à la fermeture de portes de meubles, dans la construction de jouets, etc.; à l'atelier, ils fournissent des moyens de fixation rapides et commodes. Leur forme est appropriée à leur usage; leur aimantation se conserve pratiquement indéfiniment sans aucune dépense d'énergie.

2. Circuit équivalent à un aimant.

Comparons un *aimant cylindrique* et un *solénoïde*.

L'aimant crée, *dans le milieu qui le baigne*, un champ ayant toutes les propriétés du champ d'induction du solénoïde. Ses lignes d'induction, déterminées par une petite aiguille d'exploration ou

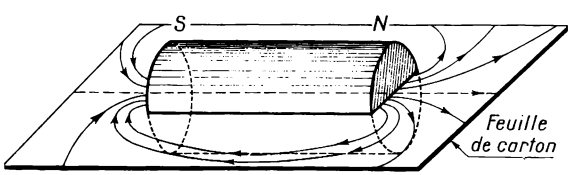


FIG. 2.

par un spectre de limaille, sont complètement analogues à celles du solénoïde (fig. 2). Pour les parcourir, *dans leur sens*, on part du pôle nord et l'on arrive au pôle sud.

Du point de vue quantitatif, le champ d'induction s'exprime par une relation de même forme, mais dans laquelle apparaît une grandeur caractéristique de l'aimant à la place de celle, $N_1 I$, qui caractérise le solénoïde. Bien entendu, si le champ d'induction en un point est $\mathcal{B}$, le champ d'excitation y est $\vec{\mathcal{H}} = \vec{\mathcal{B}} : \mu$, comme dans le cas du solénoïde.

Placé dans un champ extérieur, l'aimant subit une action mécanique analogue à celle qu'y subit le solénoïde dans les mêmes conditions.

Ces analogies sont très générales et l'on peut toujours, au moins théoriquement, remplacer un aimant par un *circuit équivalent*,

c'est-à-dire créant le même champ et subissant la même action mécanique dans un même champ extérieur. Ce circuit ramène les problèmes qui se posent pour des aimants à des problèmes de champs créés et d'actions subies par des courants. Par exemple, un aimant cylindrique peut être remplacé par un solénoïde de même forme, un aimant en C par un courant toroïdal.

Ce rapprochement présente d'ailleurs un intérêt plus profond encore parce que la théorie moderne du magnétisme montre que des courants à l'échelle atomique sont la cause première de l'aimantation.

B. — MASSES MAGNÉTIQUES FICTIVES

3. Expérience de l'aimant brisé.

Tentons de séparer les pôles d'un aimant et pour cela coupons en deux une aiguille aimantée; on obtient deux aimants, ayant chacun conservé l'un des pôles de l'aimant initial (fig. 3).

Si l'on continue la division, on obtient autant d'aimants complets que de morceaux sans jamais pouvoir séparer, sur deux morceaux d'acier différents, un pôle nord et un pôle sud.

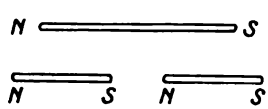


FIG. 3.

Inversement, en rapprochant deux morceaux, pôles opposés joints, on refait un seul aimant.

Il y a là quelque chose d'extrêmement différent de ce qui se passe avec l'électricité, puisque nous avons vu qu'il est possible d'obtenir des corps chargés de l'une ou de l'autre de ses deux espèces.

Malgré les apparences, il n'y a donc pas deux espèces de magnétisme, mais il peut être *commode de raisonner comme si elles existaient;* c'est ce qui a conduit à l'hypothèse des masses magnétiques qui a rendu certains services.

4. Masses magnétiques fictives.

Nous avons déjà constaté (II-3) que si l'on approche successivement l'extrémité *nord* d'une longue aiguille aimantée de l'extrémité nord, puis de l'extrémité sud d'une autre aiguille montée sur un pivot, on constate soit une répulsion, soit une attraction.

L'expérience conduit à un résultat analogue si l'on fait agir sur l'aiguille mobile un solénoïde; sa face nord repousse le pôle nord de l'aiguille et attire son pôle sud.

On peut chercher à expliquer ces faits en admettant que « du magnétisme » est localisé sur chacune des extrémités de l'aiguille mobile et, si celle-ci est assez fine, dire qu'il se trouve de très petites régions qui portent ce magnétisme. Alors, *si placé dans les mêmes conditions par rapport au même aimant ou au même solénoïde, le pôle nord de deux aiguilles mobiles différentes subit la même force, on dit que leurs pôles nord portent la même quantité de magnétisme ou la même masse magnétique* (1); *si pour l'une des aiguilles la force est deux fois plus grande que pour l'autre, on dit que la masse magnétique du pôle nord de la première est deux fois plus grande que celle du pôle de la seconde.*

Et comme, toutes choses égales d'ailleurs, force répulsive et force attractive sont de même intensité pour les extrémités nord et sud d'une même aiguille mobile, c'est que *pôle nord et pôle sud d'un même aimant portent des masses magnétiques de même valeur.*

Enfin, des constatations, même grossières, montrant que *la force double avec le champ d'induction* créé par le solénoïde ou l'aimant au point où l'on a placé l'un des pôles de l'aiguille mobile on est conduit à poser qu'une masse magnétique m de *très petit volume* et, pour cette raison, dite *ponctuelle* subit, dans un champ d'induction $\mathcal{B}$ une force f de même support que le vecteur $\vec{\mathcal{B}}$, de valeur $f = km\mathcal{B}$. Cette relation permet de définir l'unité de masse magnétique. En effet, en faisant $k = 1$, on en tire $m = f : \mathcal{B}$ et $m = 1$ u S.I. si $f = 1$ N pour $\mathcal{B} = 1$ T.

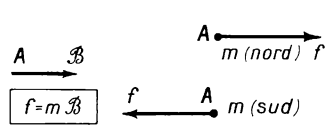


FIG. 4.

Pour conclure, si une masse magnétique m est placée en un point A où l'induction est représentée par le vecteur $\vec{\mathcal{B}}$ (fig. 4 *a*), elle s'y trouve soumise à la force f (fig. 4 *b*) de valeur :

$$f = m\mathcal{B} \qquad [1]$$

en unités S.I.

(1) Le mot « masse » employé dans cette expression n'a aucunement le sens du même mot employé en mécanique.

mais la force est dans le sens du champ ou en sens inverse, suivant que la masse magnétique est nord ou sud.

5. Conséquence. Calcul de l'action d'un champ uniforme sur un aimant (doublet).

a) Supposons un aimant droit idéal à deux masses magnétiques de même valeur, l'une nord et l'autre sud et situées aux extrémités d'un segment de droite de longueur L (fig. 5). Placé dans un champ

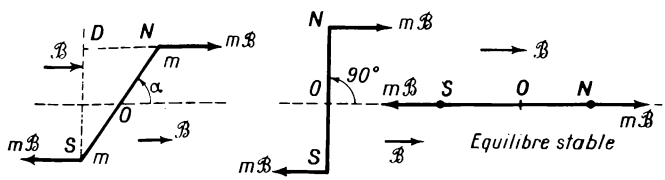


FIG. 5.

d'induction uniforme $\mathcal{B}$, il est soumis à un couple dont les forces ont la valeur $f = m\mathcal{B}$ et si son axe SN est maintenu dans une direction faisant l'angle α avec celle du champ, la distance des forces est SD = L sin α et le moment du couple a pour valeur, en posant $m\mathrm{L} = \mathcal{M}$:

$$C = \mathcal{M}\mathcal{B} \sin \alpha$$

en unités S.I.

Nous retrouvons un résultat annoncé (chap. XVI, § 3). Ce couple prend sa valeur maximale $C_M = \mathcal{M}\mathcal{B}$ quand $\alpha = 90^o$; il s'annule pour $\alpha = 0$ et l'aimant est alors dans la direction du champ, dans une position d'équilibre stable s'il n'est soumis qu'à l'action directrice du champ (poids compensé par la réaction d'un support).

La grandeur $\mathcal{M}$ est appelée *moment magnétique* de l'aimant et la relation $C_M = \mathcal{M}\mathcal{B}$ permet d'en définir l'unité S.I., puisque $\mathcal{M} = 1$ si $C_M = 1$ joule-couple pour $\mathcal{B} = 1$ T.

b) Un aimant droit réel pouvant être considéré comme formé de doublets jointifs, l'action qu'il subit est encore un couple, somme de couples analogues au précédent et il est facile de montrer qu'il en est encore de même pour un aimant de forme quelconque. *On en fait la preuve expérimentale* de la manière suivante.

On constate qu'un aimant a même poids avant et après aimantation. Comme il est placé dans le champ magnétique terrestre, pratiquement uniforme dans le volume qu'il occupe, c'est que l'action subie *n'a pas de composante verticale.* On place ensuite l'aimant sur un bouchon de liège flottant sur de l'eau; l'équipage s'oriente, mais n'est pas traîné : l'action subie par l'aimant *n'a pas de composante horizontale.* Elle se réduit donc à un couple qui est encore de la forme $C = \mathfrak{M}\mathfrak{B} \sin \alpha$. C'est d'ailleurs la mesure de ce couple dans un champ d'induction uniforme de valeur connue qui permet de mesurer $\mathfrak{M}$.

c) Il est aisé de constater que des barreaux aimantés de même volume peuvent ne pas avoir même moment magnétique.

On est alors conduit à caractériser l'état d'aimantation d'un aimant par son moment magnétique par unité de volume et cette grandeur est appelée *intensité d'aimantation de l'aimant* ($\mathfrak{I}$).

On a donc, en désignant par $\mathcal{V}$ le volume de l'aimant :

$$\mathfrak{I} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathcal{V}}.$$

$\mathfrak{I}$ et $\mathfrak{M}$ en **unités S.I.;** $\mathcal{V}$ en **mètres cubes.**

L'unité S.I. d'aimantation est souvent appelée, comme l'unité de champ d'excitation $\mathcal{H}$, ampère-tour par mètre (ou ampère par mètre). Cela s'explique parce que le champ $\mathcal{H}$ peut se mettre sous la forme du rapport d'un moment magnétique à un volume, comme $\mathfrak{I}$. Il y a là quelque chose d'analogue à ce qu'on rencontre dans le cas d'un travail et du moment d'un couple. Pour éviter des confusions, il vaudrait donc mieux mesurer $\mathfrak{I}$ en *ampères-tours par mètre aimantation* (ou en ampères par mètre aimantation); pour cette raison, nous l'exprimerons en unités S.I.

6. Loi de Coulomb.

a) Mais il faut également savoir calculer le champ créé par un aimant et pour cela, il est nécessaire de connaître *en grandeur* l'action réciproque de deux masses magnétiques ponctuelles m et m'. On est en présence d'une difficulté puisqu'on ne peut isoler les masses magnétiques et qu'un aimant porte toujours des masses opposées, mais on peut opérer dans des conditions telles qu'on

ne mesure *pratiquement* que l'action de deux masses placées dans le voisinage l'une de l'autre, les actions réciproques des autres étant à peu près négligeables. Sans insister sur les procédés expérimentaux, indiquons seulement les conditions de l'action.

L'action mécanique est une force qui a pour support la droite passant par les deux masses ponctuelles (fig. 6).

Elle est répulsive si les masses magnétiques sont de même polarité; attractive si leurs polarités sont contraires.

Elle s'exerce sur chacune des deux masses.

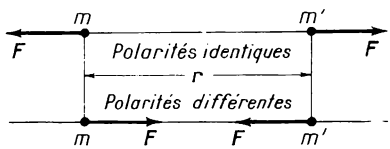


FIG. 6.

Elle est proportionnelle au produit des masses magnétiques et inversement proportionnelle au carré de leur distance. De plus, elle double avec la perméabilité magnétique du milieu.

Pour conserver les avantages du système d'unités S.I. rationalisé, on doit l'écrire sous la forme *moderne :*

$$f = \mu \frac{m'm}{4\pi r^2} \qquad [2]$$

en **unités S.I.**

Ainsi, dans le vide, $\mu = \mu_0 = 4\pi : 10^7$ et $f = m'm : 10^7 r^2$. Bien entendu, *chacune* des masses magnétiques subit la force F.

b) Cependant l'une des masses magnétiques, m' par exemple, peut être considérée comme placée dans le champ d'induction de l'autre, si bien que d'après [1] $\mathcal{B} = f : m' = \mu m : 4\pi r^2$ et $\mathcal{H} = \mathcal{B} : \mu = m : 4\pi r^2$. Comme le champ d'excitation d'un courant, $\mathcal{H}$ est indépendant de la perméabilité du milieu dans lequel est placée la masse magnétique fictive et, en définitive, les champs qu'une masse magnétique m crée en un point situé à distance r, dans un milieu de perméabilité μ ont pour expressions :

$$\mathcal{B} = \mu \frac{m}{4\pi r^2}, \qquad \mathcal{H} = \frac{m}{4\pi r^2}.$$

Les lignes de champ s'éloignent de m ou vont vers m suivant que cette masse magnétique est *nord* ou *sud.*

7. Application. Champs créés par un aimant droit (doublet).

Reprenons le *cas théorique* de deux masses magnétiques de même valeur m portées par les extrémités d'un segment de droite de longueur $L = 2l$ (fig. 7). Pour obtenir le champ d'induction en A,

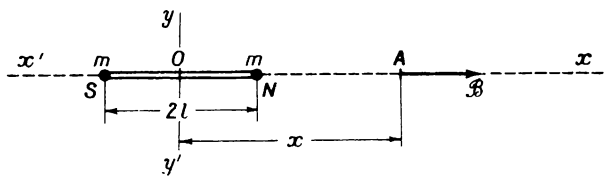


FIG. 7.

il suffit de calculer ceux $\mathcal{B}_N$ et $\mathcal{B}_S$ dus à N et à S, puis de les *composer*, c'est-à-dire de les soustraire puisqu'ils ont même support et des sens opposés. Sans aucune difficulté et en faisant apparaître $\mathfrak{M} = mL$, on établit que :

$$\mathcal{B}_A = \mu \frac{\mathfrak{M}}{2\pi x^3 \left(1 - \frac{l^2}{x^2}\right)^2}$$

et si x est grand par rapport à l :

$$\mathcal{B}_A = \mu \frac{\mathfrak{M}}{2\pi x^3}, \qquad \mathcal{H}_A = \frac{\mathfrak{M}}{2\pi x^3}.$$

Le champ d'induction dépend bien, comme nous l'avons annoncé, de μ, de l'aimant par son moment magnétique, de la position du point.

REMARQUES. — 1° Pour un aimant cylindrique réel, portant deux *plages* magnétiques sur ses deux extrémités, *le calcul précédent n'est valable que dans la mesure où l'on peut assimiler chaque plage à une masse magnétique ponctuelle portée par l'axe du cylindre.*

2° L'hypothèse des masses magnétiques conduit à considérer un aimant droit uniformément aimanté comme formé de petits aimants identiques, alignés en files de manière à être en contact par leurs pôles de noms contraires, mais de masses magnétiques

d'égale valeur. Alors, dans l'intérieur de l'aimant, il y a compensation pour les effets subis ou créés par toutes les paires de pôles jointifs et seules agissent les masses magnétiques portées par les faces terminales; elles forment ce qu'on appelle le *magnétisme libre* de l'aimant.

Bien entendu, on peut faire une *théorie du magnétisme* à l'aide de ces masses fictives et retrouver les résultats auxquels conduit la théorie reposant sur l'analogie des aimants et des courants, mais cette dernière est mieux en accord avec ce que nous considérons actuellement comme la réalité.

RÉSUMÉ

Les aimants créent un champ magnétique et subissent des actions mécaniques quand on les place dans un champ extérieur. Ce champ et ces actions peuvent être déterminées, soit en les remplaçant par un circuit équivalent, soit en acceptant l'hypothèse de masses magnétiques fictives. L'action f subie par une masse magnétique m placée en un point permet de définir l'intensité du champ en ce point : $\mathcal{B} = f : m$.

Un aimant de moment magnétique $\mathcal{M} = mL$, placé dans un champ uniforme dont la direction fait l'angle α avec l'axe de l'aimant est soumis à un couple : $C = \mathcal{M}\mathcal{B} \sin \alpha$. Le moment magnétique caractérise l'aimant et l'intensité d'aimantation $\mathcal{I} = \mathcal{M}/\mathcal{V}$ caractérise l'état d'aimantation.

Entre deux masses magnétiques séparées par la distance r s'exerce la force $f = \mu m' m : 4 \pi r^2$.

Exercices.

1. *Au voisinage du centre des faces terminales d'un aimant cylindrique on a un champ de* 0,1 T. *Quel est le nombre d'ampères-tours par mètre que devrait porter une bobine longue de même forme pour donner le même champ d'induction au voisinage du centre de ses faces?*

Rép. : 160 000 Atr/m.

2. *Quelle est la valeur de la force à laquelle est soumise une masse magnétique* $m = 10$ u. S.I. *dans un champ d'induction* $\mathcal{B} = 1 : 10^4$ T?

Rép. : $1 : 10^3$ N.

3. *Un aimant est en équilibre dans un champ d'induction horizontal, uniforme de valeur* $\mathcal{B} = 1 : 10^3$ T. *Pour le maintenir à* 90° *de cette position, il faut lui appliquer un couple de moment* $C = 2 : 10^2$ m-N. *Quel est le moment magnétique de l'aimant?*

Rép. : 20 u. S.I.

4. *Quelle est la force qui s'exercerait entre deux masses magnétiques valant chacune* 1 u S.I., *situées dans le vide, à* 100 cm *l'une de l'autre?*

Rép. : $1 : 10^7$ N.

5. *Un aimant qu'on peut assimiler à un doublet a un moment magnétique* $\mathfrak{M} = 400$ u S.I. *Quelles sont les valeurs du champ d'excitation et du champ d'induction, dans le vide, à* 2 m *du centre du doublet, cette distance pouvant être considérée comme très grande par rapport à la longueur du doublet?*

Rép. : 8 Atr/m; $1 : 10^5$ T.

6. *Un barreau d'acier aimanté parallélépipédique, de longueur* 32 cm *et de section* 1 cm^2, *porte des masses magnétiques de* 25 u S.I. *En admettant que la distance entre pôles est égale aux* $\frac{7}{8}$ *de la longueur du barreau, déterminer :*

1° *le moment magnétique du barreau;*

2° *son intensité d'aimantation.*

Rép. : 7 u S.I.; 219×10^3 u S.I.

7. *On assimile une tige rectiligne aimantée* SN *de moment magnétique* $\mathfrak{M}$ *à deux masses magnétiques de même valeur m situées aux extrémités de la tige de longueur* 2 *l. Déterminer le champ d'induction en un point* A *situé sur la perpendiculaire* $y'y$ *passant par le milieu* O *de l'aimant en fonction de la distance r de* A *à l'un quelconque des pôles, puis de la distance* $y = OA$.

Rép. : Champ en A parallèle à NS, la ligne de champ allant de N vers S; $\mathfrak{M} : 10^7\, r^3 = \mathfrak{M} : 10^7\, (y^2 + l^2)\, \sqrt{y^2 + l^2}$.

CHAPITRE XIX

CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE. BOUSSOLE

1. Définitions de l'inclinaison et de la déclinaison.

Soit une aiguille aimantée suspendue par son centre de gravité (fig. 1). Éloignée de tout aimant et de tout circuit, elle s'oriente

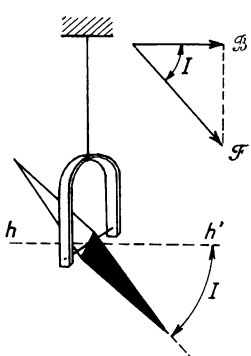
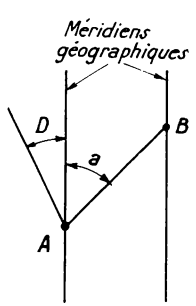


FIG. 1.



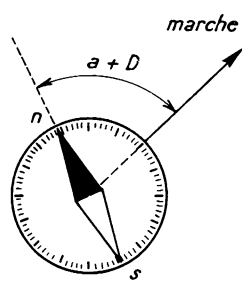


FIG. 2.

en piquant, dans nos régions, son pôle nord vers le sol. Son axe fait avec l'horizontale hh' un angle I appelé *inclinaison magnétique* du lieu où l'expérience est faite.

Le plan vertical dans lequel elle se place est appelé *méridien magnétique ;* il fait avec le méridien géographique un angle appelé *déclinaison magnétique* du lieu.

Dans nos régions, le méridien magnétique est à l'ouest du méridien géographique et leur angle est actuellement de 12° environ.

Inclinaison et déclinaison varient avec le lieu ; elles varient aussi, lentement, avec l'époque.

Ainsi à Paris, de siècle en siècle, la déclinaison est tantôt orientale, tantôt occidentale.

La valeur $\mathcal{T}$ de l'induction est faible; elle est de l'ordre de $4/10^5$ T. Sa composante horizontale $\mathcal{B}$ est de l'ordre de $2/10^5$ T.

On dresse des cartes, valables pour une année, sur lesquelles on réunit, par une même ligne, tous les points qui ont pratiquement, pour l'année par exemple, même déclinaison.

2. Principe de la marche à la boussole.

Une boussole magnétique est une aiguille aimantée, mobile dans un plan horizontal, devant un cercle gradué. Sur un navire ou un avion, on monte la boîte qui la contient sur un support à la cardan pour la soustraire au roulis et au tangage.

Supposons qu'on soit en A et qu'on veuille aller en B. Sur la carte, on trace la droite AB, on relève l'angle a. Si l'on a une carte magnétique, elle donne la valeur D de la déclinaison, la même sensiblement pour A et B, qui sont sur des méridiens voisins. On doit donc avancer dans la direction qui fait avec celle de l'aiguille aimantée l'angle $a + D$ (fig. 2).

Ainsi, il est essentiel de connaître le lieu où l'on est pour lire sur la carte la valeur de D et régler la direction de marche. Au besoin, de proche en proche, le marin fait le point; l'aviateur reconnaît le terrain. Le marcheur, au milieu d'une forêt, sait la valeur de D dans la région où il se trouve.

Pour la navigation aérienne et maritime, la boussole magnétique est actuellement souvent remplacée par une boussole *mécanique* appelée *compas gyroscopique*.

RÉSUMÉ

La direction que prend une aiguille aimantée en un point du globe permet de définir deux angles : l'inclinaison et la déclinaison.

La boussole est utilisée pour s'orienter.

CHAPITRE XX

AIMANTATION PAR INFLUENCE

L'aimantation par influence dont nous avons vu l'existence (XVI, 2) permet d'expliquer qualitativement certains faits et, par ailleurs, de lier par une relation quantitative le champ d'induction au champ magnétisant et à l'état d'aimantation du milieu.

1. Position des pôles développés par influence pour une substance ferromagnétique.

Repérons la direction du champ magnétisant et celle des pôles développés par influence. On trouve que le pôle nord est toujours du côté par lequel sortent les lignes de champ du champ magnétisant (fig. 1).

On traduit ce fait, en disant que :

L'aimantation a même sens que le champ magnétisant.

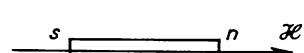


FIG. 1.

2. Explication de l'attraction du fer par un aimant.

Soit un aimant SN; des morceaux de fer 1, 1′ s'aimantent par influence parce qu'ils sont dans son champ et leurs pôles se placent comme l'indique la figure 3.

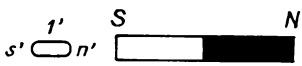


FIG. 2.

L'action de N sur *s* est supérieure à celle qu'il exerce sur *n* plus éloigné; la résultante attire le morceau 1 vers l'aimant SN; de même le morceau 1′ est attiré vers S. Il y a donc toujours attraction.

3. Explication des spectres magnétiques.

Nous avons vu (XVI, 4) qu'il est possible de matérialiser les lignes de champ produites par un aimant ou par un circuit électrique au moyen de limaille de fer. En effet, chaque grain de limaille, devenant par influence un petit aimant *sn*, si les frottements sur le plan qui le supporte ne sont pas trop grands, il s'oriente, comme le ferait une petite aiguille aimantée, en se plaçant dans la direction du champ, c'est-à-dire tangentiellement aux lignes de champ. Les attractions mutuelles des grains les disposent en chapelets, traçant ainsi les lignes de champ.

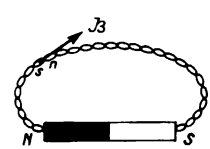


FIG. 3.

4. Modification de la distribution du champ d'un aimant par le fer doux.

Soit un aimant en forme de C avec un large entrefer. Les régions polaires N et S créent en A′ et A″ un certain champ, les lignes de champ s'épanouissent. Beaucoup plus loin, le champ est à peu près nul; il n'y a plus, pratiquement, de lignes de champ.

Plaçons, entre N et S, un morceau de fer doux de manière à former deux étroits entrefers. Il se développe, par influence, des plages polaires *s* et *n* en face de N et de S et les actions magnétiques de chacune des paires de pôles N et *s*, *n* et S se compensent *très sensiblement* en A′ et A″, si bien qu'il n'y a plus pratiquement de lignes de champ en A′ et A″. Effectivement le spectre de limaille

passe de l'aspect de la figure 4 (*a*) à celui de la figure 4 (*b*). Mais rien n'a été changé à l'état magnétique de l'aimant; seule, la distribution du champ dans le milieu ambiant a été modifiée et cela est naturel puisque, à l'aimant initial, s'adjoint un autre aimant.

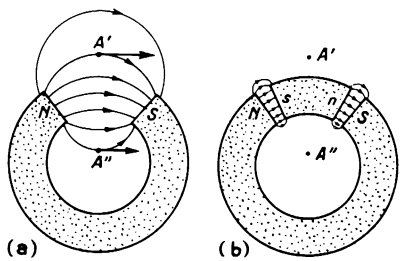


FIG. 4.

On traduit cet aspect en disant parfois que les lignes de champ s'établissent plus aisément dans le fer que dans l'air, que le fer est plus perméable que l'air, mais cette expression *masque la véritable explication du fait observé.*

5. Vecteur aimantation.

Le sujet que nous abordons est délicat et nous ne le considérons que dans un cas particulier, mais important pour les techniciens. Il s'agit *d'un milieu homogène, uniquement aimanté par influence, c'est-à-dire dont l'état d'aimantation ne dépend que du champ magnétisant auquel il est soumis.*

Pour simplifier encore, nous supposons qu'il est formé d'un tore et que le champ magnétisant est créé par un enroulement uniformément réparti.

Quand il est aimanté, on peut admettre qu'il est formé de suites de petits aimants ayant leur ligne des pôles *sn* dans la direction du champ magnétisant créé par l'enroulement.

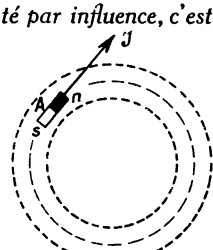


FIG. 5.

Imaginons alors qu'on dépouille l'un de ces très petits aimant assimilable à un petit cylindre, de la matière qui l'environne pour le laisser seul : comme tout aimant, il a un certain moment magnétique $\mathcal{M}$, et si son volume est $\mathcal{V}$, son intensité d'aimantation est $\mathcal{I} = \mathcal{M} : \mathcal{V}$. En remarquant que ce phénomène d'aimantation est dirigé, puisque les extrémités de l'aimant ont des propriétés différentes, on peut convenir de représenter l'aimantation de la substance où se trouve ce petit aimant *élémentaire* par un vecteur passant par le centre A de l'aimant, ayant pour direction celle de l'axe de l'aimant, pour sens celui qui va du pôle sud au pôle nord et pour valeur $\mathcal{I}$. C'est ce vecteur qu'on appelle *vecteur aimantation* au point A de la substance aimantée; il caractérise l'état d'aimantation de cette dernière.

6. Relation entre $\mathcal{B}$, $\mathcal{H}$ et $\mathcal{I}$.

a) Au point A, il y a ainsi deux vecteurs de même support, de même sens, $\vec{\mathcal{H}}$ et $\vec{\mathcal{I}}$, et *l'on démontre que le vecteur induction* $\vec{\mathcal{B}}$ *au même point est la somme des deux précédents, multipliée par la perméabilité du vide.* Le vecteur $\vec{\mathcal{B}}$ a donc aussi même support et même sens que $\vec{\mathcal{H}}$ et $\vec{\mathcal{I}}$ et *sa valeur* est donnée par la relation :

$$\mathcal{B} = \mu_0 (\mathcal{H} + \mathcal{I}).$$

Elle dépend donc bien du champ $\mathcal{H}$ et de l'aimantation.

Si, par exemple, $\mathcal{H} = 400$ Atr/m avec $\mathcal{I} = 8 \times 10^5$ u S.I., comme $\mu_0 = 12{,}5/10^7$,

$$\mathcal{B} = \frac{12{,}5}{10^7} (400 + 8 \times 10^5) = 1{,}000\,5 \text{ T}.$$

b) Cette relation ne contredit pas la relation $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$ (XVI, 8); elle peut, en effet, s'écrire en mettant $\mathcal{H}$ en facteur

$$\mathcal{B} = \mu_0 \mathcal{H} (1 + \mathcal{I}/\mathcal{H}),$$

soit encore, en posant $\mathcal{I}/\mathcal{H} = k$:

$$\mathcal{B} = \mu_0 (1 + k) \mathcal{H}.$$

Il en résulte que le nombre $1 + k$, variant avec $\mathcal{H}$, est égal à la perméabilité relative de la substance, puisque $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$ peut encore s'écrire $\mathcal{B} = \mu_0\mu_r\mathcal{H}$, d'après la définition de μ_r. Autrement

dit $\mathcal{B}$ est formé de deux termes : l'un $\mathcal{B}_0 = \mu_0 \mathcal{H}$ dû au champ magnétisant, l'autre $\mathcal{B}_F = \mu_0 \mathcal{J}$ dû à l'aimantation du milieu.

Généralement $\mathcal{J}$ est grand par rapport à $\mathcal{H}$, k est alors grand par rapport à 1 et $\mathcal{B}$ diffère peu de $\mathcal{B}_F$.

RÉSUMÉ

L'induction $\mathcal{B}$ dans un milieu ferro-magnétique aimante par influence obéit à la relation $\mathcal{B} = \mu_0 (\mathcal{H} + \mathcal{J})$.

Rapprochée de $\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$, cette relation montre que le nombre $1 + \mathcal{J} : \mathcal{H}$ s'identifie avec la perméabilité relative de la substance. $\mathcal{J}$ s'identifie avec le champ magnétique que fournirait l'enroulement capable de remplacer le milieu magnétique pour produire le même flux à travers une section droite.

Exercices.

1. *La perméabilité relative d'un échantillon de fonte étant* $\mu_r = 184$ *dans un champ de* 2 240 Atr/m, *on demande :*

a) *L'induction dans la fonte ;*

b) *L'intensité d'aimantation de la substance.*

Rép. : 0,515 T; $4{,}1 \times 10^5$ u. S.I.

2. *Pour un certain échantillon d'acier doux, on a trouvé une induction de* 1,2 T *pour un champ magnétisant de* 8 000 Atr/m. *Quelles sont les valeurs de la perméabilité relative et de l'intensité d'aimantation ?*

Rép. : $\mu_r = 120$; $\mathcal{J} = 9{,}52 \times 10^5$ u. S.I.

4. *Sur un tore de fer dont la fibre moyenne a* 60 cm *de longueur, on a enroulé* 600 *spires. Quand le courant passe pour la première fois de* 0 *à* 1 A, *on constate que le flux d'induction à travers la section droite du tore qui vaut* 12 cm^2 *prend la valeur* $18/10^4$ Wb. *Quelles sont les valeurs de l'induction et de la perméabilité relative ?*

Rép. : 1,5 T; 1 200.

5. *Un aimant cylindrique a une aimantation uniforme* $\mathcal{J} = 6 \times 10^5$ u S.I.; *son volume est* $V = 12$ cm^3. *Quel est son moment magnétique* $\mathcal{M}$? *Quel couple* C *faudrait-il exercer pour maintenir son axe à* 90° *de la direction d'un champ uniforme* $\mathcal{B} = 2/10^5$ T *perpendiculaire à la direction de son axe ?*

Rép. : $\mathcal{M} = 7{,}2$ u. S.I.; C = 144 µm-N.

CHAPITRE XXI

COURBES D'AIMANTATION ET HYSTÉRÉSIS

A. — COURBES D'AIMANTATION (Aimantation dans un champ croissant.)

Puisque le fer doux, l'acier, la fonte, etc., s'aimantent par influence, il est évidemment intéressant de connaître comment l'aimantation $\mathcal{J}$ ou l'induction $\mathcal{B}$ que ces substances acquièrent dépendent du champ magnétisant auquel on les soumet.

1. Principe de la détermination de l'induction et de l'aimantation.

On dispose de différentes méthodes, mais nous nous en tiendrons

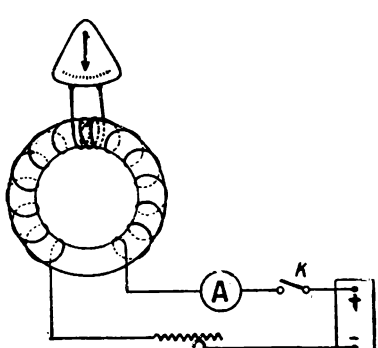


FIG. 1.

à la suivante :

On forme un tore de la substance ferromagnétique à étudier et on enroule le circuit magnétisant (fig. 1). Dans ces conditions, il

n'y a pas de magnétisme libre dans l'échantillon soumis aux essais (aimant sans pôles) et le champ magnétisant, abstraction faite du champ magnétique terrestre généralement d'effet négligeable, est le champ $\mathcal{H} = N_1 I$ créé par l'enroulement torique (XVI, 9). L'enroulement lié à un fluxmètre donne le flux Φ traversant la section droite S du tore, et l'on en déduit $\mathcal{B} = \Phi : S$, puis

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{B}}{\mu_0} - \mathcal{H}.$$

Exemple. — $N_1 = 1\,000$ tr/m, I = 0,5 A, soit $\mathcal{H} = 500$ Atr/m. Si la bobine exploratrice porte N = 20 spires et que le fluxmètre indique un flux total $\Phi_t = 0{,}008$ Wb, on a $\Phi = 0{,}008 : 20 = 0{,}000\,4$ Wb. Si S = 4 cm², il vient :

$$\mathcal{B} = 0{,}000\,4 : 0{,}000\,4 = 1 \text{ T},$$

alors, en prenant $\mu_0 = 12{,}5 : 10^7 = 1 : 8 \times 10^5$,

$$\mathcal{J} = 800\,000 - 500 = 799\,500 \text{ u S.I.}$$

2. Courbes de première aimantation et de première induction.

a) Soit un échantillon d'une substance ferromagnétique qui n'a jamais été aimanté. Si on le soumet à un champ constamment

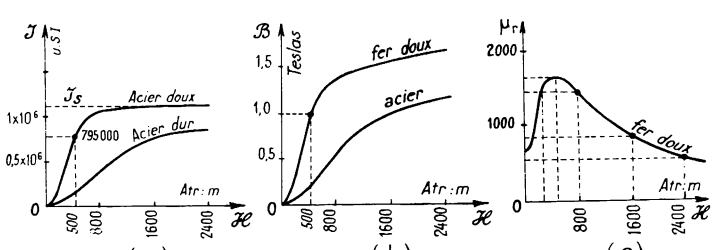


FIG. 2.

croissant, les mesures montrent que $\mathcal{J}$ commence par croître faiblement avec $\mathcal{H}$, puis beaucoup et tend, quand le champ magnétisant continue à croître, vers une valeur limite $\mathcal{J}_s$, appelée *intensité*

d'aimantation à saturation. Par exemple, pour le fer, à la température ordinaire, $\mathcal{I}$ ne dépasse pas $1{,}7 \times 10^6$ u S.I. La figure 2 *a* traduit ces résultats; la courbe qu'elle représente est dite *courbe de première aimantation* de la substance.

La *courbe de première induction* (fig. 2 *b*) présente, à première vue, la même allure générale mais, contrairement à l'intensité d'aimantation, $\mathcal{B}$ *continue à croître avec le champ*, au-delà du coude. Cela tient à ce que l'aimantation n'augmente plus au-dessus d'un certain champ magnétisant à *cause de la saturation* et s'explique par la relation, toujours valable, $\mathcal{B} = \mu_0 (\mathcal{H} + \mathcal{I})$. En effet, si $\mathcal{I}$ a atteint sa limite $\mathcal{I}_s$, le produit $\mu_0 \mathcal{I}$ a une valeur constante $\mu_0 \mathcal{I}_s = C$ et l'on a alors $\mathcal{B} = \mu_0 \mathcal{H} + C$. Ainsi, pour des champs $\mathcal{H}$ assez grands, la courbe représentative $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ se confond avec la droite ayant pour équation la relation précédente; on vérifiera que cette droite coupe l'axe des ordonnées au point 0, C, que sa pente a pour valeur μ_0. Alors $\mathcal{B}$ *croît indéfiniment avec* $\mathcal{H}$; malgré cela :

En fait, la saturation d'aimantation limite l'induction qu'on peut pratiquement employer.

En effet, si l'on dépasse la saturation, c'est-à-dire si l'on emploie des valeurs de $\mathcal{B}$ situées au-delà du coude supérieur de la courbe $\mathcal{B}(\mathcal{H})$, on ne gagne en induction qu'en élevant notablement $\mathcal{H}$, c'est-à-dire en accroissant le courant magnétisant; il en résulte des pertes par effet Joule plus grandes, un échauffement du bobinage magnétisant avec ses néfastes conséquences. Bref, pour avoir de grandes inductions avec des champs relativement faibles, peu coûteux à entretenir, *il faut employer des matériaux magnétiques non saturés.*

b) Les résultats sont analogues avec toutes les substances ferromagnétiques, mais $\mathcal{I}_s$ varie de l'une à l'autre et elle est atteinte pour des champs magnétisants plus ou moins intenses (fig. 2).

3. Courbes de perméabilité relative.

a) L'une quelconque des deux courbes précédentes permet d'obtenir la perméabilité μ. Il suffit de relever les valeurs correspondantes de $\mathcal{B}$ et de $\mathcal{H}$ sur la courbe $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ et de calculer $\mu = \mathcal{B} : \mathcal{H}$.

Cette courbe, par un changement d'échelle des ordonnées, permet de représenter la *perméabilité relative* μ_r puisque $\mu_r = \mu : \mu_0$. Au lieu de porter $\mu = 0{,}002$ u S.I. par exemple, il suffit d'inscrire le *nombre* $0{,}002 \times 8 \times 10^5 = 1\,600$. C'est ce qui a été fait pour la courbe de la figure 2 *c*. Elle montre que μ_r (ou μ) diminue beaucoup pour des valeurs de $\mathcal{H}$ correspondant à la saturation. On retrouve d'ailleurs ce fait en se reportant encore à la relation $\mathcal{B} = \mu_0\mathcal{H} + C$ d'où l'on tire $\mu = \mathcal{B} : \mathcal{H} = \mu_0 + C : \mathcal{H}$ et $\mu_r = \mu : \mu_0 = 1 + C : \mu_0\mathcal{H}$. En effet, C et μ_0 étant des constantes, le terme $C : \mu_0\mathcal{H}$ diminue quand $\mathcal{H}$ croît et la somme $1 + C : \mu_0\mathcal{H}$ en fait autant. On voit même que $C : \mu_0\mathcal{H}$ tend vers zéro quand $\mathcal{H}$ augmente indéfiniment et cela signifie que μ_r tend vers 1, que μ tend vers μ_0, bref, que :

Au-delà de la saturation, la perméabilité des substances ferromagnétiques tend vers celle de l'air ou du vide.

Cela fait disparaître leur intérêt technique.

b) On utilise, pour les carcasses de machines, de l'acier doux, de l'acier coulé, de la fonte dont la perméabilité est de l'ordre de quelques centaines d'unités dans les conditions de leur emploi, et, pour des usages spéciaux, des aciers fer-silicium, fer-nickel (permalloys), fer-nickel-cobalt (perminvars), de perméabilité pratiquement constante jusqu'à des champs de 250 Atr/m environ.

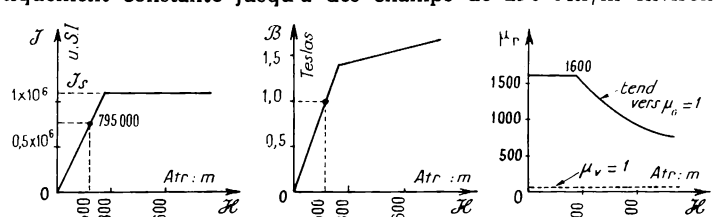


FIG. 3.

REMARQUE. — En négligeant les détails, les courbes $\mathcal{J}(\mathcal{H})$, $\mathcal{B}(\mathcal{H})$, $\mu(\mathcal{H})$ ont les allures de la figure 3 et l'on peut dire, en première approximation, que la perméabilité est à peu près constante tant que le champ magnétisant ne dépasse pas une certaine valeur.

4. Influence de la température sur l'aimantation.

Expériences. — Portons au rouge, dans la flamme d'un bec Bunsen (fig. 4), un morceau de fer suspendu par des fils métalliques non magnétiques : un aimant ne l'attire plus. C'est donc que le fer, au rouge, ne s'aimante pratiquement plus par influence.

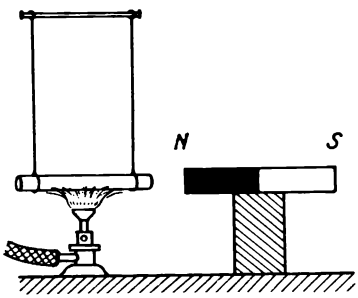


FIG. 4.

Chauffons fortement une aiguille aimantée; laissons-la refroidir : elle a perdu son aimantation, d'où un procédé de désaimantation.

Le fait est général; chaque substance ferromagnétique est caractérisée par une température appelée *point de Curie*, au-dessus de laquelle elle n'a plus ses propriétés ferromagnétiques.

5. Aciers amagnétiques.

La fabrication des montres exige l'emploi d'un ressort dit spiral pour régler les oscillations du balancier. Si ce spiral est en acier ordinaire, une aimantation fortuite peut considérablement changer la durée de ses oscillations et, par conséquent, la marche de la montre. On a donc été conduit à rechercher des aciers, parce qu'il faut conserver une excellente élasticité, mais qui ne s'aimantent pas par influence. On les appelle *amagnétiques*. Ce sont des aciers spéciaux au manganèse, au manganèse et au chrome, au nickel.

B. — HYSTÉRÉSIS
(Aimantation dans un champ alternatif.)

En réalité, l'une des hypothèses faites au début de l'étude de l'aimantation par influence est souvent loin d'être vraie pour les substances ferromagnétiques. L'aimantation d'un échantillon (donc aussi son induction) dépend en général des aimantations qu'il a antérieurement subies et cela complique les choses.

6. Cycles d'hystérésis.

Soumettons un échantillon de substance ferromagnétique à un champ magnétisant croissant jusqu'à une certaine valeur $\mathcal{H}_M$. Son induction est alors représentée par la partie correspondante de la courbe $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ de première aimantation (fig. 5).

Faisons ensuite décroître progressivement le champ magnétisant; $\mathcal{B}$ ne reprend pas la même valeur pour la même valeur de $\mathcal{H}$; elle est plus grande qu'elle n'était, l'échantillon conservant une partie de l'aimantation acquise dans le champ $\mathcal{H}_M$. En particulier, quand $\mathcal{H}$ s'annule, $\mathcal{B}$ conserve une valeur $\mathcal{B}_r$ appelée *induction rémanente.*

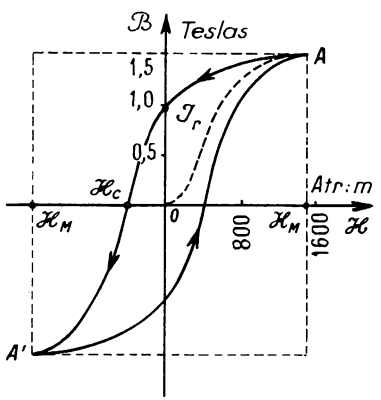


FIG. 5.

En renversant le champ, $\mathcal{B}$ continue à diminuer puis s'annule pour un certain champ de sens opposé à celui qui a provoqué l'aimantation initiale, de valeur $\mathcal{H}_c$ et appelé *champ coercitif.*

Si l'on continue à faire croître le champ de sens inverse au champ initial jusqu'à la valeur $\mathcal{H}_M$, la courbe qui représente les valeurs de $\mathcal{B}$ atteint un point A′ symétrique de A par rapport à l'origine O et, en revenant graduellement au champ initial $\mathcal{H}_M$, on trace une branche symétrique de la précédente par rapport à O. On dit qu'on a fait décrire à l'échantillon un *cycle d'hystérésis.*

Pour une même substance, si l'on donne à $\mathcal{H}_M$ différentes valeurs, les cycles s'inscrivent dans des rectangles concentriques. Pour des substances différentes, le cycle est plus ou moins large; pour les mêmes valeurs de $\mathcal{H}_M$, celles de $\mathcal{B}_r$ et de $\mathcal{H}_c$ peuvent être très différentes; c'est ce que montre la figure 6.

L'existence de l'hystérésis ne nous permet donc pas de connaître avec certitude l'induction d'une substance ferromagnétique, quand nous connaissons le champ magnétisant, puisqu'elle dépend des champs dans lesquels la substance s'est trouvée antérieurement placée.

7. Énergie dissipée par hystérésis.

L'aimantation est une modification de l'état du milieu aimanté qui nécessite une certaine dépense d'énergie, mais dans le cas des substances dénuées d'hystérésis cette énergie se retrouve quand l'aimantation disparaît, comme se retrouve, quand un ressort se détend, le travail qu'on a dépensé pour le bander.

Au contraire, s'il y a hystérésis, chaque cycle correspond à ce qu'on appelle *une perte d'énergie* parce qu'elle se retrouve sous forme de chaleur qui apparaît au sein de la substance aimantée. La perte par cycle et par unité de volume de la substance est toujours faible, mais si les cycles se répètent successivement et par exemple un grand nombre de fois par seconde, la perte et l'échauffement consécutif peuvent devenir notables.

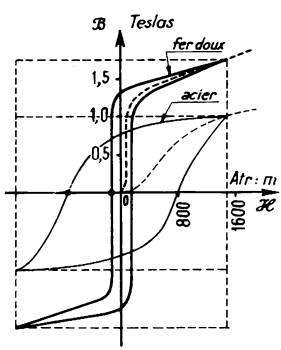


FIG. 6.

C'est justement ce qui se produit dans les carcasses magnétiques des transformateurs, des alternateurs, des moteurs à courants alternatifs et aussi, à peu près, dans le fer de l'induit des dynamos et des moteurs à courant continu. Il est alors indispensable de réduire ces pertes parce qu'elles provoquent une diminution du rendement et que l'échauffement correspondant limite la puissance de la machine.

On réduit la perte par cycle en choisissant la substance ferromagnétique. On démontre, en effet, que cette perte est, par unité de volume de la substance, proportionnelle à l'aire enveloppée par la courbe représentative du cycle sur le graphique $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. Elle est donc d'autant plus faible que le cycle est plus étroit (pour le même champ maximum $\mathcal{H}_M$), et l'on voit sur la figure 6 que le fer doux est, à ce titre, plus avantageux que l'acier ordinaire. On sait d'ailleurs produire certains aciers spéciaux pour lesquels la perte est particulièrement faible.

Si la substance de volume $\mathcal{V}$ subit f cycles par seconde, on peut calculer la puissance P_H perdue pour des cycles caractérisés par l'induction maximale $\mathcal{B}_M$ à l'aide de la formule :

$$P_H = f\,\mathcal{V}\,\eta\,\mathcal{B}_M^{1,6}$$

appelée *formule de Steinmetz* et dans laquelle η est une constante (*coefficient de Steinmetz*) qui varie avec la substance et dont la valeur numérique dépend des unités choisies pour évaluer les différentes grandeurs de la formule; les formulaires donnent sa valeur et contiennent des tables fournissant $\mathcal{B}_M^{1,6}$ pour les différentes valeurs de $\mathcal{B}_M$.

8. Explication de l'aimantation temporaire.

D'un cycle d'hystérésis d'induction, il est facile de déduire le cycle d'hystérésis d'aimantation correspondant puisque pour chaque valeur de $\mathcal{H}$ on peut déduire $\mathcal{J}$ de la valeur de $\mathcal{B}$. La figure 7 représente ces cycles pour du fer doux et de l'acier, avec le même champ magnétisant maximum, et l'on appelle encore champ coercitif celui qui annule l'aimantation initiale. Il est représenté par ON pour le fer doux, par ON′ pour l'acier.

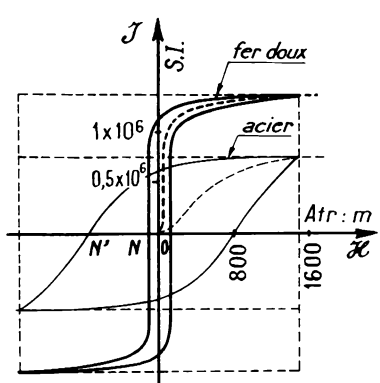


FIG. 7.

Considérons alors un barreau de fer doux soumis au champ $\mathcal{H}_M$, dans un solénoïde. Quand on coupe le courant, le champ magnétisant disparaît et si l'on néglige le champ terrestre, si ce fer est éloigné de tout aimant, de tout autre courant, il n'y a plus de champ extérieur. Mais il y a du magnétisme libre sur les faces terminales du barreau et ces plages polaires créent, *à l'intérieur du barreau*, un champ justement de sens opposé au champ

qui a provoqué l'aimantation et qu'on appelle, pour cette raison, *champ démagnétisant ;* il est représenté, au centre du barreau de la figure 8, par h_D. Sous son action, l'aimantation disparaît totalement ou partiellement, le barreau ne conservant alors qu'une faible *aimantation résiduelle* que nous retrouverons dans l'étude des dynamos.

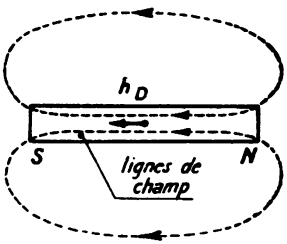


FIG. 8.

Bien entendu, si l'aimantation se développe dans une carcasse magnétique fermée, il n'apparaît pas de magnétisme libre et elle ne disparaît pas quand on supprime le champ magnétisant.

Expériences. — Un électro-aimant en forme d'U a ses faces terminales bien dressées; une pièce de fer doux, également bien dressée sur l'une de ses faces et appelée *armature*, peut fermer l'U (fig. 9). Quand on établit le courant, l'armature est attirée; quand on le coupe, elle ne se détache pas spontanément et il faut exercer une force plus ou moins grande pour l'arracher.

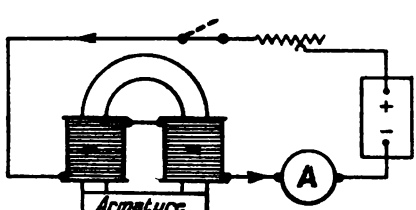


FIG. 9.

Interposons une feuille de carton entre l'U et l'armature, fermons l'interrupteur : l'armature est attirée. Coupons le courant : elle se détache parce que les pôles libres formés sur les faces en regard séparées par l'entrefer (feuille de carton) ont suffi pour provoquer la désaimantation.

Ces faits jouent un rôle important dans l'utilisation des électro-aimants pour les télécommandes.

9. Explication de l'aimantation permanente.

a) Le champ démagnétisant propre d'un aimant d'acier est généralement inférieur au champ coercitif; il en résulte que l'acier conserve, après suppression du champ dans lequel on l'a placé pour l'aimanter, une aimantation dite *permanente* $\mathcal{I}_p$ plus ou moins intense et d'autant plus « solide » que le champ coercitif est plus grand.

La confection de bons aimants conduit donc, d'abord, à rechercher des alliages à forte aimantation permanente, mais surtout à champ coercitif important.

Voici quelques valeurs de $\mathcal{I}_p$ et de $\mathcal{H}_c$ pour du fer doux et quelques aciers :

	u S.I.	Atr/m
Fer doux	1 300 000	160
Aciers martensitiques :		
Au carbone	650 000	4 000
Au cobalt	800 000	20 000
Aciers non martensitiques :		
Au nickel, aluminium	600 000	52 000
Au nickel, titane	1 250 000	80 000

b) Pour un acier donné et une certaine aimantation, le champ démagnétisant propre dépend de la forme de l'aimant. La recherche d'une forme convenable pour une application donnée est donc un problème important.

Enfin, il est prudent de ne pas placer un aimant auprès d'un autre de manière que leurs champs extérieurs contrarient leurs aimantations respectives; on conserve deux aimants droits en les disposant parallèlement, pôles de noms contraires en regard, et on protège ces pôles par des barrettes de fer doux B′ et B″ (fig. 10).

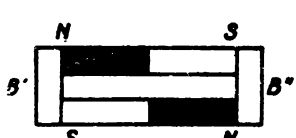


FIG. 10.

10. Explication moderne du magnétisme.

a) Dans un atome, les négatons décrivent des orbites autour du noyau et pivotent sur eux-mêmes comme la Terre tourne autour du Soleil

et autour de son axe. Comme le courant électrique n'est qu'un déplacement de négatons, il y a donc d'abord l'analogue de petites boucles de courant circulaires; de plus, le pivotement de négatons convenablement groupés produit le même effet que de petites boucles supplémentaires, analogues aux précédentes. Alors, au total, chaque atome se présente comme un système plus ou moins compliqué de petites spires de courant, de *rayon invariable, de positions relatives fixes*, et tous les atomes d'un même élément, le fer par exemple, sont organisés de la même manière. De plus, ces mouvements se produisant dans le vide des espaces internucléaires, il n'y a pas d'effet Joule; les négatons tournent indéfiniment sans user leur énergie cinétique.

Ce sont ces systèmes de courants, que les atomes soient seuls ou groupés dans des molécules, qui sont la cause première du magnétisme, mais celui-ci ne se manifeste que si ces atomes sont soumis à un champ extérieur.

C'est par cette action qu'on explique le magnétisme, qu'il s'agisse de substances pour lesquelles il est si faible que nous les avons considérées comme *pratiquement amagnétiques*, ou de substances magnétiques. Mais, dans ce dernier cas, il faut une véritable *préparation interne* ne se produisant que dans des circonstances exceptionnelles et cela explique la rareté des substances que nous avons appelées *ferromagnétiques*.

Il faut d'abord que le système des courants d'un atome se comporte comme une spire unique qu'un champ extérieur peut orienter. Il faut encore que les distances entre atomes soient suffisamment petites pour que des actions électrodynamiques, toujours très faibles, puissent s'exercer entre les systèmes de courants d'atomes voisins. Alors, dans de très petits volumes, les spires équivalentes prennent une orientation commune comme le font deux bobines voisines (XXII, 1). C'est cette orientation qui constitue la préparation interne, créant dans la substance de véritables petits domaines *aimantés*, car l'aimantation *apparente* n'est rien d'autre que l'orientation *commune* de ces domaines par un champ extérieur. En effet, sauf exceptions — la magnétite, aimant *naturel*, en est une — les petits domaines spontanément aimantés n'ont pas tous la même orientation pour un morceau de substance et les effets magnétiques pour un volume étendu sont nuls par compensation en l'absence de champ extérieur.

Pour résumer ce qui précède par une image simple, on doit donc considérer un aimant cylindrique, au moins dans un cas théorique, celui d'une aimantation uniforme, comme formé d'alignements de spires circulaires identiques, c'est-à-dire de solénoïdes ayant leurs axes parallèles et équivalents, quant aux effets extérieurs, à un solénoïde unique dont les spires se confondraient avec la surface latérale de l'aimant. Le courant qui les parcourt est une réalité physique tandis que les masses magnétiques ne sont qu'une création de l'esprit.

b) La saturation et l'hystérésis s'expliquent aisément.

Sous l'action d'un champ extérieur, les petits paquets d'atomes ou de molécules, dans lesquels des atomes ferromagnétiques sont engagés, s'orientent et en nombre d'autant plus grand que ce champ est plus intense. Cependant, au fur et à mesure qu'il reste moins de paquets à orienter, l'aimantation augmente moins pour une même augmentation du champ : c'est la saturation que l'on atteint théoriquement quand tous les paquets sont orientés.

Si le champ d'excitation diminue à partir d'une certaine valeur maximale, l'agitation des molécules provoque certaines « désorientations », mais les frottements internes les contrarient et cela explique que l'aimantation dans des champs décroissants demeure plus grande qu'elle n'était dans des champs croissants : c'est l'hystérésis.

RÉSUMÉ

A) **Quand on soumet une substance ferromagnétique à un champ croissant, l'intensité d'aimantation et l'induction augmentent d'abord à peu près proportionnellement au champ, on dit que la substance n'est pas saturée ; ensuite, l'intensité d'aimantation tend vers une valeur limite $\mathcal{I}_s$ tandis que l'induction continue à croître légèrement avec le champ.**

La perméabilité se déduit de la courbe de magnétisme par la relation $\mu = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$.

B) **L'hystérésis est un retard à la désaimantation. Le phénomène intervient quand on soumet un échantillon à un champ alternatif, qui varie entre deux limites fixes. Le point représentatif décrit alors une courbe fermée appelée « cycle d'hystérésis ». Ce cycle est très étroit pour le fer doux et très large pour l'acier.**

Les phénomènes d'hystérésis sont nuisibles, car ils produisent un échauffement des tôles dans les machines.

Exercices.

1. *Un tore de fonte* (fig. 1) *de section* 12 cm² *comprend deux enroulements :*

Le premier, comportant 5 *spires par centimètre, est relié à une batterie d'accumulateurs par l'intermédiaire d'un ampèremètre et d'un rhéostat.*

Le deuxième, comportant 25 spires, est relié à un fluxmètre.

Le tore n'ayant pas été aimanté, on relève les valeurs suivantes de l'ampèremètre et du fluxmètre :

I *ampères*	1	2	4	6	8	10	12
Φ *webers*	0,006 75	0,010 5	0,015	0,018	0,020 4	0,022 2	0,024

a) *Représenter les courbes de l'induction, de l'intensité d'aimantation, de la perméabilité en fonction du champ magnétisant.*

b) *En déduire l'intensité du courant nécessaire pour produire dans le tore une induction de* 0,55 T; *déterminer dans ce cas la perméabilité, la perméabilité relative et l'intensité d'aimantation.*

Rép. : 5 A; 22 : 10^5 u S.I.; 176; 435 000 u S.I.

2. *Une carcasse en fer de volume* 130 cm^3 *est soumise à un champ alternatif qui crée une induction variant entre des valeurs opposées de* 1,2 T *à la fréquence* 50 *cycles par seconde. Sachant qu'avec les unités S.I., le coefficient de Steinmetz du fer est* 63×10^3 *et que* $1{,}2^{1{,}6} = 1{,}339$, *on demande :*

a) *La puissance perdue par hystérésis;*

b) *La quantité de chaleur produite pendant cinq minutes.*

Rép. : 5,45 W; 390 calories.

CHAPITRE XXII

FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

1. Existence de l'action.

Première expérience. — Un fil conducteur rigide articulé en A, plongeant en B dans du mercure, peut être inséré dans un circuit (fig. 1). Interrupteur ouvert, il pend verticalement devant le pôle nord de l'aimant. Quand on ferme le circuit, le fil prend une nouvelle position d'équilibre; il subit donc une action mécanique dite *électromagnétique* qui disparaît, soit avec le courant, soit avec le champ.

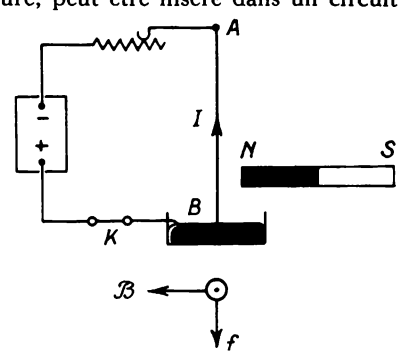


FIG. 1.

Deuxième expérience. — Remplaçons l'aimant par un solénoïde parcouru par un courant I (fig. 2); on observe une action analogue et d'ailleurs de même sens que la précédente si la face nord du solénoïde remplace le pôle nord de l'aimant.

Il y a encore action électromagnétique due cette fois à l'existence simultanée du courant I et du champ créé par le courant I′; on a cependant l'habitude, quand il y a ainsi, en définitive, action d'un courant sur un courant, de dire que l'action est *électrodynamique*.

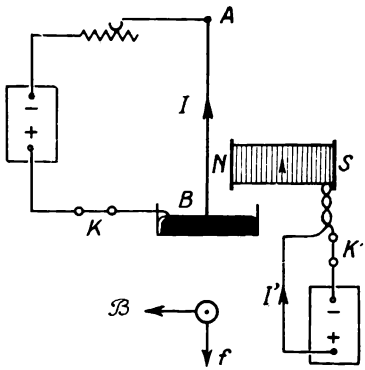


FIG. 2.

Troisième expérience. — Deux bobines plates de fil conducteur (fig. 3) peuvent être suspendues par des fils souples, eux-mêmes conducteurs, qui servent à les supporter. On les place à petite distance, de manière que le sens de parcours du courant soit le même dans les deux parties de la bobine unique, mais essentiellement déformable, qu'elles forment ainsi.

Quand on ferme l'interrupteur, les deux bobines se pressent l'une contre l'autre. Il y a donc action réciproque des différentes parties d'un circuit, et on se ramène au cas précédent en considérant chacune des bobines comme placée dans le champ créé par le reste du circuit.

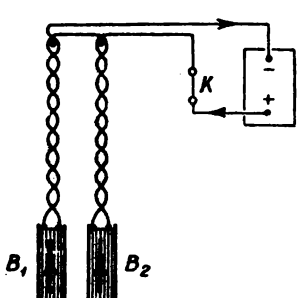


FIG. 3.

Conclusion. — Un circuit siège d'un courant subit une action quand il est placé dans un champ d'induction magnétique, que ce champ soit créé par un aimant, par un autre courant, ou par le reste du circuit.

REMARQUE. — Le conducteur mobile de la première expérience (fig. 1) se trouve d'une part dans le champ magnétique terrestre, d'autre part dans le champ créé par le reste du circuit auquel il appartient et doit subir une action même en l'absence de l'aimant SN ou du solénoïde. Effectivement, cette action mécanique existe,

mais elle est si faible, dans les conditions de l'expérience faite, qu'elle demeure négligeable.

On peut d'ailleurs réaliser des dispositifs permettant d'annuler cette action, et l'élément de courant est alors uniquement soumis au champ extérieur créé, soit par un aimant ou un électro-aimant, soit par un courant, soit par des aimants et des courants.

A. — ACTION D'UN CHAMP D'INDUCTION SUR UN ÉLÉMENT DE COURANT

2. Dispositif expérimental.

Pour analyser le phénomène, nous allons d'abord nous placer dans un cas aussi simple que possible. Nous prendrons pour partie

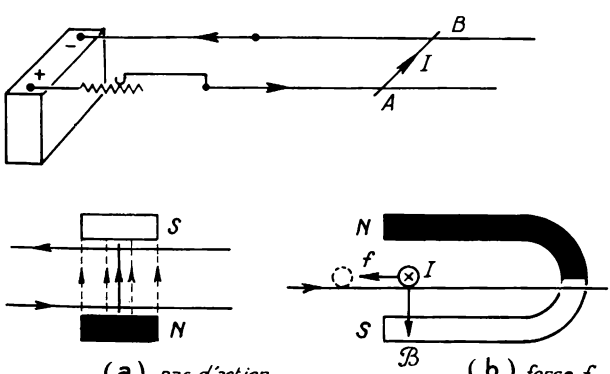


FIG. 4.

mobile un petit élément conducteur filiforme AB, rectiligne, mobile sur deux rails métalliques horizontaux insérés dans un circuit, et nous le placerons dans le champ magnétique uniforme que nous savons exister entre les parties terminales d'un aimant en U (fig. 4).

3. Nature de l'action.

Courant et champ étant dirigés, on peut d'abord penser à faire varier leur orientation relative. On constate ainsi qu'il n'y a aucune action si le champ et le courant ont même direction.

Si le courant va d'avant en arrière du tableau et si le champ est vertical, dirigé vers le sol, l'élément glisse sur les rails, vers la gauche de la figure 4 *b*, quand on ferme l'interrupteur.

Tout ce qu'on pourrait essayer montre que *l'action se réduit à une force appliquée au centre de l'élément de courant.*

4. Caractères qualitatifs de la force électromagnétique.

L'expérience montre encore que la force est perpendiculaire au plan déterminé par les directions du courant et du champ.

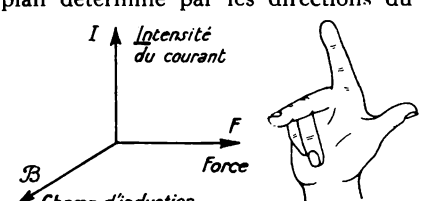


FIG. 5.

Renversons, soit le sens du champ, soit celui du courant : le sens de la force se renverse, mais il est toujours le même quand on retrouve les mêmes sens pour I et pour ℬ et l'on a pu établir des règles, plus ou moins commodes à appliquer, qui permettent de le déterminer. Nous n'énoncerons que l'une d'elles en constatant son accord avec la figure :

Règle des trois doigts de la main droite. — **On dispose l'index dans le sens du courant (INdex, INtensité du courant) ; le majeur dans le sens du champ (MAjeur, MAgnétique) ; le pouce étendu donne le sens de la force (fig. 5).**

5. Caractères quantitatifs. Formule de Laplace.

Il est possible d'étudier la valeur de la force à l'aide de dispositifs basés sur l'emploi d'un dynamomètre ou d'une balance. Nous nous contenterons d'indiquer les résultats obtenus.

1° *Influence du champ magnétique.* — Nous savons déjà que c'est du *champ d'induction* que dépend l'action électromagnétique, parce qu'elle dépend du milieu qui baigne un aimant ou un circuit donnés. De plus, nous venons de voir qu'elle s'annule avec l'angle de l'élément de conducteur, siège du courant et du champ. Si le champ est oblique à l'élément de courant, sa composante dans la direction de ce dernier ne doit donc donner lieu à aucune action. Enfin, on peut constater que la force double avec l'intensité du champ. *Elle est donc proportionnelle à la composante $\mathcal{B}_n$ du champ normale à l'élément conducteur.*

2° *Influences de l'intensité du courant et de la longueur de l'élément.* — La force double avec l'intensité I du courant. Elle double aussi avec la longueur l de l'élément, ce qui était évident *a priori*. Elle est donc proportionnelle au produit $I \times l$.

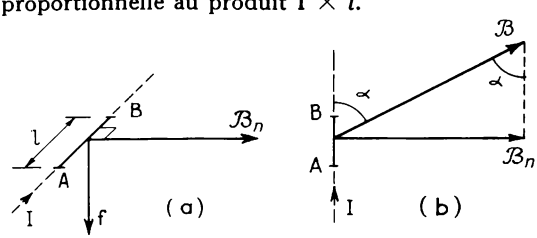


FIG. 6.

Avec les unités actuelles, la valeur de la force f qui s'exerce sur un élément AB de longueur l (fig. 6), traversé par un courant d'intensité I, dans un champ d'induction dont la composante normale à l'élément est $\mathcal{B}_n$, a pour expression :

$$f = I \times l \times \mathcal{B}_n.$$

f en **newtons** ; I en **ampères** ; l en **mètres** ; $\mathcal{B}_n$ en **teslas.**

Bien entendu, si l'on se donne $\mathcal{B}$ et l'angle α du champ et du courant (fig. 6 *b*), on en déduit :

$$\mathcal{B}_n = \mathcal{B} \sin \alpha.$$

De plus, si l'on donne le champ $\mathcal{H}_n$ il faut, pour déterminer la force, calculer d'abord $\mathcal{B}_n = \mu \mathcal{H}_n$ en tenant compte de la perméabilité du milieu. Rappelons qu'en dehors des milieux ferromagnétiques, pratiquement $\mu = \mu_0$.

6. Application à la détermination de l'action subie par un circuit quelconque.

La règle précédente permet, en principe, de déterminer l'action mécanique subie par un circuit quelconque. Il suffit de rechercher la force qui s'exerce sur chacun des éléments en lesquels on peut décomposer le circuit et l'on est ramené à trouver la résultante d'un système de forces.

Au total, le principe de l'action et de la réaction n'est jamais en défaut et si, par exemple, le système se réduit à une force agissant sur le circuit, son opposée agit sur l'aimant ou sur l'autre circuit qui crée le champ. Il en est de même si le système se réduit à un couple ou, dans le cas général, à une force et un couple.

7. Premier cas particulier. Conducteur filiforme rectiligne placé dans un champ uniforme.

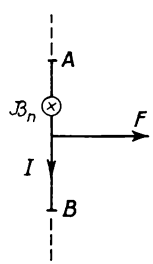


FIG. 7.

Soit $\mathcal{B}_n$ la composante du champ normale au conducteur. Avec les sens qu'indique la figure 7, on voit, en appliquant la règle des trois doigts, que chaque élément de longueur l est soumis à une force f et que nous avons à composer des forces parallèles de même sens. La résultante F est de même direction, de même sens que chacune des forces f; elle est égale à leur somme, appliquée au milieu du conducteur. Si l'on a partagé la longueur L en n éléments de même longueur l, on a donc : $F = nf$, et comme $f = Il\mathcal{B}_n$:

$$F = IL\mathcal{B}_n.$$

Application. — Si $\mathcal{B}_n = 1$ T, L = 40 cm, I = 50 A, on a :

$$F = 50 \times 0{,}4 \times 1 = 20 \text{ N}.$$

8. Action entre conducteurs parallèles. Définitions légales de l'ampère et du coulomb.

a) Soient deux conducteurs rectilignes (fig. 8) supposés filiformes, parallèles, parcourus, le premier par le courant I, le second par

le courant I′, de sens opposés par exemple, situés à la distance a dans un milieu de perméabilité μ.

On doit considérer le deuxième conducteur comme placé dans le champ du premier. Ce champ est constant tout le long du deuxième conducteur et lui est normal; il a la valeur $\mu I : 2\pi a$. La force résultante est donc appliquée au centre du conducteur et la règle des trois doigts montre qu'elle a le sens marqué sur la figure : c'est une répulsion qui s'exerce entre les deux conducteurs. Sa valeur a pour expression :

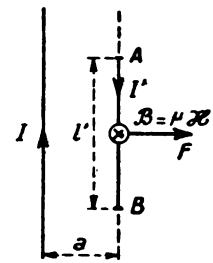


FIG. 8.

$$F = I'l'\mu \frac{I}{2\pi a} = \mu \frac{II'l'}{2\pi a}.$$

Cette force électrodynamique est celle qui s'exerce entre deux fils de ligne parallèles, entre deux barres d'un tableau. Elle est généralement très faible, mais elle peut prendre, dans certains cas, des valeurs considérables, si la ligne supporte momentanément, de très grandes surintensités.

b) Supposons $I = I' = 1$ A; $a = l' = 1$ m.

Alors, dans l'air, et mieux dans le vide,

$$F = \frac{4\pi}{10^7} \times \frac{1 \times 1 \times 1}{2\pi \times 1} = \frac{2}{10^7} \text{ N}.$$

Ce résultat explique les définitions légales de l'ampère et du coulomb (loi du 3 mai 1961).

DÉFINITIONS. — **1° L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 m l'un de l'autre, dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 : 10^7$ newton par mètre de longueur.**

2° Le coulomb est la quantité d'électricité que débite un courant constant d'un ampère pendant une seconde.

Si le courant ainsi défini traverse une cuve électrolytique à nitrate d'argent, *l'expérience montre* qu'il dépose très sensiblement 1,118 mg d'argent par seconde sur la cathode; d'où les définitions approchées que nous avons données (IV, 2).

9. Deuxième cas particulier. Action d'un champ uniforme sur un circuit.

Déterminons l'action subie par une spire rectangulaire indéformable ABCD (fig. 9) parcourue par un courant I, placée dans un champ d'induction horizontal $\mathcal{B}$. Les brins AB et CD sont verticaux.

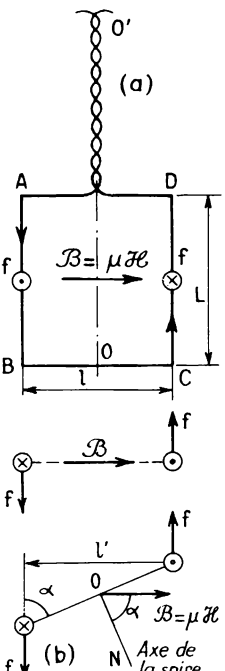


Fig. 9.

Supposons la spire parallèle aux lignes de champ, dans le plan de la figure. Les côtés AD et BC ne sont soumis à aucune force électromagnétique parce que I et $\mathcal{B}$ ont même direction. Chacun des brins AB et CD est soumis à une force perpendiculaire au tableau, appliquée au centre du brin, sortant du tableau pour AB, allant vers l'arrière pour CD. Ces deux forces parallèles ont même valeur $f = \mathrm{IL}\mathcal{B}$, et elles forment un couple qui tend à faire tourner la spire autour de l'axe OO'.

Si l'on considère la spire dans une position telle que la normale ON à son plan fasse un angle α avec la direction du champ $\mathcal{B}$, on voit que les forces qui s'exercent sur AB et sur CD n'ont changé, ni de direction, ni de valeur (fig. 9 *b*). Il apparaît des forces qui agissent sur les brins horizontaux AD et BC et sont, pour chacun des brins, de sens opposés; elles ne pourraient que déformer le cadre que nous avons supposé rigide. Mais si les forces f ont conservé même valeur, le bras de levier du couple qu'elles forment a diminué puisqu'il est pour cette position $l' = l \sin \alpha$ et le couple électromagnétique $\mathcal{C}$ a pour valeur :

$$\mathcal{C} = \mathrm{IL}\mathcal{B}\, l \sin \alpha.$$

Si on libère la spire, elle tourne autour de OO' jusqu'à ce que les deux forces électromagnétiques s'opposent; elle est alors perpendiculaire au champ, sa face nord tournée dans la direction du champ. Le couple s'annule; la spire est en équilibre.

Enfin, si au lieu d'une seule spire, on forme un cadre rectangulaire en contenant N de mêmes dimensions ou de dimensions moyennes L et l, le couple devient évidemment N fois plus grand et l'on a :

$$\mathcal{C} = \text{NIL}\mathcal{B}\, l \sin \alpha.$$

Si la spire est dans le plan du tableau, il prend sa valeur maximale $\mathcal{C}_M = \text{NIL}\mathcal{B}l$.

REMARQUES. — 1° Le produit Ll représente l'aire d'une spire; en posant $Ll = S$, on peut donc écrire :

$$\mathcal{C} = \text{NSI}\mathcal{B} \sin \alpha,$$

et cette relation est générale; elle reste valable pour une spire plane de forme quelconque si son contour enveloppe l'aire S.

2° L'expression fournissant $\mathcal{C}$ est de forme analogue à celle du couple auquel est soumis un aimant de moment magnétique $\mathfrak{M}$ placé dans un champ d'induction uniforme $\mathcal{B}$. Il suffit de remarquer qu'on doit comparer l'axe de la spire à celui de l'aimant.

La grandeur NSI, caractéristique du cadre, est parfois appelée *moment magnétique* du cadre, par analogie avec le moment magnétique $\mathfrak{M}$ d'un aimant.

B. — TRAVAIL DES FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

10. Travail de la force agissant sur un élément de courant.

Un fil attaché à l'élément AB (fig. 10) permettrait d'utiliser la force f à soulever un poids, c'est-à-dire à effectuer du travail mécanique. Proposons-nous d'évaluer ce travail en supposant le champ uniforme dans la région de l'espace où AB se déplace.

Avec les notations précédentes, si l'élément glisse de AB en A′B′, la force f déplace son point d'application de la longueur $AA' = d$, et le travail w qu'elle accomplit a pour valeur :

$$w = f \times d = Il\mathcal{B}_n \times d = \text{I} \times ld\mathcal{B}_n.$$

Nous reconnaissons dans cette expression le produit de l'aire $AA'BB' = l \times d$ par la composante $\mathfrak{B}_n$ normale à la surface du vecteur induction du champ magnétique, et c'est ce produit que nous avons appelé flux d'induction à travers la surface $AA'BB'$;

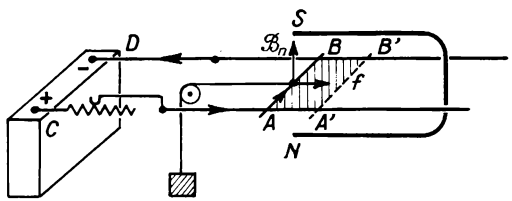


FIG. 10.

nous dirons ici qu'il a été balayé par l'élément de courant dans son déplacement et, en le représentant par φ, il vient $w = I \times \varphi$; ce travail est évalué en joules si I est exprimé en ampères et φ en webers. On peut donc écrire :

$$w = I\varphi.$$

w en **joules;** I en **ampères;** φ en **webers.**

11. Travail des forces électromagnétiques agissant sur un circuit fermé.

S'il s'agit d'un circuit fermé, on se ramène au cas précédent en le décomposant en petits éléments et l'on fait la somme des travaux obtenus pour chacun d'eux pour le déplacement considéré. Dans le cas général, il y a des éléments pour lesquels la force déplace son point d'application dans sa direction et l'on obtient pour l'ensemble un *travail moteur* W' correspondant à un flux balayé φ'; d'autres pour lesquels le travail W'' est *résistant* et correspond à un flux balayé φ''. Le travail de toutes les forces électromagnétiques est donc de la forme $W = W' - W'' = I(\varphi' - \varphi'')$. La méthode se comprend aisément; le détail du calcul est souvent compliqué.

Mais revenons à la figure 10. Quand la force f due au champ d'induction $\mathfrak{B}_n$ accomplit le travail w, le flux du vecteur $\mathfrak{B}_n$ à travers

la surface CDAB du circuit est passé d'une valeur Φ_1 à une valeur Φ_2, et l'on voit que $\Phi_2 - \Phi_1 = \varphi$.

Ce résultat, qui est en réalité une conséquence des propriétés du vecteur induction magnétique, est absolument général et l'on peut dire que :

Le flux balayé par tous les éléments d'un circuit fermé, compte tenu de l'espèce de travail accompli (moteur ou résistant) est égal à la variation $\Phi_2 - \Phi_1$ du flux d'induction à travers le circuit, quand il passe de sa première à sa deuxième position.

On peut donc écrire, en faisant apparaître $(\Phi_2 - \Phi_1)$:

$$W = I\,(\Phi_2 - \Phi_1).$$

W en **joules;** I en **ampères;** $(\Phi_2 - \Phi_1)$ en **webers.**

Exemple. — Calculons le travail que peut accomplir le cadre de la figure 9 en passant de la position pour laquelle $\alpha = 90°$ à la position pour laquelle $\alpha = 0$, si $I = 50$ A.

Le flux pour *une* spire a les valeurs successives :

$$\Phi_1 = 0; \qquad \Phi_2 = L \times l \times \mathcal{B}.$$

Si $L = 0{,}4$ m et $l = 0{,}2$ m, $\mathcal{B} = 1$ T, le travail par spire est :

$$W_1 = 50 \times 0{,}4 \times 0{,}2 \times 1 = 4 \text{ J}$$

et pour $N = 20$ spires :

$$W = N \times W_1 = 20 \times 4 = 80 \text{ J}.$$

12. Loi du flux maximal.

a) Le déplacement d'un élément de courant supposé mobile est facile à déterminer par la règle des trois doigts; mais celle-ci devient plus difficile à utiliser pour un circuit complet.

Or, pour qu'un déplacement ou qu'une déformation d'un circuit se fassent spontanément, il faut que les forces électromagnétiques déplaçant leur point d'application dans leur direction l'emportent sur les autres, c'est-à-dire que les forces électromagnétiques accomplissent dans l'ensemble un travail moteur et, en conséquence, que le flux d'induction à travers le circuit *augmente*, c'est-à-dire que Φ_2 soit supérieur à Φ_1. Si le circuit peut se

déplacer ou se déformer, il le fera donc jusqu'à être traversé par le plus grand flux d'induction possible. D'où la loi :

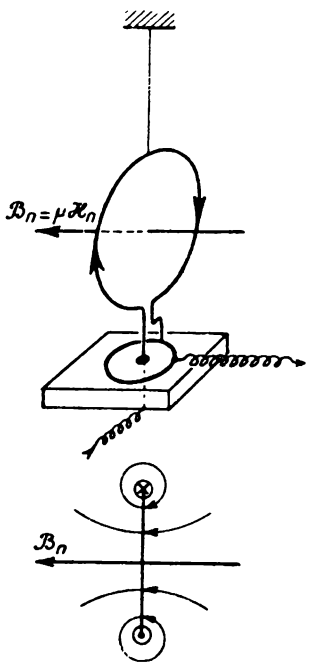


FIG. 11.

LOI. — **Un circuit placé dans un champ magnétique et susceptible de se déplacer ou de se déformer prend toujours la position (ou la forme) pour laquelle le flux d'induction qui le traverse est maximal.**

Le flux dû au champ extérieur sort alors du circuit fermé par sa face positive, et le circuit se trouve dans une position d'équilibre stable, comme un aimant quand sa ligne des pôles est dans la direction du champ qui l'oriente.

Vérifions-le par l'expérience.

Première expérience. — Une spire rigide ou une bobine plate est suspendue par un fil sans torsion (fig. 11). L'une des extrémités du conducteur plonge dans un godet, l'autre dans une rigole annulaire contenant du mercure, de manière à former des contacts glissants. Nous avons ainsi un circuit indéformable, mais susceptible de se déplacer. Il est plongé dans le champ magnétique terrestre.

Quand on établit le contact, la spire tourne et place son axe orienté de sa face sud vers sa face nord, dans la direction du Nord magnétique. Le flux dû au champ terrestre est alors le plus grand possible et s'ajoute au flux propre : le flux total est maximal.

La spire légèrement écartée de cette position y revient; elle est en position d'équilibre stable.

Deuxième expérience. — Reprenons la troisième expérience du premier paragraphe de ce chapitre, avec la même disposition des bobines. L'action du champ terrestre n'est pas suffisante pour les orienter dans les conditions de leur suspension, mais le circuit

qu'elles constituent se déforme puisqu'elles se rapprochent quand on établit le courant. Maintenons l'une des bobines, retournons l'autre face pour face et lâchons. La bobine libre est violemment repoussée, elle se retourne et reprend le contact, avec les positions respectives initiales qui assurent un flux propre maximal.

Troisième expérience. — On dispose d'une bobine creuse, d'un noyau de fer doux installés comme l'indique la figure 12.

Initialement, le noyau repose sur la table; quand on ferme l'interrupteur, quel que soit le sens du courant, le noyau est aspiré et flotte à l'intérieur de la bobine qui l'a *avalé;* quand on coupe le courant, le noyau retombe sur la table.

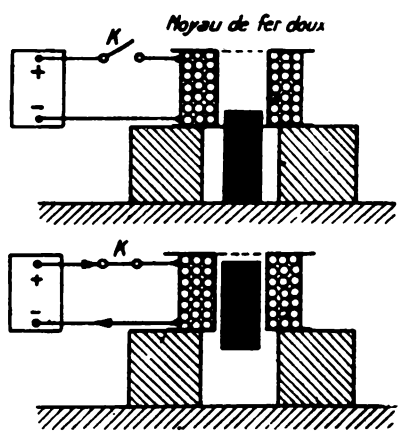


FIG. 12.

Il y a bien entendu toujours égalité de l'action et de la réaction, et la bobine subit une force égale et opposée à celle qui agit sur le noyau de fer. On peut aussi fixer celui-ci; c'est alors la bobine qui se déplace, à condition d'être mobile.

Quand le noyau est avalé, le flux à travers le circuit est beaucoup plus grand parce que la perméabilité du fer est beaucoup plus grande que celle de l'air.

De nombreux dispositifs sont basés sur des actions analogues et sont dits *à avalement.*

13. Production d'un travail continu. Principe du moteur électrique.

a) Quand un circuit est assez rigide pour ne pas pouvoir se déformer sous l'action des forces électromagnétiques dues à son propre champ, en l'absence de tout champ extérieur, il n'a aucune tendance à se déplacer.

S'il est mobile dans un champ extérieur, il se déplace en obéissant à la loi du flux maximal, mais à ce déplacement limité ne peut

correspondre qu'un travail limité. On obtient un travail continu en utilisant un système tournant à contacts glissants.

b) Un disque conducteur, en cuivre par exemple, peut tourner (fig. 13) autour d'un axe horizontal O; par son pourtour, il prend contact en A avec du mercure contenu dans une cuve, et l'on met

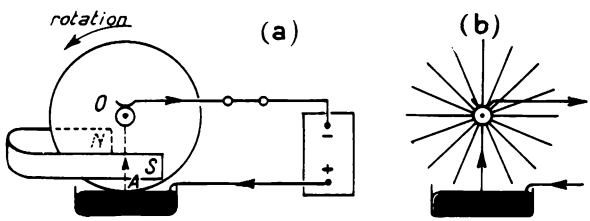


FIG. 13.

en circuit le conducteur mobile ainsi formé d'une part par le mercure et, d'autre part par un *balai* contactant l'axe. La moitié inférieure du disque est placée entre les branches d'un aimant (ou d'un électro-aimant) qui crée un champ perpendiculaire au disque.

Quand on ferme l'interrupteur, la roue tourne de manière continue, dans le sens indiqué, avec ceux du champ et du courant que la figure suppose; une poulie calée sur l'axe permet, en principe, de recueillir du travail tant que le courant est fourni.

Il suffit, pour expliquer simplement la rotation, d'admettre que le courant parcourt un élément dirigé suivant le rayon OA auquel se substitue automatiquement l'élément suivant quand il quitte le contact avec le mercure. L'expérience réussit évidemment de la même manière avec une roue rayonnée (fig. 13 *b*).

Ce dispositif, connu sous le nom de *roue de Barlow*, peut être considéré comme le plus simple des moteurs électriques à courant continu; il en contient les éléments essentiels que nous retrouverons plus tard : champ, courant, contacts glissants. En utilisant des champs intenses, des courants suffisants, en multipliant le nombre des brins actifs analogues à AO, on peut obtenir des couples importants.

REMARQUE. — On est, en réalité, en présence d'un circuit qui se déforme pour augmenter le flux du champ inducteur mais sans jamais y réussir, parce qu'il se reforme constamment identique à lui-même.

RÉSUMÉ

A) **Un champ magnétique exerce une force sur un élément de courant. Cette force dépend de la composante normale du champ magnétique ; elle est perpendiculaire au plan formé par les directions du courant et du champ. Son sens est donné par la règle des trois doigts de la main droite, son intensité s'exprime par la loi de Laplace :**

$$f = \mathrm{I}\, l \mathscr{B}_n.$$

Cas particuliers :

Deux conducteurs rectilignes parallèles parcourus par des courants de sens contraires se repoussent mutuellement. Dans le vide ou dans l'air ($\mu = \mu_0 = 4\pi/10^7$) :

$$\mathrm{F} = \frac{2}{10^7} \frac{\mathrm{II}'l'}{a}.$$

Un cadre vertical portant N **spires placé dans un champ horizontal uniforme est soumis à un couple :**

$$\mathrm{C} = \mathscr{M}\mathscr{B} \sin \alpha, \qquad \mathscr{M} \quad \mathrm{NSI}.$$

B) **Le travail de la force qui agit sur un élément de courant a pour valeur :**

$$\mathrm{W} = \mathrm{I}\varphi,$$

où φ **représente le flux d'induction balayé par l'élément.**

Le travail moteur ou résistant accompli par un circuit fermé a pour valeur :

$$\mathrm{W} = \mathrm{I}\,(\Phi_2 - \Phi_1),$$

où $(\Phi_2 - \Phi_1)$ **représente la variation du flux d'induction à travers le circuit avec** $\varphi = \Phi_2 - \Phi_1$ **pour le même déplacement.**

Un circuit tend toujours à se déplacer ou à se déformer pour être traversé par le maximum de flux.

Exercices.

1. *Déterminer la force qui agit sur un conducteur rectiligne de longueur* 10 cm *parcouru par un courant de* 3 A *et placé dans l'air perpendiculairement à un champ magnétique uniforme de* 12 000 Atr/m; *la perméabilité de l'air vaut* $4\pi/10^7$ u S.I. — *Rép. :* 4,5 mN.

2. *Deux barres parallèles d'un tableau de distribution d'énergie de longueur* 2,80 m, *distantes de* 15 cm, *sont parcourues par des courants égaux et de sens contraire. On demande :*

a) *L'effort entre les barres pour le courant nominal qui est de* 500 A.

b) *Que devient cet effort en cas de court-circuit, si le courant s'élève brusquement à* 10 000 A? *On pourra prendre* $2\pi = 50 : 8$.

Rép. : 0,93 N; 372 N.

3. *Un cadre circulaire, mobile autour d'un axe vertical, comporte* 20 *spires, de diamètre* 40 cm, *parcourues par un courant de* 2,5 A. *On demande :*

a) *Son moment magnétique ;*

b) *Le couple qu'exerce sur le cadre la composante horizontale du champ terrestre de valeur* $2 : 10^5$ T, *sachant que celle-ci fait avec l'axe des spires un angle de* 60°.

Rép. : 6,28 u S.I.; $11,5 : 10^5$ m.N.

CHAPITRE XXIII

FORCE ÉLECTROMOTRICE INDUITE

A. — EXISTENCE DES COURANTS INDUITS

La découverte des courants induits est due au physicien anglais FARADAY qui la fit en 1831. Elle est à la base de tout le développement de l'électricité industrielle.

1. Existence des courants induits; leur cause.

Première expérience. — Une bobine B (fig. 1) portant un assez grand nombre de spires, quelques centaines, est reliée à un galvanomètre G polarisé ayant son zéro au milieu de sa graduation. On sait que le courant entre dans l'instrument par la borne + si l'aiguille dévie vers la droite. De plus, on connaît le sens d'enroulement des spires de la bobine et la manière dont elle est liée au galvanomètre; c'est ce que schématise la partie *b* de la figure. Enfin, le long de l'axe de la bobine est disposé un aimant droit ayant, par exemple, son pôle nord du côté de la bobine

L'aimant et la bobine sont fixes, il n'y a pas de générateur dans

le circuit bobine-galvanomètre, l'aiguille est au zéro; il n'y a pas de courant dans le circuit.

Rapprochons l'aimant de la bobine fixe par un glissement rapide dans la direction de l'axe : le galvanomètre indique qu'il y a un courant temporaire ayant le sens marqué sur la figure.

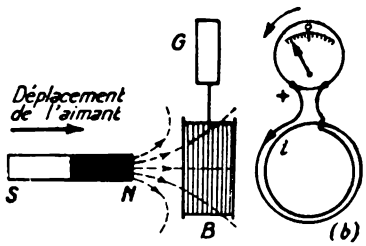


FIG. 1.

Ce courant est appelé *courant induit ;* il faut donc admettre que le circuit a été le siège d'une force électromotrice temporaire qu'on appelle *force électromotrice induite*, ou encore *d'induction*. Le phénomène est appelé *induction électromagnétique ;* l'aimant est l'*inducteur*, le circuit siège du courant est le *circuit induit*.

Rapprochons maintenant la bobine de l'aimant maintenu fixe : on observe encore un courant de même sens. Il est donc équivalent de déplacer l'inducteur ou l'induit en sens inverse. Mais le courant change de sens si l'on éloigne aimant et bobine ou si l'on recommence des expériences analogues, après avoir retourné l'aimant bout pour bout.

Deuxième expérience. — Remplaçons l'aimant par un solénoïde parcouru par un courant I (fig. 2). On observe, de la même manière, l'existence d'un courant induit quand on provoque *un déplacement* relatif de l'inducteur et de l'induit, la face nord du solénoïde jouant le même rôle que le pôle nord de l'aimant.

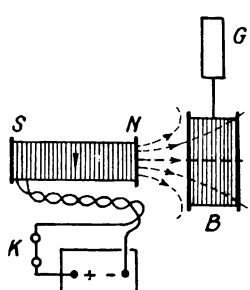


FIG. 2.

Troisième expérience. — Avec le dispositif de la figure 2, solénoïde et bobine fixes, fermons ou ouvrons l'interrupteur K : nous observons à l'établissement puis à la disparition du courant inducteur des courants induits de sens opposés et, toutes autres choses égales, plus intenses, si les deux systèmes de même axe sont plus voisins.

Introduisons un rhéostat dans le circuit inducteur et rapprochons les deux systèmes au maximum en plaçant le solénoïde à

l'intérieur de la bobine induite (fig. 3). Toute variation du courant inducteur provoque un courant induit dont le sens varie avec celui de la variation du courant inducteur.

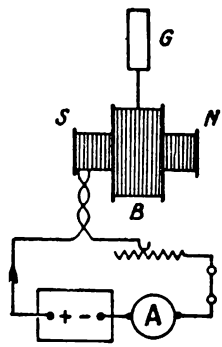


FIG. 3.

Quatrième expérience. — *a*) Dans les expériences précédentes, le circuit induit se trouvait placé dans l'air formant le milieu ambiant.

Il est naturel de se demander si ce milieu n'intervient pas par son aimantation, si le phénomène ne dépend pas, en définitive, de l'induction magnétique qui commande déjà la valeur de la force électromagnétique.

Il serait donc extrêmement intéressant de plonger le dispositif inducteur et induit de la figure 3 par exemple dans un milieu de perméabilité magnétique plus grande que celle de l'air. A défaut, introduisons, dans le creux du solénoïde, un barreau de fer doux (fig. 4).

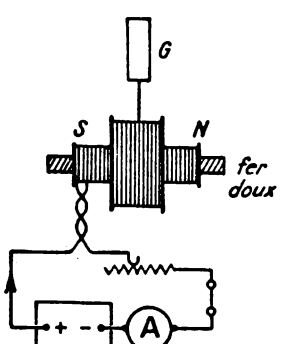


FIG. 4.

Tout ce qui a été observé se répète mais, toutes choses égales d'ailleurs, les courants induits qu'on observe sont *beaucoup plus intenses*. Bien entendu si, tout étant en place, courant inducteur invariable, aiguille du galvanomètre au zéro, on retire le noyau de fer, on observe, pendant ce déplacement, un courant induit, et un autre de sens opposé si l'on remet le noyau en place.

L'aimantation du milieu joue donc un rôle capital et cela explique l'emploi des substances ferromagnétiques dans les machines.

Cinquième expérience. — Introduisons un générateur P dans le circuit induit, par exemple une pile. Le circuit est ainsi le siège d'un courant I_0 (fig. 5).

On peut répéter toutes les expériences précédentes et observer des variations du courant. Par exemple, avec le sens de I_0 repré-

senté, en provoquant un rapprochement de l'aimant et de la bobine disposés comme l'indique la figure 1, on observe une diminution de l'intensité du courant; c'est donc qu'il y a bien encore production d'une f. é. m. induite.

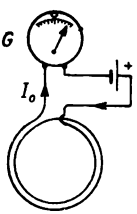


FIG. 5.

Conclusion. — En résumé :

On peut faire naître une f. é. m. dans un circuit par deux procédés mécaniquement différents :

1° Par déplacement relatif du circuit induit et d'un champ inducteur invariable. Ce procédé sera celui des générateurs électro-mécaniques à courant continu et à courants alternatifs.

2° Par action sur un circuit induit immobile d'un champ inducteur variable avec le temps mais produit par un système inducteur lui-même fixe. Ce sera le procédé employé dans les transformateurs statiques et celui qui est à la base de toutes les transmissions radio-électriques.

3° Cette f. é. m. naît et disparaît avec la cause qui la provoque.

4° Le champ agissant est toujours le champ d'induction magnétique et le phénomène est indépendant du courant qui peut préexister dans le circuit.

Il est évident que la cause doit agir sur les éléments mêmes du circuit induit, car elle doit, en définitive, pour produire un courant, mettre en mouvement dans un sens déterminé les négatons contenus dans le conducteur. Dans le déplacement relatif on voit aisément la possibilité d'une action locale puisque les éléments de l'induit peuvent faucher des lignes d'induction et nous en retrouverons bientôt la nécessité. Dans le cas des circuits fixes il faut, pour se ramener à la même cause, tenir compte de ce que les variations du champ *ne se transmettent pas instantanément* dans tout l'espace qui baigne le circuit inducteur, bien qu'elles s'y propagent avec une vitesse très grande, la même que celle de la lumière (300 000 km : s); et l'on peut admettre que cette propagation provoque un balayage des éléments du circuit induit par les lignes d'induction analogue à celui produit par déplacement relatif.

B. — F. É. M. INDUITE DANS UN ÉLÉMENT CONDUCTEUR PAR DÉPLACEMENT RELATIF

2. Localisation de la f. é. m. induite.

Dispositif expérimental. — Un petit brin conducteur AB, rectiligne, peut glisser sur deux rails conducteurs parallèles réunis aux bornes d'un galvanomètre polarisé. L'ensemble forme le circuit induit (fig. 6 *a*).

Le champ inducteur est fourni par un aimant en U.

Expériences. — Plaçons l'aimant de manière que le champ soit parallèle à AB; déplaçons l'élément mobile de AB en A'B' : pas de courant induit (fig. 6 *b*).

Plaçons maintenant l'aimant de manière que le champ soit normal

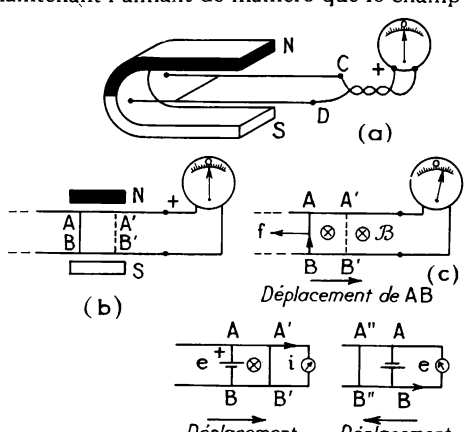


FIG. 6.

au plan ACBD; un glissement de AB sur sa propre direction ne développe pas de courant induit, mais tout autre déplacement en produit un, en particulier quand AB passe en A'B', et son sens est alors celui marqué sur la figure 6 *c*.

Ces expériences montrent que, si le conducteur glisse, si l'on peut dire, entre les lignes de champ, il n'apparaît pas de courant

induit : le phénomène ne se développe que si l'élément fauche des lignes d'induction dans son déplacement et cet élément est alors un véritable générateur qui débite dans le circuit auquel il appartient. On peut donc conclure :

Quand un élément conducteur se déplace dans un champ en coupant des lignes d'induction, il est le siège d'une f.é.m. induite.

3. Polarité de la f.é.m. induite.

Pendant qu'il y a courant induit, il y a aussi force électromagnétique agissant sur l'élément de conducteur AB puisqu'il est placé dans un champ d'induction extérieur, celui créé par l'aimant SN.

Quand l'élément passe de AB en A′B′ (fig. 6 *c*), le courant va de B vers A. La force électromagnétique *f* fournie par la règle des trois doigts est donc de *sens opposé à celui du déplacement*. Il en est toujours ainsi d'où la loi dite loi de Lenz :

Loi de Lenz (*première forme*). — **Dans tout élément de circuit où naît une f.é.m. induite, la force électromagnétique que subit (ou subirait) l'élément parcouru par le courant s'oppose (ou s'opposerait) au déplacement qui l'a provoquée.**

Cette loi permet donc, en appliquant la règle des trois doigts, de trouver la polarité du générateur que forme l'élément mobile. Ainsi, on trouve que l'élément se comporte comme un générateur ayant son pôle positif du côté de B si, renversant le sens du déplacement, on le fait passer de AB en A″B″.

Il peut être commode de faire apparaître cette polarité par la représentation schématique employée sur la figure 6.

Bien entendu, la loi fournit en même temps le sens du courant induit si le circuit est fermé.

4. Valeur de la f.é.m. induite.

L'élément AB, dans son déplacement, décrit une petite surface ABA′B′ à travers laquelle passent des lignes d'induction et il apparaît un flux balayé. On peut alors énoncer la loi quantitative suivante dont toutes les conséquences se vérifient :

La valeur de la f.é.m. induite qui se développe dans un élément conducteur balayant un champ est proportionnelle au flux d'induction balayé et en raison inverse de la durée du balayage.

En représentant par $\Delta\varphi$ et par Δt les valeurs de ces deux grandeurs on peut calculer la valeur absolue de la **f.é.m. induite moyenne** pendant la durée Δt par l'expression suivante valable en unités S.I. et supposant que Δt est toujours un *accroissement* du temps :

$$[e_{moy}] = \frac{[\Delta\varphi]}{\Delta t}. \qquad (1)$$

e en **volts;** $\Delta\varphi$ en **webers;** Δt en **secondes.**

Ainsi pour $\Delta\varphi = 500\ \mu$ Wb, avec $\Delta t = 0{,}001$ s, $[e_{moy}] = 0{,}5$ V.

b) En général, cette valeur moyenne varie pour des durées successives égales parce que la variation du flux n'est pas uniforme. Cela conduit à définir la valeur absolue $[e]$ de la **f.é.m. à l'instant** t, dite aussi **f.é.m. instantanée,** par la limite vers laquelle tend la valeur absolue de $\Delta\varphi/\Delta t$ quand Δt tend vers zéro. Si le flux a été exprimé en fonction de l'époque t on sait que cette limite est alors la *dérivée de ce flux par rapport au temps;* avec des notations connues et les mêmes unités que précédemment on a donc :

$$[e] = [\varphi'_t] = \left[\frac{d\varphi}{dt}\right]. \qquad (1')$$

Par exemple si l'on sait que $\varphi = \varphi_0 + at$ ou φ_0 et a sont des constantes on a $[e] = [a]$; la f.é.m. est invariable au cours du temps. Cela, bien entendu, ne peut physiquement se produire que pendant une durée limitée.

c) Soient l la longueur de l'élément AB, $\mathscr{B}_n$ la valeur de la composante de $\mathscr{B}$ normale au plan AB A′B′. Pour un déplacement dx le flux balayé est $d\varphi = \mathscr{B}_n . l . dx$ et s'il s'est fait dans la durée dt, on a en remarquant que dx/dt est la vitesse v du déplacement :

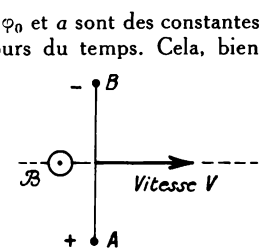


FIG. 7.

$$[e] = \mathscr{B}_n . l . v.$$

e en **volts;** B_n en **teslas;** l en **mètres;** v en **mètres par seconde.**

Cette relation présente de l'intérêt pour calculer la f.é.m. d'une machine tournante.

Par exemple, si un conducteur rectiligne (fig. 7), de longueur $l = 20$ cm, se déplace perpendiculairement à un champ d'induction $\mathscr{B} = 1$ T, à la vitesse de 2 m s, dans l'air, on a :

$$e = 0{,}2 \times 2 \times 1 = 0{,}4 \text{ V}.$$

5. Production d'une force électromotrice continue. Disque de Faraday.

Reprenons la roue de Barlow, mais supprimons le générateur et remplaçons-le par un galvanomètre (on peut commodément substituer un balai périphérique au contact mercuriel). Quand on fait tourner le disque métallique, le galvanomètre indique un courant induit constant pour une vitesse de rotation constante et qui croît proportionnellement à la vitesse de rotation; il se renverse soit avec le sens de rotation, soit avec le sens du champ. Il est évident que la production de la f.é.m. est localisée dans la partie du disque qui coupe les lignes de champ dans son mouvement soit, en simplifiant, le long du rayon OA. Tel est le principe des générateurs industriels.

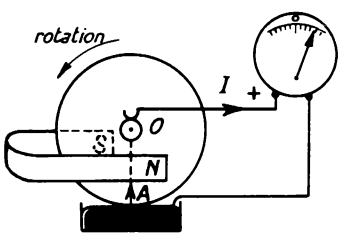


FIG. 8.

C. F.É.M. INDUITE DANS UN CIRCUIT QUELCONQUE

6. Application des lois précédentes.

Si l'on peut localiser les éléments dans lesquels se développe la f.é.m., on applique les règles précédentes ainsi que celles du groupement des générateurs pour déterminer la f.é.m. totale.

Exemple. — Soit une spire rectangulaire ABCD (fig. 9) verticale, placée dans un champ horizontal $\mathscr{B}$ perpendiculaire à son plan.

Premier mode de déplacement : Translation. — On déplace la spire dans le plan de la figure et on demande la f.é.m. induite.

La spire passe de ABCD en A′B′C′D′ (fig. 9 *b*); seuls les brins AB et CD coupent des lignes de champ. La règle des trois doigts montre que les générateurs formés par les deux brins verticaux ont leur pôle + vers A′ et vers C′; ils sont donc en opposition dans le circuit fermé ACDB et, comme leurs f.é.m. sont égales (même flux coupé dans la même durée), la f.é.m. totale est nulle.

Il en serait de même pour tout déplacement d'un circuit quelconque, dans un champ uniforme. On le vérifie en faisant glisser,

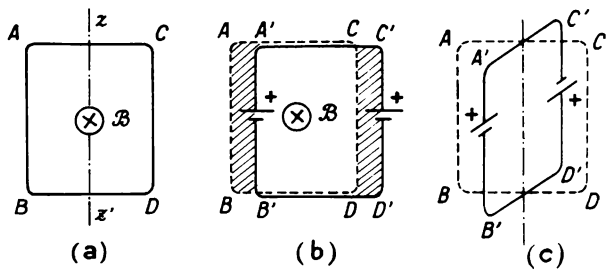


FIG. 9. — *b*) Translation. — *c*) Rotation.

sur une table, dans le champ terrestre, un circuit fait d'un grand nombre de spires et relié à un galvanomètre : il n'y a aucun courant.

Deuxième mode de déplacement : Rotation. — Faisons maintenant tourner la spire autour de l'axe zz' (fig. 9 *c*). Les brins AB et CD décrivent des portions de surfaces cylindriques balayant des flux égaux dans des durées égales; il s'y développe des f.é.m. de même valeur *e*, mais cette fois les polarités sont telles que les f.é.m. sont en série et la f.é.m. totale a la valeur $E = 2e$.

Reprenant le circuit précédent, on constate que toute rotation dans le champ terrestre produit un courant induit.

7. Expression de la f.é.m. induite totale pour un circuit fermé.

a) Il est parfois difficile d'apliquer la méthode précédente et particulièrement quand la f.é.m. est créée par variation du flux inducteur dans un circuit fixe.

On résoud le problème en remplaçant le flux balayé par la variation de flux à travers le circuit, comme nous l'avons déjà fait dans le calcul du travail des forces électromagnétiques. Alors si $\Delta\Phi$ représente la variation du flux à travers le circuit et si Φ est l'expression de ce dernier en fonction du temps on peut, avec les mêmes unités que précédemment, calculer les valeurs absolues de e_{moy} et de la f.é.m. instantanée *e* :

$$[e_{moy}] = \left[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right]; \qquad [e] = \left[\frac{d\Phi}{dt}\right].$$

b) Le sens du courant induit (ou la polarité du générateur) peut être fourni par une *deuxième forme de la loi de Lenz.*

Reprenons en effet l'expérience de la figure 1. Quand on approche l'aimant de la bobine, le flux de son champ à travers la bobine augmente, mais le courant induit crée un champ dirigé vers l'aimant et le flux de ce champ propre s'oppose à celui de l'inducteur. On observe toujours des faits analogues d'où :

Dans un circuit fermé, le sens du courant induit est tel que le flux qu'il produit s'oppose à la variation du flux inducteur.

c) *Il est souvent commode d'utiliser une relation donnant la f.é.m. induite en grandeur et en signe. Il faut pour cela choisir un sens positif arbitraire du courant dans le circuit et compter positivement le flux inducteur si les lignes d'induction du champ correspondant le traversent dans le même sens que celles de son champ propre. On vérifie alors qu'on doit utiliser la relation :*

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Si l'on calcule le courant induit par application de la loi d'Ohm il est alors aussi donné en grandeur et en signe.

8. Calcul de l'intensité du courant induit et de la quantité d'électricité induite.

a) On calcule l'intensité du courant induit en appliquant la loi d'Ohm, compte tenu de la résistance de la partie du circuit dans laquelle se développe la f.é.m. et qui est en réalité la résistance intérieure du générateur.

b) Pour calculer la quantité d'électricité transportée par le courant induit nous admettrons que *ce courant ne change pas de sens au cours de la variation de flux.*

Partageons alors cette dernière en très petites parties $\Delta\Phi$ de durées Δt. Pour l'une d'elles $[e] = [\Delta\Phi] : \Delta t$ et $[i] = [e] : R$ si R est la résistance du circuit; la quantité d'électricité transportée est $[\Delta q] = [i] \cdot \Delta t = [\Delta\Phi] : R$ et pour la variation totale de flux, elle est $[q] = \Sigma\, [\Delta\Phi : R] = (1 : R)\, \Sigma\, \Delta\Phi$. Mais $\Sigma\, \Delta\Phi$ n'est que

la variation totale $(\Phi_2 - \Phi_1)$ que l'on a divisée en petites parties et, en définitive :

$$[q] = \frac{[\Phi_2 - \Phi_1]}{R} = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{\varphi}{R}.$$

q en **coulombs;** $(\Phi_2 - \Phi_1)$ en **webers;** R en **ohms.**

Cette quantité est indépendante de la durée et de la manière dont a évolué le flux.

D. — ORIGINE DE L'ÉNERGIE FOURNIE PAR UN COURANT INDUIT
Courants de Foucault.

9. Cas du déplacement relatif de l'induit et du champ inducteur.

Quand on déplace AB (§ 2), la force électromagnétique f s'oppose au déplacement; il faut alors travailler contre cette force pour déplacer son point d'application dans un sens opposé à sa direction.

Il en est encore de même si l'on considère un circuit plus compliqué. Ainsi, dans la première expérience de ce chapitre le courant dans la bobine crée le long de son axe un champ dirigé vers l'aimant (fig. 10). Le pôle nord de ce dernier est donc soumis à une force f_1, le pôle sud a une force f_2 de sens contraire et plus faible parce que le champ du courant diminue quand on s'éloigne de la bobine, l'aimant a une force $f = f_1 - f_2$ s'opposant encore au déplacement et contre laquelle l'opérateur travaille.

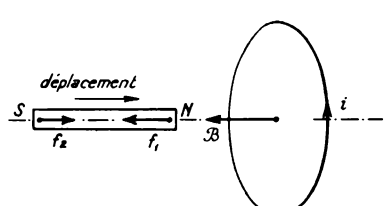


FIG. 10.

L'énergie électrique qu'on retrouve dans le circuit induit, sous ses formes variées, a donc son origine dans le travail mécanique dépensé contre des forces électromagnétiques. Celle que débitent une dynamo, un alternateur, a son origine dans le travail mécanique fourni par le moteur qui les entraîne.

10. Cas de la f.é.m. induite par variation du champ.

Bien entendu, des actions mécaniques s'exercent entre circuit induit et système inducteur, mais, fixes l'un par rapport à l'autre, ce sont seulement les liaisons qui fatiguent, et il faut de fortes surintensités accidentelles pour provoquer des dégâts.

Nous ne pouvons donc penser qu'à une origine possible de l'énergie électrique apparue dans l'induit : elle doit être, en définitive, fournie par le courant inducteur et il en est bien toujours ainsi. Nous retrouverons plus tard, dans l'étude des applications des courants alternatifs, que toute l'énergie fournie par le secondaire d'un transformateur lui a été livrée par l'alternateur qui entretient le courant primaire. Il en est du reste ainsi dans la troisième expérience du premier paragraphe et nous voyons que :

L'induction électromagnétique permet de faire passer de l'énergie d'un circuit dans un autre sans qu'aucun conducteur ne les réunisse, à condition d'utiliser un champ inducteur variable créé par un courant variable.

Cela donne un intérêt considérable aux courants *alternatifs*.

REMARQUE. — Revenons au cas de la f.é.m. induite dans le conducteur AB (fig. 6). L'énergie électrique livrée pendant la durée t a pour valeur $w_e = e \cdot i \cdot t = \varphi i$, puisque $e = \varphi : t$. D'autre part, le travail accompli contre la force f a pour expression $w_m = i\varphi$, d'après la loi du travail des forces électromagnétiques. En rapprochant ces deux expressions on voit que l'énergie électrique débitée est bien égale à l'énergie mécanique dépensée pour la produire.

11. Courants de Foucault.

a) Il arrive souvent qu'une masse métallique et par conséquent conductrice *se déplace* dans un champ magnétique ou *qu'elle se trouve dans un champ variable*. Il s'y développe alors des courants induits appelés *courants de Foucault* qu'il est parfois difficile de localiser mais qui obéissent aux lois générales.

1° S'ils sont produits par déplacement relatif, des forces de freinage s'opposent au mouvement qui leur a donné naissance.

Expérience. — Suspendons un cube de cuivre entre les pôles d'un électro-aimant et tordons le fil de suspension (fig. 11). Le cube abandonné prend un mouvement de rotation rapide. Excitons l'électro-aimant : le cube est instantanément freiné et ne tourne plus qu'avec une extrême lenteur.

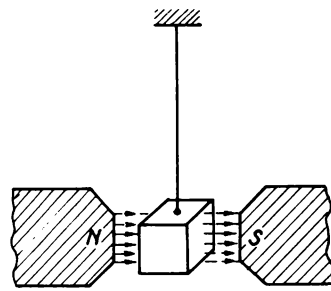


FIG. 11.

Ce procédé de *freinage électromagnétique* est utilisé dans des cas nombreux. Ainsi, dans les compteurs électriques, un disque de cuivre solidaire de la partie tournante se meut entre les branches d'un aimant en U, ce qui provoque un freinage nécessaire au fonctionnement.

2° Si les courants induits sont provoqués dans une pièce métallique fixe, par champ variable, on observe seulement son échauffement.

Expérience. — Dans l'entrefer d'un électro-aimant dont les bobines magnétisantes sont parcourues par un courant alternatif (circulant tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, ce qui renverse le sens de l'aimantation et du champ dans l'entrefer), on place un morceau de cuivre. On constate qu'il s'échauffe.

b) Les courants de Foucault, quand ils ne sont pas employés au freinage, provoquent des pertes qu'il est indispensable de réduire le plus possible.

On y arrive :

1° En feuilletant le métal parallèlement aux lignes d'induction du champ variable ou à celles du champ fixe dans lequel la masse de métal se déplace, et en isolant les lames ainsi formées par un vernis ou des feuilles de papier mince. C'est ainsi que l'induit d'une dynamo est fait de rondelles de tôles empilées, que la carcasse d'un transformateur est feuilletée, etc.

2° En choisissant un matériau moins conducteur pour que les courants induits soient moins intenses. On fait, pour les tôles de carcasses magnétiques, des aciers au silicium qui ont à la fois une grande perméabilité, de faibles pertes par hystérésis et une résistivité plus grande que celle des aciers doux ordinaires.

RÉSUMÉ

A) **Une f.é.m. est induite dans un élément de circuit quand celui-ci, dans son déplacement, coupe des lignes d'induction. Son sens (ou la polarité du générateur ainsi formé) est donné par la règle des trois doigts ou l'une des formes de la loi de Lenz. Sa valeur s'exprime par l'une des relations :**

$$[e_{mov}] = \frac{[\Delta\varphi]}{\Delta t}; \qquad [e] = \frac{[\Delta\varphi]}{\Delta t}; \qquad [e] = lv\mathscr{B}_n.$$

Dans le cas d'un circuit fermé quelconque il est généralement plus commode de faire apparaître la variation du flux à travers le circuit. C'est indispensable s'il s'agit d'induction dans un circuit fixe par un champ variant avec le temps.

B) **Les courants de Foucault sont des courants induits qui prennent naissance dans toute partie métallique placée dans un champ d'induction variable.**

Exercices.

1. *Une bobine* B *de* 100 *spires* (fig. 3) *recouvre un solénoïde de section* 20 cm^2 *comportant* 2 500 Atr/m.
On demande :

a) *La f.é.m. induite dans la bobine* B *à la rupture du courant dans le solénoïde en admettant que cette rupture dure* 1/100 s.

b) *La quantité correspondante d'électricité induite si la bobine reliée à un galvanomètre, forme avec celui-ci un circuit fermé de résistance* 17 Ω.

c) *Ce que deviendraient les deux valeurs précédentes en admettant que la perméabilité relative du milieu, dans les conditions de l'expérience, prenne la valeur* 650. — *Rép. :* 62,5 mV; 37 × 10^{-6} C; 41 V; 0,024 C.

2. *Une roue de Barlow de diamètre* 15 cm *est entraînée à la vitesse de* 350 tr/mn *entre les pièces polaires d'un électro-aimant qui développe un champ d'induction uniforme de* 0,12 T. *Déterminer le courant débité quand on relie ses bornes à un circuit de résistance totale* 0,015 Ω. — *Rép. :* 0,82 A.

3. *Une bobine plate de résistance* $R = 5\,\Omega$ *porte* $N = 2\,000$ *spires de surface moyenne* $S = 4\ dm^2$. *Elle est placée sur une table horizontale et reliée à un galvanomètre de résistance* $g = 135\,\Omega$. *Quelles sont les quantités d'électricité induite dans le circuit :* a) *Quand on fait glisser la bobine sur la table ;* b) *Quand on la renverse face pour face. La composante verticale du champ magnétique terrestre vaut* $4 : 10^5$ T. — *Rép. : a)* 0; *b)* 40 μC.

4. *On admet que dans un circuit fermé de résistance* $50\,\Omega$, *le flux augmente uniformément de* 2 *centièmes de weber par centième de seconde. Quels sont le caractère du courant et la valeur de l'intensité ?* — *Rép. :* Courant constant de 0,04 A.

5. *Une spire circulaire de surface* S *est placée dans un champ d'induction* $\mathscr{B}$ *dont les lignes sont normales au plan de la spire et qui varie avec le temps car on a* $\mathscr{B} = \mathscr{B}_0 \sin 2\pi\, t/T$ *où* $\mathscr{B}_0$ *et* T *sont des constantes. Elle présente une étroite coupure et forme ainsi un générateur dont on demande de calculer la f.é.m. à l'époque t. (On remarquera que, dans ces conditions, le générateur est en circuit ouvert).* — *Rép. :* $e = -\mathscr{B}_0 S \times \dfrac{2\pi}{T} \cos \dfrac{2\pi}{T}\, t.$

CHAPITRE XXIV

AUTO-INDUCTION

Hypothèse préliminaire importante. — Nous admettrons d'abord, pour définir le flux d'auto-induction et l'inductance d'un circuit, que celui-ci développe ses lignes de champ dans un milieu de perméabilité constante. Nous verrons ensuite ce qu'il advient si le milieu est ferromagnétique.

A. — INDUCTANCE D'UN CIRCUIT

1. Flux d'auto-induction et inductance.

a) Considérons un circuit formé d'abord, pour simplifier, par une spire plane. Quand cette spire est le siège d'un courant d'intensité I, elle se trouve baignée par son propre champ magnétique et, en conséquence, par le champ d'induction qu'il développe. Les lignes d'induction, comme les lignes du champ magnétique, sortent par la face nord de la spire (fig. 1) et l'on peut définir un flux propre à travers la surface plane de la spire; on l'appelle *flux d'auto-induction* (ou souvent encore de self-induction, du mot anglais « self » qui signifie soi-même).

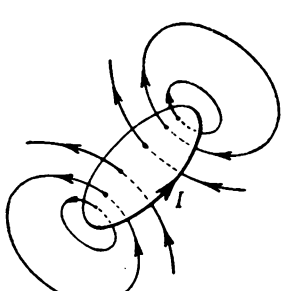


FIG. 1.

Il est possible de généraliser et de considérer, de manière analogue, le

flux d'auto-induction d'un circuit quelconque ou d'une partie de circuit, par exemple d'une bobine, qu'il suffit de supposer seule en circuit.

b) Ce flux dépend nécessairement de la forme du circuit et de la nature du milieu dans lequel il est placé puisque c'est un flux d'induction et que, pour un même champ, le vecteur induction dépend du milieu dans lequel ce champ règne; mais dans le cas simple où nous nous sommes placés (perméabilité constante), l'induction double en chaque point avec le champ et par conséquent avec l'intensité du courant qui crée le champ magnétisant. Il en résulte que le flux d'auto-induction que nous représenterons par Φ_a est proportionnel à l'intensité du courant et nous pourrons poser $\Phi_a = \mathcal{L} \cdot I$. On définit ainsi une grandeur $\mathcal{L} = \Phi_a : I$, qu'on appelle *inductance* du circuit (ou encore coefficient de self-induction).

Cette dernière relation $\mathcal{L} = \Phi_a : I$ permet de définir l'unité d'inductance car $\mathcal{L} = 1$ si $\Phi_a = 1$ pour $I = 1$; d'où la définition :

Unité d'inductance : henry

On appelle henry (abréviation : H) l'inductance d'un circuit traversé par un flux d'auto-induction d'un weber quand il est parcouru par un courant d'un ampère.

On peut donc écrire, avec ces unités :

$$\Phi_a = \mathcal{L} \times I, \text{ ou } \mathcal{L} = \frac{\Phi_a}{I}.$$

Φ_a en **webers** ; I en **ampères** ; $\mathcal{L}$ en **henrys.**

Exemple. — Si le flux d'auto-induction d'une bobine est 0,15 Wb quand elle est traversée par un courant valant 0,5 A, son inductance a pour valeur :

$$\mathcal{L} = \frac{0{,}15}{0{,}5} = 0{,}3 \text{ H.}$$

2. Influence de la forme du circuit.

La topographie du champ d'un courant dépendant essentiellement de la forme du circuit, le flux d'auto-induction dépend avant tout

de celle-ci. Par exemple, si l'on dispose d'une certaine longueur d'un fil isolé à l'émail, on peut le replier en forme d'U à branches rapprochées (fig. 2) ou l'enrouler pour en faire une bobine plate; l'inductance croît quand on passe de la première à la deuxième forme.

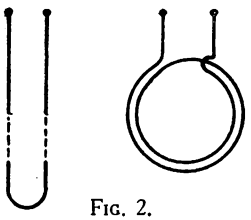


FIG. 2.

Si, en particulier, le fil est replié de manière que les deux brins soient jointifs (ils sont électriquement isolés par leur couche d'émail ou leur guipage), l'inductance est pratiquement nulle parce que la surface qu'ils entourent l'est elle-même. Ce dispositif est employé quand on veut confectionner des bobines de résistance, parfois faites d'un fil de grande longueur, d'inductance sensiblement nulle; on replie le fil sur lui-même avant de l'enrouler.

3. Influence du milieu.

a) D'après la définition même de l'inductance d'un circuit, cette grandeur est proportionnelle à la perméabilité magnétique du milieu puisqu'on devra dans le calcul de Φ_a (nécessaire pour calculer $\mathcal{L} = \Phi_a : I$), tenir compte de l'induction $\mathcal{B}$ proportionnelle à $\mathcal{H}$. Il est néanmoins nécessaire de le bien marquer et nous retiendrons que :

L'inductance d'un circuit est proportionnelle à la perméabilité du milieu dans lequel il développe ses lignes de champ.

b) Pratiquement, toutes les substances (exception faite des substances ferromagnétiques) ayant sensiblement même perméabilité que le vide, on peut dire que l'inductance d'un circuit dépend uniquement de sa forme.

4. Principe du calcul d'une inductance.

Si le circuit est de forme simple, on calcule le flux Φ_a qui le traverse quand il est parcouru par le courant I et l'on en déduit :

$$\mathcal{L} = \Phi_a : I.$$

C'est ce qu'on fait aisément pour une bobine torique, pour un solénoïde. Dans d'autres cas, spire circulaire, cadre rectangulaire, le calcul, beaucoup plus compliqué, a été fait une fois pour toutes et

des formules permettent d'obtenir l'inductance pour des dimensions données.

Exemple. — Calculer l'inductance d'une bobine enroulée sur un tore de section droite s, dont la longueur de la fibre moyenne est l et fait d'une substance de perméabilité magnétique μ. La bobine a N spires, uniformément réparties sur le tore.

Le flux d'induction à travers chacune des spires est le même que celui à travers la section droite du tore, soit :

$$\Phi_1 = s \times \mathcal{B} = s \times \mu \frac{NI}{l}.$$

Celui Φ_a à travers l'enroulement est donc :

$$\Phi_a = N\Phi_1 = \mu \frac{s\,N^2}{l} I,$$

d'où :

$$\mathcal{L} = \mu \frac{s\,N^2}{l}.$$

Supposons N = 500, une section droite circulaire de 2 cm de diamètre, une longueur de la ligne d'induction moyenne de 0,2 m et prenons $4\pi = 100 : 8$.

Si l'enroulement est fait sur une substance non magnétique, $\mu = \mu_0 = 4\pi : 10^7 = 1 : 8 \times 10^5$ et l'on trouve :

$$\mathcal{L} = 0{,}5 \text{ mH}.$$

Si la substance est magnétique, de perméabilité relative $\mu_r = \mu : \mu_0 = 50$, l'inductance est cinquante fois plus grande et vaut alors $50 \times 0{,}5 = 25$ mH.

5. Étalons d'inductance.

Certains laboratoires ont besoin d'inductances étalonnées. Ce sont de véritables bobines, exemptes de substances ferromagnétiques, de forme invariable, et sur lesquelles on a marqué la valeur de l'inductance, par exemple 1 H.

6. Cas des circuits bobinés sur noyaux ferromagnétiques.

Nous avons vu (XXI, 3) que la perméabilité d'une substance ferromagnétique varie avec le champ magnétisant. Dans ces

conditions, il n'y a plus proportionnalité du flux d'auto-induction à l'intensité du courant, mais comme à chaque valeur de cette intensité I correspond une valeur du flux Φ_a, on peut continuer à définir une inductance $\mathcal{L}$ par le rapport Φ_a : I. Bref, on conserve la relation $\mathcal{L} = \Phi_a$: I, mais la valeur de $\mathcal{L}$ varie avec l'intensité I du courant et, si on veut la calculer, il faut d'abord calculer Φ_a pour telle valeur donnée du courant magnétisant; les courbes de magnétisme le permettent.

Telle *bobine d'inductance* (encore appelée self) enroulée sur du fer et vendue par un constructeur comme ayant une inductance de 10 H, n'a l'inductance annoncée que dans des conditions d'emploi déterminées, par exemple quand l'intensité du courant qui la traverse est de 100 mA. Avec des charges différentes, l'inductance peut avoir des valeurs entièrement différentes et cela ne doit pas être oublié.

L'hystérésis magnétique vient encore compliquer les choses et l'on retrouve, comme toujours, l'intérêt qu'il y aurait à disposer de substances de grande perméabilité indépendante du champ magnétisant et dénuées d'hystérésis.

Actuellement, on emploie, dans l'appareillage haute fréquence de T.S.F., des circuits d'accord bobinés sur des noyaux de fer pur finement pulvérisé, puis aggloméré sous pression avec un liant isolant; *la perméabilité magnétique de ces substances est à peu près constante* et les pertes par hystérésis sont négligeables. On obtient ainsi des inductances dont la valeur est indépendante de l'intensité du courant. De plus, comme la perméabilité est cinquante fois plus grande environ que celle de l'air ou des substances ordinaires, on obtient la même inductance avec une moins grande longueur de fil bobiné; les enroulements ont ainsi une résistance électrique moins grande et c'est un avantage important.

B. — RÉGIMES TRANSITOIRES

7. Conséquences de l'inductance en régimes transitoires.

Considérons un circuit dans lequel un courant I_1 est établi et supposons qu'une cause quelconque fasse varier l'intensité du courant, manœuvre d'un rhéostat par exemple.

Si le courant croît, le flux d'inductance croît et, suivant la loi géné-

rale de l'induction électromagnétique, une f. é. m. dite alors d'auto-induction se développe et s'oppose à l'accroissement du courant qui l'a provoquée; elle s'oppose donc à la tension aux bornes du circuit considéré, ou à la f. é. m. du générateur inséré dans le circuit, comme le ferait la f. c. é. m. d'un récepteur. De toute façon, au bout d'un temps plus ou moins long, le nouveau régime sera pratiquement établi, l'intensité I_2 du courant ainsi que le flux d'inductance à travers le circuit auront atteint leurs nouvelles valeurs et il n'y aura plus de f. é. m. d'inductance; celle-ci doit donc s'affaiblir progressivement jusqu'à devenir pratiquement nulle.

Si la cause initiale provoque une diminution du courant, insertion par exemple d'une résistance supplémentaire dans le circuit, il y a

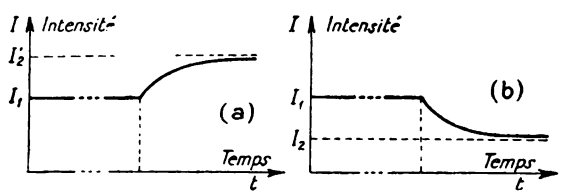


FIG. 3. — *a*. L'intensité croît. — *b*. L'intensité diminue.

encore f. é. m. d'induction s'opposant à la cause qui lui a donné naissance; elle joue cette fois le rôle de la f. é. m. d'un générateur en série avec celui du circuit. Comme dans le cas précédent, elle disparaît graduellement.

Bref, dans les deux cas, le nouveau courant ne s'établit que graduellement et c'est ce que représentent les deux parties de la figure 3, sur laquelle on a porté les valeurs de l'intensité du courant en ordonnées et les époques en abscisses. Il en est toujours de même, d'où la loi :

LOI. — **L'auto-induction s'oppose toujours aux variations instantanées de courant.**

Il y a là quelque chose d'analogue à l'inertie en dynamique : un volant, par exemple, s'oppose aux variations instantanées de la vitesse de rotation d'un arbre.

Les régimes variables qui séparent ainsi les régimes permanents sont appelés *régimes transitoires ;* leur durée pratique dépend essentiellement de l'inductance du circuit et croît avec elle.

8. Cas d'un circuit sans dérivations.

Considérons le cas très simple d'un circuit sans bifurcations, de résistance totale R contenant un générateur de f. é. m. E; l'intensité du courant de régime permanent est $I = E : R$.

Fermeture du circuit. — A l'instant où l'on ferme l'interrupteur, l'intensité est nulle et, pendant le régime transitoire, elle atteint la valeur I, d'autant plus lentement que l'inductance du circuit est plus grande. On peut le vérifier de la manière suivante :

Expérience. — Le montage de la figure 4 permet, en fermant

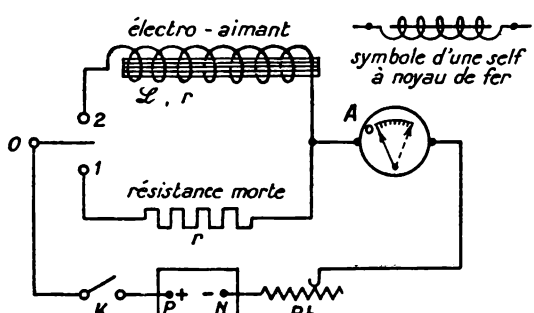


FIG. 4.

l'interrupteur à couteau K, d'alimenter par une batterie d'accumulateurs, soit le circuit 1 d'inductance négligeable, soit le circuit 2 d'inductance $\mathcal{L}$ notable (circuit d'électro-aimant, circuit de transformateur...) mais de même résistance que le premier circuit. Un ampèremètre peu amorti est installé sur la partie commune des deux circuits, et le régime permanent est réglé de manière que l'aiguille se place vers la fin de la graduation, 4 A par exemple pour un ampèremètre gradué de 0 à 5 A. Si l'on ferme sur 1, l'aiguille va brutalement frapper sa butée puis se fixer; si l'on ferme sur 2, elle atteint lentement sa position de régime.

On peut remplacer l'ampèremètre par une lampe qui prend moins rapidement son éclat de régime quand on ferme le circuit sur l'électro-aimant.

La figure 5 traduit les régimes transitoires dans les deux cas. Pendant la période d'établissement, la f. é. m. d'induction e_a ne dépasse pas la f. é. m. E insérée dans le circuit puisque sa plus grande valeur, quand commence le régime transitoire, a justement la valeur E. En effet, au début, alors que l'intensité du courant est encore nulle, on doit avoir, en appliquant la loi d'Ohm :

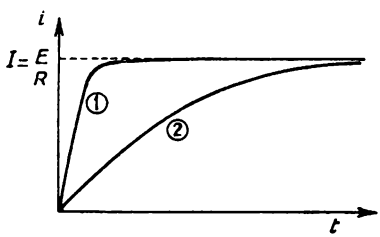


FIG. 5.

$E - e_a = R \times 0 \quad 0,$

d'où $e_a = E$. Ensuite, elle s'affaiblit jusqu'à s'annuler. Il n'y a donc, dans ce cas, ni surtension, ni surintensité.

Rupture du circuit. — Observons ce qui se passe quand on coupe le circuit.

Expérience. — Si l'on coupe 2, un arc plus ou moins brillant s'établit entre les lames de l'interrupteur qui se quittent. Si l'on coupe 1, il n'y a pratiquement aucune étincelle. Dans les deux cas, l'intensité tombe de I à zéro, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de surintensité.

Plaçons maintenant, en dérivation sur les bornes de l'interrupteur ou bien entre O et N, un voltmètre robuste, tel qu'un appareil à fer doux (mais jamais un thermique). En coupant 1, l'aiguille du voltmètre ne bouge pas ou tombe de V à zéro. En coupant 2, on observe momentanément une déviation qui montre que la tension a augmenté aux bornes du voltmètre, et l'on dit qu'il y a eu *surtension*. Cette surtension peut atteindre des valeurs capables de « griller » le voltmètre; elle peut également être dangereuse pour un opérateur qui toucherait, au moment de la rupture du circuit, directement ou indirectement, les bornes de la bobine.

La surtension qui se produit pendant que le courant disparaît, c'est-à-dire pendant que la résistance électrique entre les bornes

de l'interrupteur passe de la valeur zéro à l'infini, est d'autant plus grande que la rupture est plus rapide et qu'on coupe une intensité plus forte. Il faut donc, pour l'atténuer dans le cas de très grosses intensités, couper progressivement en insérant des résistances croissantes entre les bornes de l'interrupteur.

Pour avoir une idée de ce qui se passe, supposons $E = 8$ V, $R = 2\ \Omega$, ce qui donne $I = 8 : 2 = 4$ A. Admettons que la coupure se fasse en remplaçant d'abord la résistance nulle de l'interrupteur par une résistance $R' = 8\ \Omega$; l'intensité dans le nouveau régime permanent aura la valeur $I' = 8 : (2 + 8) = 8 : 10 = 0{,}8$ A. A l'instant où R' entre en jeu, l'auto-induction doit avoir une valeur de départ assurant à l'intensité la valeur I et, en la représentant par e_a, la loi d'Ohm fournit l'équation $E + e_a = (R + R')\,I$, soit $e_a = R'I$ puisque $E = RI$. Avec les valeurs choisies, $e_a = 8 \times 4 = 32$ V.

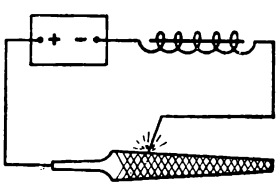


FIG. 6.

Cette f. é. m. d'auto-induction, qui s'ajoute à la f. é. m. du générateur du circuit, est donc proportionnelle à l'intensité qu'on doit couper et à la résistance R'. Elle deviendrait 400 V si l'on prenait, au lieu de $R' = 8\ \Omega$, une résistance $R'' = 100\ \Omega$, d'où la nécessité de couper par sauts successifs en laissant pratiquement chaque fois, à la surtension, le temps de s'annuler, et ce temps est d'autant plus grand que l'inductance du circuit est plus forte. Cela explique l'emploi de certains appareillages de coupure.

Usage de l'étincelle de rupture. — On l'utilise dans les allumoirs électriques dont la figure 6 fait comprendre le montage. On obtient un jet d'étincelles particulièrement brillantes en déplaçant la pointe de contact sur une lime.

Atténuation de l'étincelle de rupture. — Elle provoque des dégâts aux lames des interrupteurs (et l'on trouve des phénomènes analogues entre balais et lames de collecteur dans les dynamos et les moteurs à courant continu); pour atténuer l'étincelle, on peut placer un condensateur en dérivation sur les bornes de l'interrupteur; on peut également employer une résistance dite résistance de décharge et montée comme l'indique la figure 7. A la coupure,

l'interrupteur qui couvrait les plots *a* et *b* couvre d'abord *c* qui met la résistance de décharge $R_{dé}$ en circuit avec l'inductance, puis quitte *a*, ce qui coupe de la source.

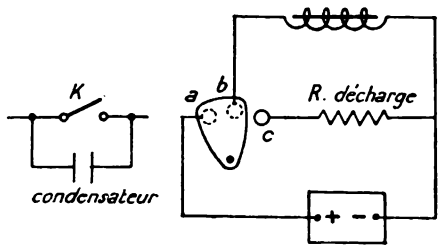


FIG. 7.

9. Cas général. Circuit quelconque.

a) Les choses se compliquent quand un circuit contient des dérivations parce que les f. é. m. d'inductance qui se produisent dans une partie du circuit peuvent provoquer des surtensions momentanées dans telles autres parties et, en conséquence, des surintensités.

Expérience. — Réunissons 1 et 2 de la figure 4 et remplaçons la résistance morte par une lampe à incandescence; réglons Rh de manière que la lampe brille un peu moins qu'en régime normal (fig. 8). Quand on ferme ou quand on ouvre K, la lampe, momentanément, brille davantage, ce qui indique, dans la branche du circuit qui la contient, une surintensité momentanée nécessairement due à une surtension.

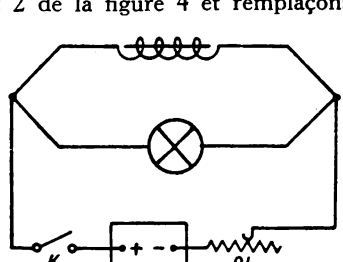


FIG. 8.

b) Sur les réseaux de distribution à tension constante, les variations de l'intensité, consécutives aux variations de la puissance demandée par les abonnés, n'entraînent généralement pas de phénomènes d'auto-induction importants. Mais de fortes variations accidentelles, comme celles provoquées par un

court-circuit, peuvent avoir de grosses répercussions qu'il est intéressant de ne pas laisser passer sans les enregistrer.

Pour cela des appareils appelés *oscillographes enregistreurs* sont disposés en certains points du réseau et sont capables d'inscrire, sur un film photographique, soit les variations d'intensité dans un circuit, soit les variations de tension entre deux points, deux fils de ligne par exemple. Ils ne sont pas en service de manière permanente, mais établis de façon qu'ils se mettent à peu près instantanément en position de travail dès qu'un phénomène de surintensité ou de surtension commence à se produire. Automatiquement, ils reprennent leur position de repos quand le régime transitoire qu'ils ont enregistré est terminé.

C. — ÉNERGIE MAGNÉTIQUE D'UN COURANT

Quand on établit un courant dans un circuit, ce courant développe le champ propre du circuit et crée, par conséquent, un état spécial de l'espace dans lequel règne ce champ, développant l'aimantation des substances qui s'y trouvent. On peut se demander si cela ne nécessite aucune dépense d'énergie, si cela ne coûte rien et, de plus, ce qu'on retrouve quand le courant disparaît.

10. Existence de l'énergie magnétique d'un courant.

Considérons encore le cas d'un circuit simple, sans bifurcations, de résistance R, avec un générateur de f. é. m. E. Soit $\mathcal{L}$ son inductance, que nous supposons invariable.

Pendant la période d'établissement l'intensité du courant passe de la valeur zéro à la valeur $I = E : R$. A une certaine époque du régime transitoire, si l'on désigne par e_a la f. é. m. d'inductance qui *s'oppose* à E (nous l'avons vu), la loi d'Ohm s'écrit :

$$E - e_a = Ri, \text{ soit } E = Ri + e_a.$$

Si l'on considère une très petite durée Δt « à cheval » sur l'époque t (1), au cours de laquelle on peut admettre que i demeure

(1) $\frac{\Delta t}{2}$ avant l'époque t, $\frac{\Delta t}{2}$ après; Δ est une lettre grecque qui se lit « delta », équivalente à notre D initiale du mot « différence »; ici différence entre deux époques $t_1 = t - \frac{\Delta t}{2}$ et $t_2 = t + \frac{\Delta t}{2}$, $t_2 - t_1 = \Delta t$.

pratiquement invariable, il est facile de faire apparaître l'énergie $Ei \times \Delta t$ fournie par la source; il suffit pour cela de multiplier tous les termes de la dernière relation par $i \times \Delta t$ et l'on obtient :

$$Ei \times \Delta t = Ri^2 \times \Delta t + e_a i \times \Delta t.$$

Ce bilan montre que la source a fourni l'effet Joule $Ri^2 \times \Delta t$, ce qui est bien évident, mais aussi une quantité d'énergie $e_a i \times \Delta t$ analogue à celle que recevrait un récepteur de f. c. é. m. e_a qui transformerait de l'énergie électrique en énergie d'une autre espèce, mécanique ou chimique, alors que le circuit considéré ne renferme ni moteur ni cuve à électrolyse. Comme cela peut se répéter pour toutes les petites durées analogues à Δt successives dont la somme forme la durée d'établissement du courant, au total, le générateur a fourni plus qu'on ne retrouve en chaleur dans le circuit considéré. *Cette énergie supplémentaire a justement servi à créer l'état spécial* dans lequel se trouve maintenant l'espace environnant et qui se traduit par l'existence du champ du circuit. D'une manière analogue, on dépense du travail pour tendre un ressort.

C'est cette énergie qu'on appelle *énergie magnétique du courant.*

On démontrerait, de manière analogue, qu'on retrouve cette énergie dans le circuit, et, dans le cas simple que nous avons considéré sous forme d'effet Joule, quand le champ magnétique disparaît. De la même manière, on récupère l'énergie emmagasinée dans un ressort quand il se détend.

11. Valeur de l'énergie magnétique d'un courant.

a) Il en est de même quelle que soit la complexité du circuit, et si l'on calcule l'énergie magnétique du courant que nous représenterons par W_{ch}, on trouve qu'elle dépend essentiellement de l'inductance $\mathcal{L}$ et de l'intensité I. Elle a pour valeur :

$$W_{ch} = \frac{1}{2} \mathcal{L} I^2.$$

W_{ch} en **joules ;** $\mathcal{L}$ en **henrys ;** I en **ampères.**

Si par exemple :

$\mathcal{L} = 0{,}5$ H, avec I = 10 A, $W_{ch} = (1/2) \times 0{,}5 \times 10^2 = 25$ J.

Autrement dit, l'installation du champ dans l'espace nécessite 25 joules.

b) Pour l'obtenir, le procédé que nous allons employer présente

de l'intérêt. Il faut calculer les termes $e_a i \times \Delta t$ pour toutes les durées successives Δt avec les valeurs e_a et i correspondantes, et cela peut paraître fort difficile, mais une méthode graphique va nous conduire aisément au résultat.

La f. é. m. d'inductance e_a suit la loi générale quantitative de l'induction; si donc φ_2 et φ_1 sont les flux d'induction magnétique qui traversent le circuit aux époques t_2 et t_1, elle a pour valeur $e_a = (\varphi_2 - \varphi_1) : (t_2 - t_1) = \Delta\varphi : \Delta t$ en représentant par $\Delta\varphi$ la variation du flux et par Δt sa durée. Mais comme $\varphi_2 = \mathcal{L} i_2$ et $\varphi_1 = \mathcal{L} i_1$, i_2 et i_1 étant les valeurs de l'intensité du courant aux époques t_2 et t_1, il en résulte $\Delta\varphi = \mathcal{L}(i_2 - i_1) = \mathcal{L}.\Delta i$ avec une notation analogue pour représenter la petite variation $i_2 - i_1$. Finalement $e_a i\ \Delta t = (\mathcal{L}\ \Delta i : \Delta t).i.\Delta t = \mathcal{L} i.\Delta i = \varphi.\Delta i$. Pour obtenir l'énergie que nous désirons calculer, il faut donc faire la somme des quantités analogues à $\varphi.\Delta i$.

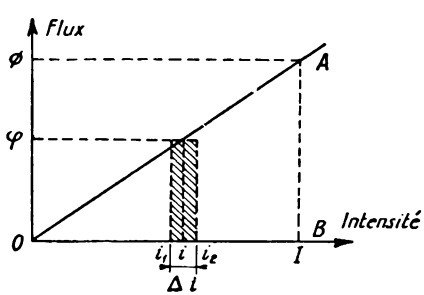


FIG. 9.

quand, l'intensité du courant passant de 0 à I, le flux passe de 0 à $\Phi = \mathcal{L}\mathrm{I}$.

Pour cela, représentons, avec des échelles quelconques le flux φ en fonction de l'intensité i. Puisqu'il est de la forme $\varphi = \mathcal{L} i$, *où* $\mathcal{L}$ *est une constante*, il est proportionnel à l'intensité et la courbe qui Le représente est une droite passant par l'origine (fig. 9). Sur ce graphique, l'aire du petit rectangle de hauteur φ, de largeur (Δi) figure le terme $\varphi\ (\Delta i)$ et l'aire du triangle OAB vaut $\frac{1}{2}$ OB $\times$ AB soit $\frac{1}{2}\mathrm{I}.\ \mathcal{L}\,\mathrm{I} = \frac{1}{2}\mathcal{L}\,\mathrm{I}^2$.

RÉSUMÉ

Un circuit parcouru par un courant engendre à travers ses propres spires un flux appelé flux d'auto-induction :

$$\Phi_a = \mathcal{L}I.$$

$\mathcal{L}$ est appelé inductance du circuit ; l'unité pratique est le henry. L'inductance d'une bobine dépend de ses dimensions et de la nature du milieu.

L'inductance (ou self) d'un circuit peut causer une surtension lors de la rupture d'un courant. On atténue ses effets à l'aide d'un condensateur ou d'une résistance de décharge.

Le champ créé par un courant est une réserve d'énergie dite énergie magnétique du courant. Elle a pour valeur :

$$W_{ch} = \frac{1}{2}\mathcal{L}I^2.$$

Exercices.

1. *Un solénoïde est bobiné sur un cylindre de carton de diamètre* 6 cm *et de longueur* 25 cm *à raison de* 1 200 *spires par mètre. Déterminer l'inductance du solénoïde.*

Rép. : 1,28 mH.

2. *Calculer l'inductance d'un enroulement fait sur un tore de section circulaire de* 2 cm *de rayon ayant une ligne d'induction moyenne de* 50 cm *de longueur et portant* 500 *spires dans les deux cas suivants :*

a) *la substance du tore n'est pas magnétique ;*

b) *le tore est en fer doux dont la courbe de magnétisme est représentée chapitre XXI, figure* 2, *et l'intensité dans l'enroulement est* 0,9 A.

Rép. : 0,79 mH; 1 H.

3. *Déterminer l'énergie du champ de l'enroulement précédent, sans ou avec noyau de fer, pour un courant d'intensité* 0,9 A.

Rép. : 0,32 : 10^3 J; 0,4 J.

CHAPITRE XXV

CONDENSATEURS

A. — CAPACITÉ

1. Principe.

Deux conducteurs séparés par un diélectrique, air, verre, mica, papier paraffiné, forment un *condensateur*, dont les deux conducteurs sont les *armatures*. Le plus souvent les deux conducteurs sont deux lames, planes par exemple, parallèles (fig. 1).

2. Charge et décharge d'un condensateur.

a) *Expérience.* — Installons en série une source, un interrupteur (fig. 2), un condensateur, un galvanomètre. Quand on ferme l'in-

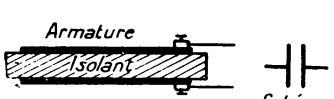


FIG. 1.

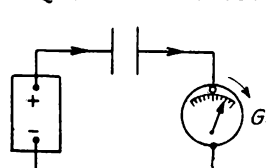


FIG. 2.

terrupteur, on constate une déviation du galvanomètre puis le spot revient au zéro, ce qui n'est pas pour nous surprendre puisque le condensateur forme une coupure dans le circuit. Le phénomène

nouveau, c'est justement ce courant de faible durée. Quelle que soit la place du galvanomètre dans le circuit, on constate que ce courant appelé *courant de charge du condensateur* va du pôle positif du générateur vers le condensateur, et ce dernier, après l'opération, se trouve dans un état nouveau : on dit qu'il est *chargé*. Les armatures ne sont plus identiques : éloignées l'une de l'autre, elles ne se comportent pas de la même manière, elles sont *électrisées*, positivement ou négativement, selon qu'elles ont été mises en contact, directement ou indirectement, avec le pôle positif ou avec le pôle négatif du générateur.

Nous avons déjà vu (chap. IV) que le courant correspond à un déplacement de négatons; l'une des armatures, celle qui est chargée négativement, en porte un excès tandis que l'autre en a perdu la même quantité. Face à face, les armatures s'attirent, ce que nous savions déjà.

b) *Expérience.* — Le condensateur étant chargé, retirons la source, remplaçons-la par un conducteur puis fermons l'interrupteur (fig. 3). Le galvanomètre dévie en sens opposé puis se fixe à nouveau au zéro et le condensateur se retrouve dans son état initial.

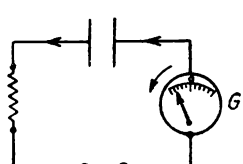


FIG. 3.

Le condensateur chargé joue donc momentanément le rôle d'un générateur dont le pôle positif est celui qui a été relié au pôle positif de la source pendant la charge, et le deuxième courant s'appelle *courant de décharge*. Ce courant, comme le courant de charge, a d'ailleurs toutes les propriétés du courant habituel : son passage dans un conducteur dégage de la chaleur, il crée un champ magnétique, il peut produire des phénomènes d'électrolyse, etc. Bref, le condensateur chargé tient de l'énergie électrique en réserve.

Cette énergie a nécessairement été fournie par le générateur et l'on est conduit à admettre que le condensateur se comporte, pendant la charge, comme un récepteur ayant une certaine force contre-électromotrice qui croît avec la charge, si bien qu'elle finit par équilibrer la f. é. m. de la source de charge ou la tension appliquée à ses bornes. Pendant la décharge, il se comporte comme un générateur dont la f. é. m. s'affaiblit progressivement et finit par s'annuler. Mais le courant est uniquement dû à la perte, par l'armature qui

en avait en excès, des négatons qui se portent sur l'autre armature par le circuit réunissant les bornes; en conséquence il n'y a pas de courant, au sens habituel du mot, dans le *diélectrique* et pas de pertes par effet Joule correspondantes.

Un condensateur chargé devrait le rester indéfiniment si l'on ne réunit pas ses bornes par un circuit; en fait il se décharge spontanément, plus ou moins rapidement, à travers son propre isolant qui présente toujours une certaine conductibilité.

3. Galvanomètre balistique. Relation entre charge et tension aux bornes d'un condensateur; capacité.

a) Un galvanomètre à cadre mobile peut servir à comparer des quantités d'électricité à condition que celles-ci le traversent, en un temps court par rapport à la durée des oscillations du cadre. On dit alors qu'il fonctionne en galvanomètre balistique et, dans ces conditions :

La valeur maximale de la première élongation de son cadre est proportionnelle à la quantité d'électricité ayant traversé son circuit.

b) Alors, utilisant une batterie de piles ou d'accumulateurs chargeons un condensateur sous une tension U puis, sous une tension 2 U : la charge double avec la tension. Ainsi :

La charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension entre ses bornes.

Cette loi se traduit par la relation $Q = C.\ U$ et la constante C qui caractérise le condensateur est appelée **capacité.** On en déduit $C = Q : U$ d'où la définition :

La capacité d'un condensateur est le rapport constant de sa charge à la tension entre ses bornes.

b) Enfin, comme $C = 1$ si $Q = 1$ pour $U = 1$, on définit l'unité de capacité du système M.K.S.A. :

L'unité de capacité appelée farad (abréviation : F) est la capacité d'un condensateur qui prend une charge d'un coulomb sous une différence de potentiel d'un volt.

On a donc en définitive :

$$Q = C.V.$$

Q en **coulombs;** U en **volts;** C en **farads.**

Le farad étant une unité très grande par rapport à la capacité des condensateurs usuels, on exprime généralement leur capacité en microfarads soit en millionièmes de farads ($1\ \mu F = \frac{1}{10^6}\ F$). Mais si l'on utilise les coulombs et les volts on devra, bien entendu, convertir les microfarads en farads.

4. Influence de la forme du condensateur et de la nature du diélectrique.

a) Nous supposerons le cas simple de deux conducteurs ayant des faces parallèles de même aire S séparées par une épaisseur de diélectrique *e* petite par rapport aux dimensions de S. Dans ces conditions, la capacité ne dépend que de S, de la distance *e* des faces en regard, de la nature du diélectrique. Ni la nature ni la masse du métal des armatures n'interviennent, si bien qu'on peut former ces dernières de lames aussi minces que possibles : feuilles d'étain, d'aluminium et, dans certains cas, dépôt métallique sur du mica par exemple.

Si les faces en regard sont planes, on établit que la capacité est donnée par la formule :

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}.$$

C en **farads;** S en **mètres carrés;** *e* en **mètres;** ε en **u.S.I.**

$$\varepsilon = \varepsilon_r\, \varepsilon_0; \qquad \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9}.$$

La permittivité relative ε_r de l'isolant vaut 1 pour le vide (ou pour l'air), 5 pour le mica, 2,5 pour le papier paraffiné, etc.

On augmente donc la capacité d'un tel condensateur dit *condensateur plan*, soit en augmentant S, soit en diminuant *e*, soit en choisissant un diélectrique de permittivité relative plus grande.

b) La même formule est encore applicable pour des formes différentes si les deux faces ont sensiblement la même aire, avec une faible épaisseur de diélectrique; par exemple si les armatures ont des faces cylindriques de même axe, de rayons peu différents.

5. Énergie d'un condensateur chargé.

Pendant la charge, le condensateur est un véritable récepteur. Proposons-nous de calculer l'énergie qu'il tient en réserve quand il porte la charge Q sous la tension U.

Remarquons d'abord que la relation $U = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot Q$ montre que la tension est représentée en fonction de la charge par une droite passant par l'origine (U proportionnelle à Q). Quand, au cours de la charge, celle-ci passe de la valeur $q - \frac{\Delta q}{2}$ à $q + \frac{\Delta q}{2}$ sous la tension sensiblement constante u, le condensateur reçoit une quantité d'énergie $\Delta W = u \cdot \Delta q$, d'après la relation fondamentale du chapitre V, § 5. Sur la figure 4, cette énergie est représentée par l'aire du rectangle couvert de hachures, et, quand le condensateur a pris la charge Q, l'énergie qu'il tient en réserve est représentée par la somme des aires analogues à celle du petit rectangle précédent, c'est-à-dire par l'aire du triangle OAB. On a donc $W = \frac{1}{2} QU$, qu'on peut écrire sous deux autres formes équivalentes puisque $Q = CU$. Bref :

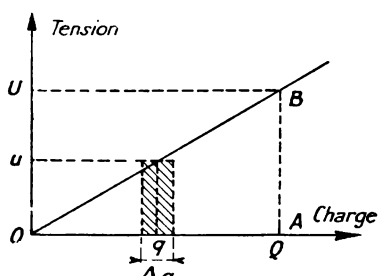


FIG. 4.

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

W en **joules** ; Q en **coulombs** ; U en **volts** ; C en **farads.**

6. Tension de sécurité. Énergie maximale d'un condensateur chargé.

a) Si l'on fait croître la tension appliquée aux bornes d'un condensateur, au voisinage d'une certaine valeur U_r appelée *tension de rupture*, une étincelle éclate entre les armatures, à travers le diélectrique; si celui-ci est gazeux, il peut ne pas y avoir de dégâts,

à condition qu'un arc n'ait pas détérioré les armatures; mais s'il est solide, le condensateur est mis hors d'usage.

Il ne faut donc jamais atteindre cette tension et, pour ne pas faire courir de risques au condensateur, ne pas dépasser une tension U_s inférieure à la tension de rupture et dite *tension de sécurité*.

Le constructeur doit donc indiquer à la fois la capacité du condensateur qu'il fournit et sa tension de sécurité.

b) L'énergie maximale que peut porter un condensateur sera donc :

$$W_M = \frac{1}{2} CU_s^2,$$

et si l'on veut l'augmenter pour une capacité donnée, il faudra élever la tension U_s qu'on peut appliquer. Comme la tension de rupture croît avec l'épaisseur du diélectrique, on doit, en définitive augmenter le volume de celui-ci. Cela explique, pour les condensateurs à diélectrique solide, l'augmentation du prix avec la tension de sécurité.

7. Condensateurs usuels.

De nombreux condensateurs sont faits de bandes d'aluminium minces séparées par du papier imprégné d'un diélectrique convenable, paraffine par exemple. On enroule et presse dans un boîtier, en ayant soin d'éviter tout contact fortuit entre les armatures qui sont fixées à des bornes isolées l'une de l'autre. On obtient ainsi des capacités de quelques microfarads, capables de supporter quelques centaines de volts et dont l'encombrement est de l'ordre d'une centaine de centimètres cubes.

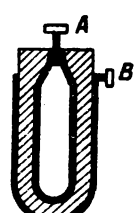


FIG. 5.

Parfois, pour des tensions très élevées, le diélectrique est une sorte de bouteille de porcelaine métallisée intérieurement et extérieurement (fig. 5).

Enfin, en télégraphie et en téléphonie sans fil, dans les circuits d'accord on emploie des capacités variables de l'ordre du millième de microfarad (mμF). L'une des armatures est faite de lames métalliques solidaires d'un axe qu'on peut faire tourner; elles s'engagent ainsi plus ou moins entre des lames analogues mais fixes qui forment l'autre armature (fig. 6); le diélectrique est l'air.

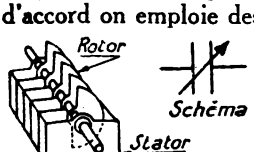


FIG. 6.

B. — GROUPEMENT DES CONDENSATEURS

8. Capacité d'une batterie de condensateurs.

On est souvent conduit à grouper des condensateurs soit en série, soit en parallèle, soit en série-parallèle, et l'on définit alors un *condensateur équivalent* aux condensateurs groupés.

DÉFINITION. — **On appelle condensateur équivalent à des condensateurs groupés le condensateur unique qui prendrait la même charge sous la tension appliquée à l'ensemble.**

Il est donc intéressant de déterminer sa capacité et sa tension de sécurité.

9. Condensateurs en série.

a) Tous portent nécessairement la même charge car, à chaque instant, le courant de charge a la même valeur et le même sens dans tous les conducteurs de liaison.

Si les capacités sont C_1, C_2, ..., les tensions aux bornes respectives U_1, U_2, ..., on a donc (fig. 7) :

$$U_1 = \frac{Q}{C_1},\ U_2 = \frac{Q}{C_2},\ .....,$$

et comme

$$U = U_1 + U_2 + ...,$$

$$U = Q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...\right]. \qquad (1)$$

Le condensateur qui aurait même charge Q sous la tension U

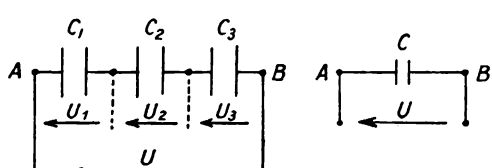


FIG. 7.

aurait une capacité C telle que :

$$U = \frac{Q}{C}$$

et, en rapprochant les seconds membres des équations (1) et (2) :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots,$$

d'où la règle :

RÈGLE. — **L'inverse de la capacité du condensateur équivalent à des condensateurs groupés en série est égale à la somme des inverses de leurs capacités.**

On voit que cette capacité est plus petite que la plus petite des capacités groupées, si bien que ce montage peut d'abord servir à obtenir une capacité plus petite que celles dont on dispose.

Si n condensateurs identiques de capacité c sont en série, on a donc :

$$C = \frac{c}{n}.$$

b) Aucun des condensateurs ne doit être soumis à une tension supérieure à sa tension de sécurité. Si les condensateurs sont identiques et si u_s est la tension de sécurité de chacun d'eux, la batterie pourra supporter la tension

$$U_s = n \,.\, u_s.$$

Cela donne *un gros intérêt pratique à ce mode de montage.*

10. Condensateurs en parallèle.

a) Tous supportent la même tension U (fig. 8), mais ils portent des charges différentes, si bien que :

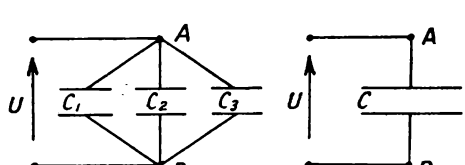


FIG. 8.

$$Q_1 = C_1U,\ Q_2 = C_2U, \ldots\ldots;$$

or,
$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots\ldots = (C_1 + C_2 + \ldots\ldots)\,U,$$

et si C représente la capacité équivalente :

$$Q = CU,$$

d'où :

$$C = C_1 + C_2 + \ldots\ldots$$

RÈGLE. — **La capacité du condensateur équivalent à des condensateurs groupés en parallèle est égale à la somme des capacités des condensateurs groupés.**

On voit que la capacité est plus grande que la plus grande des capacités groupées, si bien que ce montage peut d'abord servir à obtenir une capacité plus grande que celles dont on dispose.

Si n condensateurs identiques de capacité c sont groupés en parallèle, on a :

$$C = n \cdot c.$$

b) La tension de sécurité de la batterie est évidemment égale à la plus petite tension de sécurité des condensateurs groupés, pour ne mettre aucun d'eux en danger. Si les condensateurs sont identiques, on a donc :

$$U_s = u_s.$$

11. Condensateurs en série-parallèle.

a) Admettons qu'avec N condensateurs identiques de capacité c, on forme q séries de p éléments ($N = p \cdot q$). En se reportant à ce qui précède et à la figure 9, on voit que :

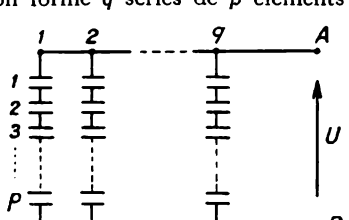


FIG. 9.

$$C = \frac{q}{p} c.$$

b) La tension de sécurité individuelle étant u_s, celle de la batterie est :

$$U_s = p \cdot u_s.$$

Ces relations expliquent les conditions d'emploi du montage en série-parallèle.

EXEMPLE. — On dispose d'éléments identiques ayant une capacité $c = 4\ \mu F$, une tension de sécurité $u_s = 800$ V; on a besoin

d'une batterie de capacité $C = 120\ \mu F$ capable de supporter $U_s = 4\,000$ V.

Il faudra faire des séries contenant $p = 4\,000 : 800 = 5$ éléments, et la capacité de la série sera $4 : 5 = 0{,}8\ \mu F$. Pour obtenir les $120\ \mu F$, il faudra donc grouper en parallèle $q = 120 : 0{,}8 = 150$ séries et employer 750 éléments.

C'est ainsi que sont toujours montées les grosses batteries industrielles.

REMARQUE. — On établira aisément qu'avec n condensateurs identiques (c, u_s), l'énergie maximale emmagasinée a la même valeur $W_M = n \cdot \frac{1}{2} c \cdot u_s^2$, quel que soit le mode de groupement.

12. Emploi des condensateurs.

Les condensateurs sont employés dans les circuits d'accord de télégraphie et de téléphonie sans fil, dans les liaisons téléphoniques, dans les dispositifs antiparasites. Enfin, nous verrons bientôt qu'ils peuvent servir, en distribution d'énergie par courants alternatifs, à améliorer les conditions d'utilisation du matériel électrique des centrales et des lignes.

RÉSUMÉ

A) **La quantité d'électricité emmagasinée par un condensateur est proportionnelle à la tension appliquée à ses bornes :**

$$Q = CU.$$

C **est appelé capacité du condensateur ; l'unité S. I. est le farad.**

La capacité d'un condensateur plan a pour valeur :

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}.$$

L'énergie emmagasinée a pour valeur :

$$W = \frac{1}{2} QU \quad \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Elle est limitée par la tension de rupture et l'on ne doit pas dépasser une tension de sécurité évidemment plus petite que cette tension de rupture.

B) **On groupe les condensateurs de différentes façons pour former une batterie équivalente à un condensateur unique de capacité** C :

En série : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots\ldots$

En parallèle : $C = C_1 + C_2 + \ldots\ldots;$

Exercices.

1. *Un condensateur de* 0,25 μF *est branché à une source de* 220 V. *Quelle est sa charge?*

Rép. : 55×10^{-6} C.

2. *Déterminer la capacité d'un condensateur plan formé de deux plaques métalliques de* 125 cm^2, *séparées par une lame d'ébonite qui les déborde et d'épaisseur* 0,5 mm. *Permittivité relative de l'ébonite :* $K = 3$.

Rép. : $6{,}6 \times 10^{-4}$ μF

3. *Calculer l'énergie d'une batterie de* 20 μF, *chargée sous une tension de* 440 *V.*

Rép. : 1,94 J.

4. *On groupe en série* 10 *condensateurs identiques, de capacité* 2 μF *et capables de supporter chacun* 800 *V. Quelle est la capacité de l'ensemble? Quelle tension la batterie peut-elle supporter?*

Rép. : 0,2 μF; 8 000 V.

5. *On a besoin d'une batterie de* 50 μF *capable de supporter* 800 *V et l'on dispose de condensateurs de* 2 μF *pouvant chacun supporter cette tension. Comment la réaliser?*

Rép. : 25 condensateurs en parallèle.

6. *Quelle est la capacité d'une batterie formée de* 20 *séries de* 10 *condensateurs identiques de capacité* 2 μF *montées en parallèle?*

Rép. : 4 μF.

COURANT ALTERNATIF

CHAPITRE XXVI

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DU COURANT ALTERNATIF

A. — DÉFINITIONS

1. Définition.

Un courant alternatif est un courant qui varie périodiquement en se renversant.

On construit, plus facilement que les dynamos à courant continu, des générateurs fondés sur l'induction électromagnétique dont la f.é.m. et par conséquent la polarité se renversent périodiquement et qui sont, pour cette raison, appelés *alternateurs*.

Quand un circuit est alimenté par un tel générateur, il y a d'abord un régime transitoire de début qui ne dure généralement qu'un temps très court, puis un *régime permanent* s'établit et le circuit est le siège d'un courant qui suit les variations de la f.é.m. et qui est donc alternatif.

2. Principe de l'alternateur.

Un alternateur comprend essentiellement un champ inducteur — toujours créé par un électro-aimant — et un circuit induit. L'un est fixe et appelé *stator ;* l'autre tourne et se nomme *rotor*. Le circuit

induit peut tourner dans le champ inducteur fixe (fig. 1) et les bornes de la machine sont des *bagues* métalliques soudées aux deux extrémités de l'induit; des contacts glissants (*balais*) per-

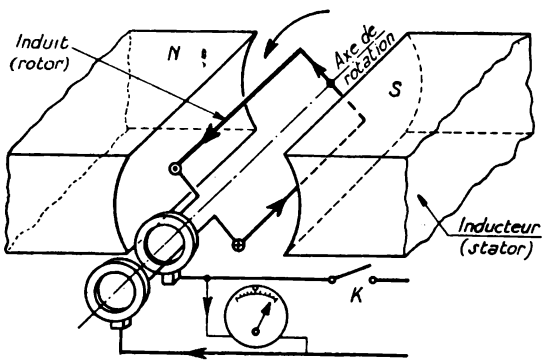


FIG. 1.

mettent la liaison avec le circuit extérieur. L'alternateur est dit à *induit tournant.*

L'induit peut être fixe tandis que l'inducteur tourne (fig. 2); le circuit extérieur est alors lié à des bornes fixes, et c'est le courant continu magnétisant de l'inducteur qu'on conduit aux bobines du

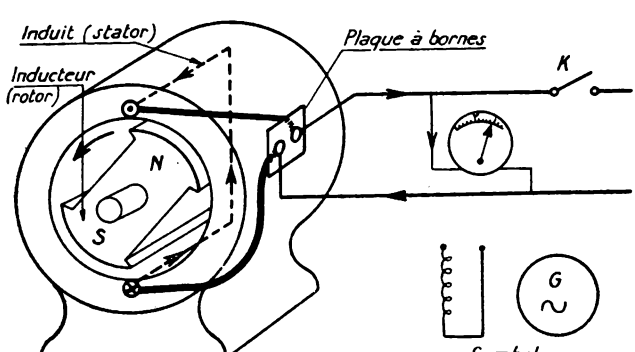


FIG. 2.

rotor par deux balais et deux bagues (non représentés sur la figure). L'alternateur est dit à *induit fixe*.

Dans les deux cas, ce sont les variations périodiques du flux d'induction dans l'induit, produites par le déplacement relatif périodique de l'inducteur et de l'induit, qui créent la f. é. m. induite.

3. Période. Fréquence.

Le rotor tournant à vitesse constante, tous les phénomènes engendrés se renouvellent périodiquement; tout *recommence*, par exemple, tous les cinquantièmes de seconde. Si l'on est capable de tracer la courbe représentant la tension aux bornes u aux différentes époques, c'est-à-dire en fonction du temps, elle a par exemple l'allure de la figure 3, et l'on peut dire que cette tension est tantôt

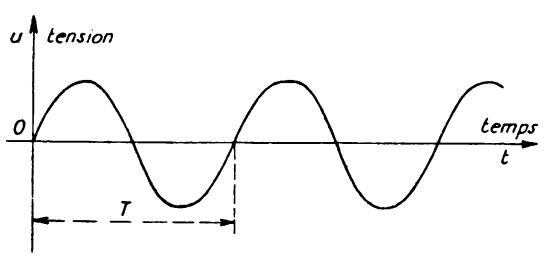


FIG. 3.

positive (au-dessus de l'axe Ot), tantôt négative (au-dessous de l'axe Ot); des sinuosités, toutes identiques, se succèdent si bien que, connaissant l'une, on peut dessiner toutes les autres par calque et glissement.

La période (T) **est la durée de deux alternances successives; la fréquence** (f) **est le nombre de périodes par seconde.**

L'unité de fréquence est appelée hertz (abréviation : Hz).

Des définitions précédentes il résulte que le produit de la fréquence par la période vaut 1 seconde. On a donc :

$$f.\,\mathrm{T} = 1, \quad \text{ou} \quad \mathrm{T} = \frac{1}{f}, \quad \text{et} \quad f = \frac{1}{\mathrm{T}}.$$

f en **hertz;** T en **secondes.**

Les courants alternatifs industriels ont en France la fréquence 50 Hz sur les réseaux de distribution; ils sont dits de *basse fréquence* (1). On emploie en télégraphie, en téléphonie sans fil, en télévision, des courants de *hautes fréquences* se chiffrant par des centaines ou des milliers de kilohertz.

B. — EFFETS DU COURANT ALTERNATIF

4. Effet thermique.

L'effet Joule n'étant pas un effet dirigé, il y a chaleur dégagée quel que soit le sens du courant.

En courant continu, si le conducteur peut dissiper suffisamment de chaleur dans le milieu ambiant, sa température qui commence par s'élever se fixe, s'il ne fond pas, à une température de régime.

En courant alternatif, l'apport de chaleur dans le conducteur varie d'un instant à l'autre et il s'établit un régime pour lequel, en réalité, la température oscille autour d'une valeur moyenne à fréquence double de celle du courant puisque la chaleur dégagée passe par un maximum deux fois par période. Dans le cas des lampes à incandescence, il en résulte une brillance périodique de fréquence $2f$ et, pour que le papillottement correspondant ne soit pas désagréable, il faut que f ait une valeur suffisante au moins égale à 40 Hz. C'est la raison pour laquelle la fréquence standard 50 Hz a été choisie pour nos réseaux de distribution.

5. Effets chimiques.

Ce sont des effets dirigés qui se renversent avec le sens du courant et cela nous permet de prévoir ce qui doit se passer en courant alternatif.

Premier exemple. — Électrolysons soit une dissolution aqueuse de soude (des électrodes de fer ou mieux de nickel suffisent), soit une dissolution aqueuse d'acide sulfurique (des électrodes de platine sont nécessaires).

---

(1) Il est essentiel de ne pas confondre basses et hautes fréquences avec basses et hautes tensions. Nos courants industriels à basse fréquence (50 Hz) peuvent être distribués sous des tensions basses (120, 240 V) ou sous des tensions élevées (des milliers de volts).

En courant continu, nous aurions un dégagement d'oxygène à l'anode (électrode d'entrée), d'hydrogène à la cathode (électrode de sortie).

En alternatif nous devons obtenir, alternativement sur chacune

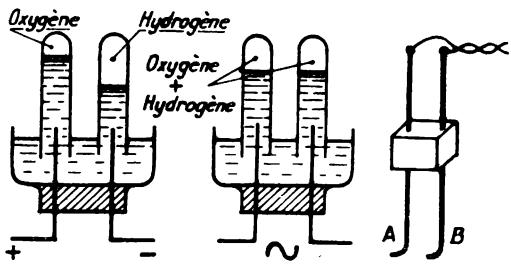


FIG. 4.

des électrodes, un dégagement d'oxygène puis d'hydrogène et recueillir des volumes égaux de gaz tonnant dans chacune des éprouvettes (fig. 4). C'est ce que l'expérience confirme.

Deuxième exemple. — Électrolysons une dissolution de sulfate de sodium additionnée de phtaléine du phénol.

En courant continu, par réaction secondaire, la soude apparaît à la cathode et la phtaléine rougit.

En courant alternatif, de la soude doit apparaître alternativement sur chaque électrode et la phtaléine doit rougir des deux côtés.

On le vérifie en plaçant sur une lame métallique, lame de zinc par exemple, une bande de calicot imprégné d'une dissolution de sulfate de sodium additionnée de phtaléine, et l'on promène rapidement sur cette bande une fourche dont les deux branches conductrices (fig. 5).

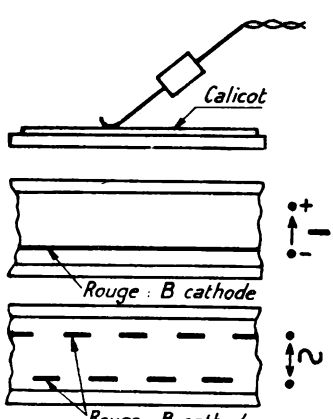


FIG. 5.

isolées l'une de l'autre, sont reliées soit à une batterie d'accumulateurs ou aux bornes d'un secteur de courant continu, soit aux bornes d'un secteur de courant alternatif. La fourche trace respectivement soit un trait rouge continu, soit un double trait rouge discontinu mettant en évidence les polarités alternées de la source.

Si l'on promène la fourche entre deux « tocs » successifs d'un métronome battant la seconde, on peut mesurer la fréquence en comptant le nombre d'alternances obtenues.

REMARQUE. — Le courant alternatif sera donc généralement inutilisable en électrochimie. Il ne peut servir en galvanoplastie.

Cependant, il est des cas où la fabrication du corps qu'on veut avoir nécessite qu'on mêle les produits obtenus du côté de l'anode avec ceux obtenus du côté de la cathode, en courant continu; c'est par exemple le cas de la préparation électrolytique de l'eau de Javel par action du chlore sur la soude, formés respectivement du côté de l'anode et du côté de la cathode dans l'électrolyse du chlorure de sodium en solution aqueuse. On pourra, dans de tels cas, employer le courant alternatif.

6. Effets électromagnétiques.

Comme ce sont aussi des effets dirigés ils se renversent à chaque alternance, mais comme ils se traduisent par des effets mécaniques, les apparences dépendent en général de la fréquence, et souvent de manière très importante à cause de l'inertie de la matière.

Un cas particulièrement intéressant se présente si la partie mobile est capable de vibrer, indépendamment de l'action d'origine électromagnétique, à une fréquence propre. Si cette fréquence est la même que celle des actions électromagnétiques, il peut y avoir un effet de grande amplitude et l'on dit qu'il y a *résonance mécanique.*

Nous examinerons seulement les cas simples de l'action du champ d'un courant sur un aimant, puis celle d'un champ fixe sur un conducteur mobile siège d'un courant.

Premier cas. Expérience. — L'axe d'une bobine plate est dirigé perpendiculairement au méridien magnétique et, dans son voisinage, on dispose une petite aiguille aimantée *sn* mobile autour d'un axe vertical, petite boussole par exemple.

En courant continu, l'aiguille dévie dans un sens ou dans l'autre suivant le sens du courant.

En courant alternatif, *si la fréquence est assez faible*, on voit l'aiguille osciller autour de sa position d'équilibre à vide. Mais si la fréquence croît, et celle de nos secteurs suffit pour qu'il en soit ainsi, l'inertie mécanique ne permet généralement pas à l'aiguille de suivre les variations de l'action qu'elle subit et elle ne fait que faiblement vibrer autour de sa position initiale. A première vue, elle paraît immobile.

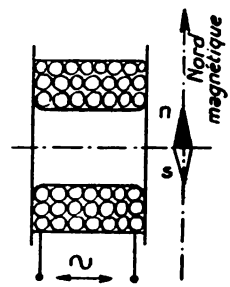


FIG. 6.

Deuxième cas. Expérience. — Mettons tout simplement en circuit un galvanomètre à cadre mobile.

En courant continu, il dévie dans un sens ou dans l'autre suivant le sens du courant.

En courant alternatif, on le voit osciller alternativement dans un sens puis dans l'autre, ou bien à peine vibrer suivant que la fréquence est assez faible ou plus grande. Comme pour l'aimant mobile, c'est l'inertie du cadre qui l'empêche de suivre les variations de l'action mécanique qu'il subit quand elles sont trop rapides.

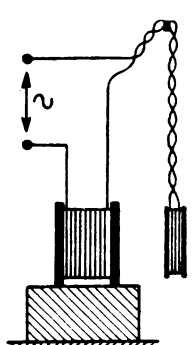


FIG. 7. — La bobine est attirée ou repoussée.

7. Effets auto-électrodynamiques.

Si un circuit a une partie mobile placée dans le champ créé par le reste du circuit, la partie mobile est sensible à l'action mécanique d'origine électromagnétique qu'elle subit. Comme le champ créé par la partie fixe et le courant dans la partie mobile se renversent en même temps, le sens de l'action mécanique ne doit pas changer; on le constate aisément.

Expérience. — Installons une bobine fixe et, en série, un paquet de spires suspendu à une potence (fig. 7).

En courant continu, l'action qu'on observe

se renverse si l'on renverse l'une des bobines face pour face.

En courant alternatif, on observe une action moyenne qui n'est pas nulle mais qui se renverse, comme en continu, si l'on renverse face pour face l'une des deux bobines.

8. Aimantation par influence. Fréquencemètre à lames de fer doux.

Quand du fer doux s'aimante dans le champ d'un courant, l'aimantation se renverse si le champ se renverse. L'action mécanique moyenne subie par le fer doux doit donc être indépendante du sens du courant.

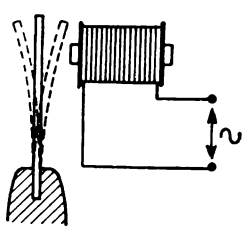


FIG. 8. — La lame est toujours attirée.

Expérience. — Devant une lame de fer serrée dans un étau, plaçons un électro-aimant (fig. 8).

Si l'électro-aimant est alimenté par un courant continu, la lame est *attirée* quel que soit le sens du courant.

En courant alternatif, elle est attirée *une fois par alternance*, soit deux fois par période, de manière notable ou presque invisible, suivant encore la valeur de la fréquence.

Si la fréquence propre f_0 des oscillations du vibrateur que forme la lame élastique est égale à celle $2f$ des actions attractives subies du fait de son aimantation, l'amplitude de la vibration prend une valeur notable et sur ce principe sont basés des *fréquencemètres* formés de quelques lames ayant des fréquences propres convenablement choisies. Elles sont disposées horizontalement, encastrées par l'une de leurs extrémités tandis que la tranche de l'autre, celle qui se trouve en avant de la figure 9, est peinte en blanc. Chacune est soumise à l'action d'un petit électro-aimant et les bobines magnétisantes sont en

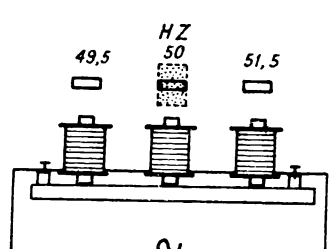


FIG. 9.

série. Les fréquences sont marquées devant chaque lame. Quand la fréquence est 50, la lame correspondante vibre largement, ce qui se traduit par l'apparence d'un rectangle blanc, tandis que les lames voisines ne vibrent que très légèrement.

9. Alimentation d'un condensateur.

Expérience. — Plaçons en dérivation sur les bornes d'un secteur de courant alternatif (fig. 10) un condensateur de quelques microfarads et un ampèremètre thermique : celui-ci dévie de manière

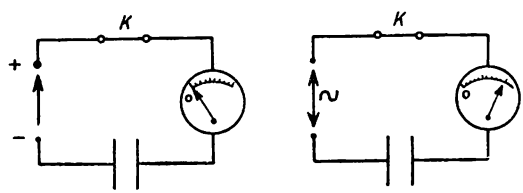


FIG. 10.

permanente, manifestant un courant que nous étudierons bientôt.

En courant continu, le condensateur forme une véritable coupure du circuit et l'on observe seulement, à l'aide d'un galvanomètre, un courant de charge.

Il y a donc là une différence profonde entre le courant alternatif et le courant continu.

10. Effet physiologique.

Enfin, en courant alternatif, les effets sur le corps humain sont extrêmement différents suivant qu'il s'agit de courants à basse fréquence ou bien à haute fréquence.

1° *Basses fréquences.* — Aux basses fréquences et en particulier à la fréquence de nos secteurs (50 Hz), le danger est plus grand en alternatif qu'en continu parce qu'un effet supplémentaire sur les centres nerveux empêche de lâcher les conducteurs, *même si l'on en a le désir.* Les précautions à prendre sont donc plus grandes encore sur secteur alternatif que sur secteur continu pour la même tension. De plus, alors que les tensions élevées sont rares en continu, la distribution se fait souvent, en alternatif, sous des tensions de

milliers, de dizaines de milliers, de centaines de milliers de volts. Il est alors indispensable de prendre de très grandes précautions.

La tension dangereuse est du reste du même ordre de grandeur qu'en courant continu et nous avons fixé sa valeur à une vingtaine de volts.

2° *Hautes fréquences.* — Aux hautes fréquences, 100 000 Hz par exemple, le corps humain ne réagit plus du tout de la même manière, et si l'intensité n'est pas trop grande, c'est-à-dire *si la tension alternative appliquée n'est pas trop élevée*, on peut, sans aucun danger, être traversé par du courant. On emploie même de tels courants à haute fréquence pour soigner certaines maladies.

Mais si l'intensité devient suffisante, il y a un effet Joule qui devient dangereux et qui peut carboniser le patient. Bref, *le danger des hautes tensions* subsiste en courant alternatif quelle que soit la fréquence, comme en courant continu.

RÉSUMÉ

A) Un courant alternatif est un courant dont le sens varie périodiquement; il est engendré par un alternateur.

On appelle fréquence le nombre de périodes par seconde. L'unité est l'hertz :

$$fT = 1, \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}, f = \frac{1}{T}.$$

B) Les effets chimiques et électromagnétiques du courant alternatif sont dirigés, tandis que les effets thermiques et auto-électrodynamiques ne le sont pas.

L'effet physiologique dépend essentiellement de la fréquence.

Exercices.

1. *Le rotor de l'alternateur représenté figure 2 est entraîné à la vitesse de* 1 000 tr/mn; *calculer la fréquence et la période de la f. é. m. induite.*

Rép. : 16,66 Hz; 0,06 s.

2. *A quelle vitesse doit-on entraîner le rotor de l'alternateur précédent pour produire dans l'induit une f. é. m. de fréquence* 50 Hz?

Rép. : 3 000 tr/mn.

CHAPITRE XXVII

COURANTS ALTERNATIFS SINUSOÏDAUX

A. — DÉFINITIONS ET REPRÉSENTATIONS

1. Définition.

La définition générale d'un courant alternatif indique seulement que c'est un courant périodique *qui se renverse.*

Un courant *alternatif sinusoïdal* est tel que son intensité est représentée, pendant chaque alternance, par une courbe susceptible de se superposer, par un choix convenable des échelles, à celle qui représente les variations du sinus d'un angle quand l'angle varie de 0° à 360°. Algébriquement, son intensité est une fonction du temps, de la forme :

$$i = I_M \sin \frac{2\pi}{T} t = I_M \sin 2\pi ft, \qquad (1)$$

dans laquelle I_M est appelé *intensité maximale* ou *module de l'intensité.*

La grandeur $2\pi \frac{t}{T}$, sous le signe sinus, est évidemment un angle, d'ailleurs appelé *phase de i* ; on peut l'exprimer soit en radians, soit en degrés, puisque 6,28 radians (2π radians) valent 360 degrés.

A l'origine des époques $t = 0$, la phase est nulle et l'angle $\alpha = 2\pi \frac{t}{T}$ prend les valeurs 360°, $2 \times 360°$, $3 \times 360°$ .....

quand l'époque t prend les valeurs correspondantes T, 2 T, 3 T, etc., l'angle augmentant de 360° chaque fois que t augmente de la durée T de la période.

Au cours de la première alternance, la phase vaut $\frac{\pi}{4} = 45°$, $\frac{\pi}{2} = 90°$ quand t prend les valeurs $\frac{T}{8}$, puis $\frac{T}{4}$.

2. Représentations vectorielle et cartésienne.

a) On peut obtenir une représentation de la grandeur i, fonction sinusoïdale de la variable temps t, à l'aide d'un *vecteur tournant*. Imaginons un vecteur OA (fig. 1) de longueur proportionnelle

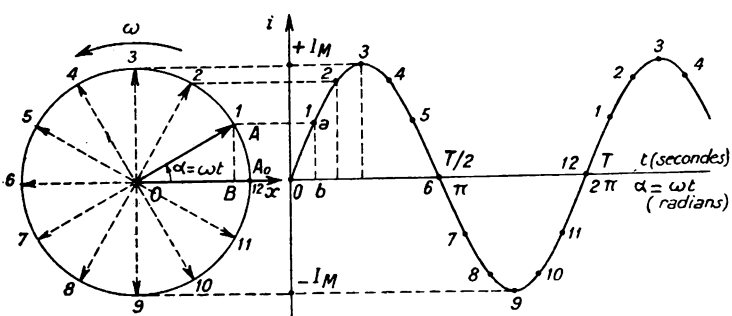


FIG. 1.

à I_M, tournant uniformément dans le plan de la figure autour du point fixe O, dans le sens inverse du sens de rotation des aiguilles d'une montre (sens direct), à la vitesse angulaire constante $\omega = 2\pi f$; supposons qu'il soit à l'époque zéro en OA_0, couché sur un axe fixe Ox. Alors, à l'époque t, il fait avec l'axe Ox un angle $\alpha = \omega t$ et *l'ordonnée* AB de son extrémité a pour valeur (triangle rectangle OBA) $AB = OA \sin 2\pi f . t$; en rapprochant de l'une des formes (1), on voit qu'elle représente l'intensité i à l'époque t, à l'échelle choisie pour représenter I_M.

La grandeur $\frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, qui apparaît comme une vitesse angu-

laire dans la représentation vectorielle, est appelée *pulsation* du courant sinusoïdal; nous verrons, par la suite, qu'elle joue un rôle important. En la représentant par ω, on peut donc écrire i sous la forme nouvelle :

$$i = I_M \sin \omega t, \text{ avec } \omega = 2\pi f.$$

b) De la représentation vectorielle, on passe très facilement à la représentation cartésienne, c'est-à-dire à la courbe représentative de l'intensité i en fonction du temps t ou de la phase correspondante $\alpha = \omega t$.

Pour cela, sur le prolongement de l'axe Ox, prenons un axe Ot (l'emploi de la même lettre pour les deux origines n'est pas gênante) et choisissons, sur Ot, une certaine longueur pour représenter T (ou 360°). A chaque position du vecteur OA correspond un point b de l'axe Ot, et le point de la représentation cartésienne s'obtient en reportant sur la parallèle à l'axe Oi, perpendiculaire à Ot en b, la longueur $ba = BA = i$. En joignant les points ainsi marqués par un trait continu, on obtient la courbe cherchée : c'est une sinusoïde.

Comme la représentation précédente, elle met en évidence que l'intensité i reprend la même valeur quand le temps t croît de T, mais elle marque mieux que l'intensité a tantôt un sens tantôt l'autre et qu'algébriquement elle est tantôt *positive*, tantôt *négative*, suivant que le segment ba qui la représente est au-dessus ou au-dessous de l'axe des abscisses; elle oscille entre les valeurs extrêmes $-I_M$ et $+I_M$.

REMARQUES. — 1° On peut construire directement la représentation cartésienne en utilisant une « table des sinus en valeurs naturelles »; les ordonnées des points d'abscisses t ou $\alpha = \omega t$ s'obtiennent en calculant $I_M \sin \omega t$, quand on a relevé, dans la table, la valeur de $\sin \omega t$.

2° On peut se trouver en présence d'une courbe représentative de l'intensité d'un courant en fonction du temps et se demander si cette fonction est ou non une fonction sinusoïdale, c'est-à-dire *si la courbe est une sinusoïde*. A simple vue on est partiellement renseigné, mais il est toujours possible d'en faire la preuve précise en suivant la marche inverse de celle que nous avons utilisée pour passer de la représentation vectorielle à la représentation cartésienne. L'ordonnée maximale donnera le rayon d'un cercle; la longueur

L représentative de la période T ou de l'angle 360° fournira, par division convenable, les angles 30°, 45°, 60°, 90°, ... Toute ordonnée telle que *ba* devra avoir la même longueur que BA *pour la position du vecteur tournant* qui correspond à *b*.

3. Représentation simultanée de plusieurs intensités de même fréquence. Déphasage et décalage.

a) Supposons d'abord qu'il s'agisse seulement de deux intensités, i_1 et i_2.

Chacune peut être représentée par les deux procédés précédents et, comme la fréquence est la même, il est généralement avantageux

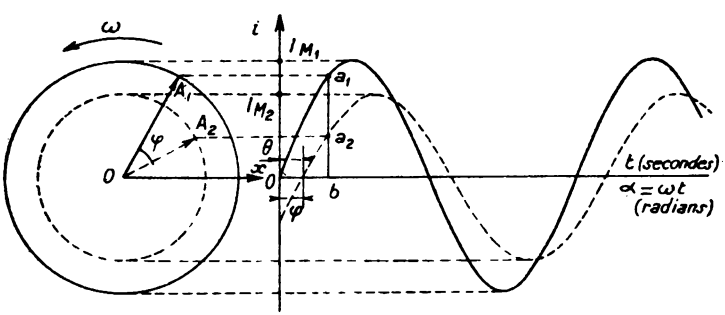


FIG. 2.

de choisir les mêmes origines pour le vecteur tournant ou pour les axes de coordonnées. Si les modules I_{M1} et I_{M2} sont différents, les points A_1 et A_2 décrivent deux circonférences différentes (fig. 2), les ordonnées de la représentation cartésienne sont situées entre des droites différentes.

Si les deux intensités s'annulaient en même temps pour devenir en même temps maximales ou minimales, les deux vecteurs tournants auraient à chaque instant même direction et même sens et les différents axes des deux sinusoïdes seraient toujours du même côté de l'axe des abscisses. Mais en général il n'en est pas ainsi et les deux vecteurs représentatifs font un certain angle : nous traduisons ce fait en disant que les deux intensités sinusoïdales *ne sont pas en phase.*

Comme tout se renouvelle chaque fois que l'un des vecteurs a

fait un nouveau tour complet, nous conviendrons de dire que le vecteur $\overrightarrow{I_{M1}}$ est en avance sur le vecteur $\overrightarrow{I_{M2}}$ si l'angle qu'il faut parcourir pour passer de I_{M2} à I_{M1} dans le sens positif est inférieur à 180°; dans le cas contraire, nous dirons que $\overrightarrow{I_{M1}}$ est en retard sur $\overrightarrow{I_{M2}}$.

A l'angle constant φ appelé *déphasage* que font les deux vecteurs, correspond un temps constant θ appelé *décalage* qui apparaît plus visiblement sur la représentation cartésienne. Ce décalage, c'est le temps pendant lequel OA_2 devrait continuer à tourner pour rattraper OA_1 *si celui-ci s'immobilisait* et l'on a, en conséquence :

$$\varphi = \omega\theta = 2\pi f\,\theta.$$

Bref :

Le déphasage est un angle; le décalage est une durée.

La relation entre le déphasage et le décalage montre qu'aux décalages T : 4 et T : 2, correspondent les déphasages 90° et 180°

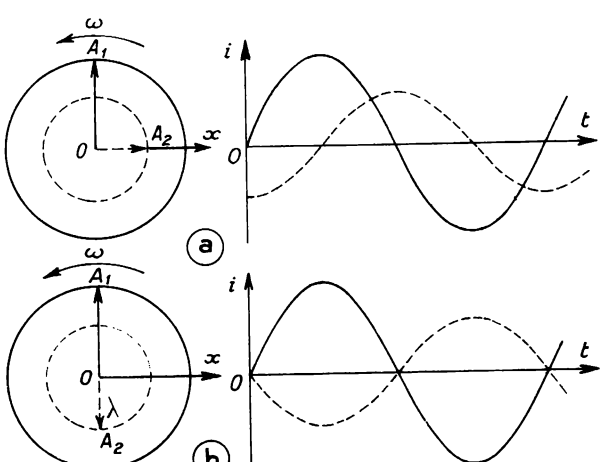


FIG. 3.

On dit, dans le premier cas, que i_1 et i_2 sont en *quadrature* (fig. 3 *a*), dans le second, qu'ils sont en *opposition* (fig. 3 *b*).

En quadrature, l'une des intensités s'annule quand l'autre est

maximale (ou minimale); en opposition, les deux intensités s'annulent en même temps mais elles sont constamment de signes différents.

b) Si l'on veut représenter les deux intensités par leurs expressions algébriques, celles-ci doivent marquer soit le décalage, soit le déphasage. Si i_1 est en avance sur i_2, l'angle que fait $\overrightarrow{I_{M2}}$ avec l'axe fixe Ox est inférieur à celui que fait $\overrightarrow{I_{M1}}$ avec le même axe à la même époque, et l'on voit que $\alpha_2 = \alpha_1 - \varphi$; comme on doit toujours avoir $i_1 = I_{M1} \sin \alpha_1$, et $i_2 = I_{M2} \sin \alpha_2$, les deux intensités seront représentées par les équations :

$$i_1 = I_{M1} \sin \omega t, \quad i_2 = I_{M2} \sin (\omega t - \varphi).$$

Par exemple, si les deux vecteurs sont en quadrature, on aura :

$$i_1 = I_{M1} \sin \omega t, \quad i_2 = I_{M2} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Ce qui précède se répète pour un nombre quelconque d'intensités *de même fréquence*. Dans la représentation vectorielle **tous les vecteurs représentatifs tournent à la même vitesse, comme s'ils étaient invariablement attachés les uns aux autres.**

4. Généralisation. Tensions, forces électromotrices sinusoïdales, etc.

a) Tout ce que nous avons dit des intensités peut se répéter pour des tensions, des forces électromotrices, des flux et d'une manière générale pour une grandeur sinusoïdale quelconque. Par exemple, une tension sinusoïdale sera de la forme :

$$u = U_M \cdot \sin 2\pi f \cdot t = U_M \sin \omega t$$

et susceptible d'être représentée par les deux procédés précédents.

b) Enfin, il est évidemment possible de représenter sur le même graphique, vectoriel ou cartésien, avec les mêmes origines et la même échelle des temps mais avec chacune leur échelle de modules, des grandeurs sinusoïdales d'espèces différentes *mais toujours de même fréquence*. Les décalages et surtout les déphasages apparaîtront

commodément. Ainsi la figure 4 représente une intensité i ayant un déphasage arrière φ sur la tension u (ou le décalage θ correspondant).

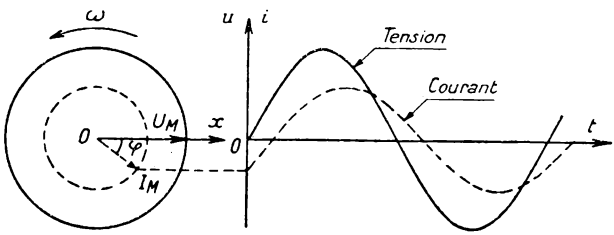


FIG. 4.

B. — ADDITION DE GRANDEURS SINUSOÏDALES DE MÊME FRÉQUENCE

5. Nature du problème.

Dans la plupart des questions relatives aux courants alternatifs, on est conduit à faire la somme de grandeurs bien entendu de même espèce, *de même fréquence*, mais le plus souvent *de phases différentes*, et c'est ce qui complique le problème.

Par exemple, on doit étudier l'intensité i telle que :

$$i = i_1 + i_2 \text{ avec } \begin{cases} i_1 = I_{M1} \sin \omega t, \\ i_2 = I_{M2} \sin (\omega t - \alpha). \end{cases}$$

Ce problème peut être résolu *algébriquement* et l'on démontre que i est une grandeur sinusoïdale de même fréquence que i_1 et i_2, de module I_M et de déphasage φ par rapport à i_1 (ou à i_2) bien déterminés. Ce résultat se retrouve en déduisant, point par point, la courbe représentative de i des deux courbes représentatives de i_1 et de i_2 tracées sur le même graphique (fig. 5) et l'on peut prouver qu'elle est une sinusoïde (§ 2, remarque 2°). Mais la représentation vectorielle fournit beaucoup plus facilement I_M et φ.

Menons par l'extrémité de $\overrightarrow{OA_1}$ (fig. 5) le vecteur $\overrightarrow{A_1A_2'}$ équipollent à $\overrightarrow{OA_2}$, et projetons son extrémité A_2' sur la parallèle à l'axe des i passant par le point b. On voit immédiatement qu'à toute époque

$\overline{ba_1} + \overline{ba_2} = \overline{ba_1} + \overline{a_1a_2'} = \overline{ba_2'}$ puisque $OA_1A_2'A_2$ est un parallélogramme indéformable.

L'ordonnée ba_2' est donc représentative de i en coordonnées

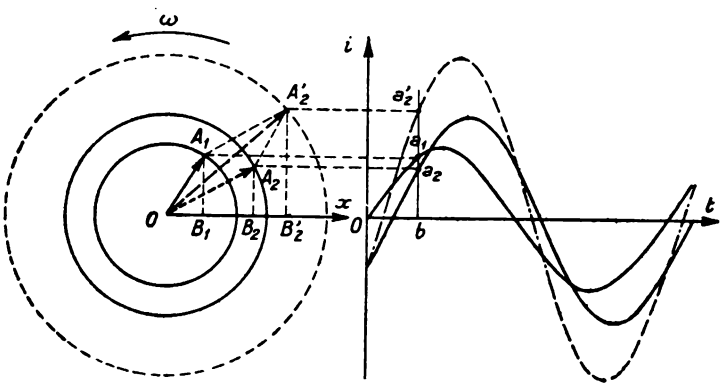


FIG. 5.

cartésiennes et le vecteur correspondant OA_2', c'est-à-dire la résultante géométrique des vecteurs $\overrightarrow{OA_1}$ et $\overrightarrow{OA_2}$, la représente également.

Cela peut se répéter de grandeurs sinusoïdales quelconques, d'où la règle suivante connue sous le nom de *règle de Fresnel.*

Règle de Fresnel. — **Une grandeur, somme de plusieurs grandeurs sinusoïdales de même fréquence, est une grandeur sinusoïdale de même fréquence. Elle est représentée vectoriellement par la résultante géométrique des vecteurs qui représentent chacune des grandeurs de la somme.**

Comme l'ensemble des vecteurs tournants qui représentent les grandeurs sinusoïdales dont on peut faire la somme est indéformable, la construction se fait en supposant cet ensemble de tous les vecteurs dans l'une quelconque de ses positions. On la dépouille de tout l'inutile. Si les différentes grandeurs sont données en modules avec leurs déphasages par rapport à l'une d'elles, la première par exemple, on prend une origine O, une droite Ox pour origine des déphasages et, après avoir choisi une échelle, on représente chacune des grandeurs puis on détermine la résultante géométrique des

vecteurs ainsi tracés. Au lieu d'employer la règle du parallélogramme de vecteur en vecteur, on obtient une figure plus claire en utilisant celle du polygone. Il suffit de porter bout à bout les vecteurs successifs *en donnant à chacun d'eux l'orientation voulue.*

Exemple. — Déterminer le module et le déphasage de l'intensité :

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \begin{cases} i_1 = 4 \sin \omega t \\ i_2 = 5 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \\ i_3 = 8 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{cases}$$

La longueur l représentant 1 A (fig. 6), on porte OA_1 sur l'axe Ox,

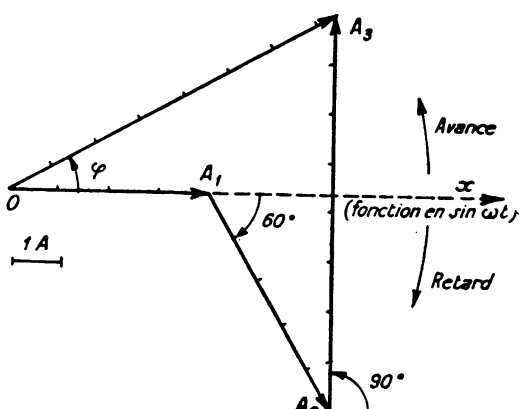


FIG. 6.

A_1A_2 faisant l'angle de 60° dans le sens retard avec la direction Ox, A_2A_3 faisant l'angle de 90° dans le sens avance avec la direction Ox. On mesure OA_3 au double-décimètre pour en déduire I_M et, au rapporteur, le déphasage φ de i sur i_1. On trouve ainsi :

$$I_M = 7{,}5 \text{ A et } \varphi = 29°.$$

On peut donc écrire :

$$i = 7{,}5 \sin (\omega t + \varphi)$$

avec $\varphi = 29° \text{ ou } \frac{29}{360} \times 2\pi = \frac{\pi}{6}$ radians.

RÉSUMÉ

A) **Un courant alternatif sinusoïdal a pour expression mathématique :**

$$i = I_M \sin \omega t, \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

La grandeur ω est appelée : pulsation.

On peut le représenter sous deux formes équivalentes : en coordonnées cartésiennes ou mieux par un vecteur tournant à la vitesse angulaire ω.

Avec la même origine, deux grandeurs sinusoïdales de même fréquence sont représentées par deux vecteurs qui font un angle constant appelé déphasage.

Au déphasage φ correspond un décalage dans le temps θ tel que :

$$\varphi = \omega\theta = 2\pi f\,\theta; \qquad \theta = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi}{2\pi f}.$$

B) **La représentation vectorielle permet, à l'aide d'une construction graphique simple, de faire la somme algébrique de plusieurs fonctions sinusoïdales de même « pulsation ».**

Exercices

1. *Un courant sinusoïdal de fréquence* 50 *est maximum à l'instant origine, sa valeur étant alors égale à* 5 *A ; écrire son expression mathématique.*

Rép. : $i = 5 \cos 314\, t$.

2. *Représenter sur papier millimétré, en coordonnées cartésiennes et sous forme vectorielle, les deux courants sinusoïdaux suivants :*

$$i_1 = 1{,}5 \sin 2\, t\,;$$

$$i_2 = 2 \sin \left(2\, t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Échelles : 1 *radian* = 3 *cm.*
1 *A* = 2 *cm.*
Déterminer le décalage θ *entre ces deux fonctions.*

Rép. : $\theta = 0{,}26$ s.

3. *Faire la somme algébrique des courants i_1 et i_2 du problème précédent.*

Rép. : $i = 3{,}4 \sin (2\,t - \varphi)$; $\operatorname{tg} \varphi = 0{,}3$ ($\varphi = 17^\circ$).

4. *Un courant sinusoïdal a pour expression mathématique :*

$$i = 6 \cos \left(1\,000\,t - \frac{\pi}{3}\right).$$

Le décomposer en deux courants, l'un de phase nulle pour $t = 0$, l'autre en quadrature avec ce dernier. (Représentation vectorielle et cartésienne.)

Rép. : $i_1 = 3 \cos 1\,000\,t$; $i_2 = 3\sqrt{3} \sin 1\,000\,t$.

5. *Une tension sinusoïdale a pour expression $u = 150 \cos 314\,t$. On demande de la décomposer en une somme de deux tensions, l'une u_1 en avance de $\pi/6$ sur u, l'autre u_2 en retard de $\pi/3$ sur u.*

Rép. : $u_1 = 130 \cos (314\,t + 30^\circ)$; $u_2 = 75 \cos (314\,t - 60^\circ)$.

6. *On donne $i_1 = 5 \sin 314\,t$, $i_2 = 5 \sin (314\,t - 2\,\pi/3)$, $i_3 = 5 \sin (314\,t - 4\,\pi/3)$. Déterminer la somme algébrique $i = i_1 + i_2 + i_3$.*

Rép. : $i = 0$.

7. *On donne $i_1 = 25 \sin (\omega t + 30^\circ)$, $i_2 = -10 \sin \omega t$, $i_3 = 15 \cos \omega t$. Déterminer la somme algébrique $i = i_1 + i_2 + i_3$.*

Rép. : $i = 30 \cos (\omega t - 23^\circ)$.

NOTE. — *Avant de construire le diagramme de Fresnel, on mettra les trois intensités* sous le même signe trigonométrique, *par exemple, sous le signe cos, en utilisant la relation $\sin a = \cos (a - 90^\circ)$.*

CHAPITRE XXVIII

VALEURS INSTANTANÉES ET VALEURS EFFICACES

A. — VALEURS INSTANTANÉES

Il est évidemment intéressant de pouvoir suivre, expérimentalement, les variations d'un courant alternatif. C'est ainsi, par exemple, qu'on pourra savoir s'il est ou non sinusoïdal. Le même problème peut se poser pour l'étude de tensions, de forces électromotrices, de flux, etc., et sa difficulté principale tient à la rapidité des variations.

1. Oscilloscopes et oscillographes.

On dispose actuellement d'instruments, véritables ampèremètres ou voltmètres, qui résolvent le problème pour les intensités et les tensions ou les forces électromotrices.

A cause de l'inertie il n'est pas possible d'employer, comme dans les appareils enregistreurs de phénomènes lents, une plume ou un crayon laissant leur trace sur une feuille de papier qui se déplace uniformément (baromètres enregistreurs par exemple).

Les *oscilloscopes* tracent sur un écran, en trait lumineux, la courbe représentative d'une intensité de courant par exemple, en coordonnées cartésiennes.

Les *oscillographes* sont équipés de manière que cette courbe reste inscrite, après développement, sur un papier photographique ou sur un film.

Pour cela, un point lumineux m peut d'une part balayer à vitesse uniforme la droite $t't$ de l'écran (fig. 1), d'autre part il peut se déplacer, perpendiculairement à l'axe $t't$. d'une longueur proportionnelle à la grandeur à étudier, intensité i d'un courant par exemple. Il a donc à chaque instant les coordonnées t et i et, pendant la durée d'une période, il trace deux alternances.

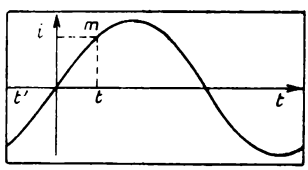


FIG. 1.

Si le balayage dans la direction Ot est tel que le point lumineux reprenne la même position chaque fois que le temps augmente de la durée T d'une période, la courbe reste fixe sur l'écran; mais si cette condition n'est pas satisfaite elle se déplace, parallèlement à $t't$, soit dans un sens, soit dans l'autre. Le plus souvent, un réglage du balayage permet d'obtenir la fixité de la courbe.

On remarquera que la courbe n'est pas illuminée dans toute sa longueur d'une manière continue, puisque le point lumineux la décrit, mais on a l'apparence de la continuité à cause de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine.

2 Principe de l'oscilloscope à corde.

C'est un véritable galvanomètre à circuit mobile dont l'équipage, de très faible inertie, est constitué par un fil métallique ACB replié en forme d'U et tendu par un ressort (fig. 2); il est placé dans le champ d'un aimant SN ou d'un électro-aimant. Un petit miroir est collé sur les deux brins du fil.

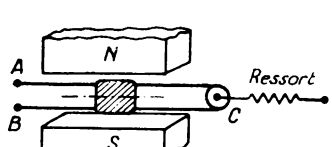


FIG. 2.

Dans les appareils industriels, l'équipage est plongé dans de l'huile de vaseline, de manière à amortir ses oscillations propres et, dans ces conditions, il obéit, jusqu'à quelques milliers d'alternances par seconde, aux variations du courant.

Un courant continu qui circulerait dans le sens ACB créerait (règle des trois doigts) une force agissant sur l'élément AC pour le faire sortir en avant du plan du tableau et sur l'élément CB pour le pousser en arrière du plan de la figure. Le petit miroir serait ainsi incliné de haut en avant à bas en arrière.

En courant alternatif, le sens de ces deux forces se renverse avec celui du courant et le petit miroir oscille autour d'un axe horizontal

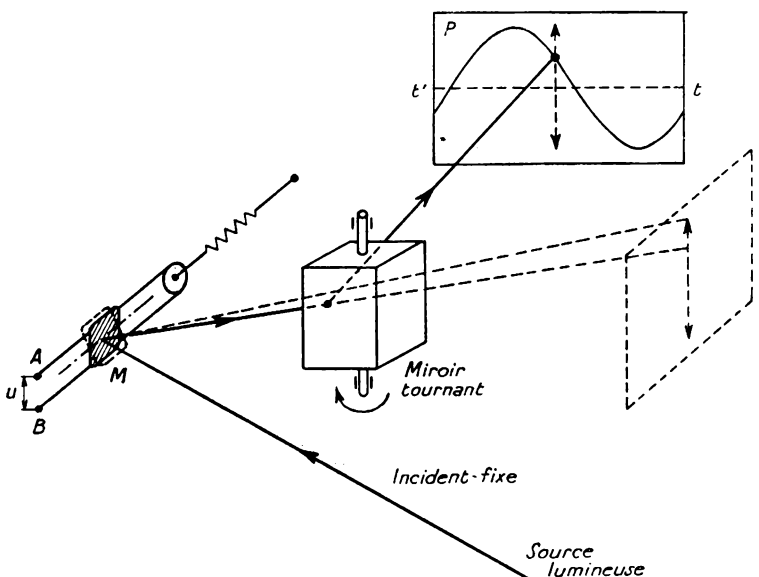


FIG. 3.

parallèle aux brins de l'équipage; une aiguille liée au miroir perpendiculairement à son plan décrirait un *angle situé dans un plan vertical*, mais on la remplace par un mince pinceau lumineux, réfléchi d'un pinceau incident fixe.

Sur un plan d'observation vertical P (fig. 3), le pinceau réfléchi trace, quand le miroir de l'équipage oscille, un petit segment de droite limité par l'amplitude des oscillations du courant. Pour étaler la courbe, il faut que le pinceau *se déplace dans un plan horizontal ;* on y arrive en faisant réfléchir le pinceau sur un miroir

situé entre l'équipage mobile et l'écran, le miroir tournant uniformément autour d'un axe vertical. En l'absence de courant, le point lumineux décrit ainsi l'axe $t't$. Pour fixer la courbe, le miroir tournant doit faire, s'il n'a qu'une face réfléchissante, un tour par période; celui de la figure est un prisme à quatre faces réfléchissantes.

3. Principe de l'oscilloscope cathodique.

A l'aide de dispositifs basés sur l'émission électronique par les métaux portés à haute température, on sait produire de minces pinceaux formés de négatons se déplaçant à une vitesse de quelques dizaines de milliers de kilomètres par seconde. Tous se suivent comme des projectiles qui seraient lancés successivement par le même canon et ont, par exemple, une trajectoire horizontale en l'absence de toute cause perturbatrice.

Ce véritable jet de négatons n'est pas visible, mais, quand il vient buter contre un écran formé de certaines substances fluorescentes, la très petite région d'impact devient lumineuse. Dès lors, si une cause extérieure modifie la direction du pinceau de bombardement, le point lumineux prend une nouvelle position sur l'écran.

Or, nous savons que des négatons en mouvement sont l'analogue d'un courant et que, corpuscules électrisés, ils sont par ailleurs sensibles à l'action d'autres corps électrisés, c'est-à-dire d'un champ électrique. On utilise ces propriétés pour déplacer le point d'impact proportionnellement au temps dans une direction, horizontale en général, et à l'intensité du courant à étudier dans la direction rectangulaire. On fait passer pour cela le pinceau, d'une part, entre les armatures d'un condensateur plan dont la charge progressive est convenablement réglée (c'est l'analogue du miroir tournant M de l'oscilloscope à corde) et, d'autre part, entre les armatures d'un deuxième condensateur créant une action proportionnelle à l'intensité du courant à étudier. Le pinceau de négatons forme donc, à la fois, l'équipage mobile de cette espèce de galvanomètre et l'index de traçage. Obéissant instantanément aux variations des deux champs, il permet de suivre les courants alternatifs de très grandes fréquences.

4. Oscilloscopes et oscillographes doubles.

Si l'on veut tracer une courbe d'intensité de courant, l'équipage de l'appareil à corde ou le deuxième condensateur de l'appareil

cathodique sont parcourus par le courant à étudier ou par une partie de ce courant.

Si l'on veut tracer une courbe de tension aux bornes d'un récepteur ou d'un générateur, l'alimentation se fait, comme pour un voltmètre, en prenant une dérivation de grande résistance mais dont l'inductance doit être négligeable pour ne pas introduire de déphasage entre le courant d'alimentation du voltmètre et la tension à étudier.

Enfin, comme il est extrêmement intéressant de tracer à la fois, sur le même écran, avec le même axe des temps, la courbe de l'intensité du courant et celle de la tension aux bornes du récepteur qui le reçoit ou du générateur qui le débite, on monte des appareils à double équipage (ampères et volts) ou l'on munit un oscilloscope cathodique d'un dispositif spécial (t. III, p. 172) et l'on obtient simultanément les deux courbes. Ils montrent qu'en dehors du cas d'une résistance morte, il y a, pour tous les autres récepteurs, déphasage du courant par rapport à la tension.

B. — VALEURS EFFICACES

5. Définition de l'intensité efficace d'un courant alternatif. Conséquence.

a) Les effets dirigés ne peuvent pas nous renseigner sur la valeur moyenne de l'intensité d'un courant alternatif, et c'est ainsi que l'équipage d'un ampèremètre à cadre mobile reste pratiquement au zéro dès que la fréquence n'est pas très faible. Au contraire, l'effet Joule peut nous fournir une indication puisqu'il y a toujours chaleur dégagée quel que soit le sens du courant. Cela a conduit à définir, pour un courant alternatif, une intensité que l'on appelle *intensité efficace* (I) et qui ne peut être ni la valeur de l'intensité à une époque quelconque, ni la valeur de l'intensité maximale.

DÉFINITION. — **On appelle intensité efficace d'un courant alternatif l'intensité du courant continu qui, pendant la durée de chaque période, dégagerait dans le même conducteur la même quantité de chaleur que le courant alternatif considéré.**

Bien entendu, elle s'évalue en ampères comme toute intensité.

b) La définition même de l'intensité efficace entraîne une première conséquence de grande importance.

Tout conducteur de résistance *r*, siège d'un courant alternatif

d'intensité efficace I, est pendant le temps t le siège d'un dégagement de chaleur :

$$w = rI^2t, \text{ ou } q = 0{,}24\ rI^2t.$$

w en **joules** ; q en **calories** ; r en **ohms** ;
I en **ampères** ; t en **secondes.**

6. Mesure de l'intensité efficace.

Pour la même raison, l'intensité efficace se mesure à l'aide d'un ampèremètre thermique *gradué en courant continu* et, si c'est utile, muni d'un shunt.

Mais on peut également employer les ampèremètres à fer doux et les ampèremètres électrodynamiques qui ne sont pas polarisés.

7. Cas d'un courant sinusoïdal ; relation entre I et I_M.

Si l'intensité du courant est sinusoïdale, on démontre que :

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_M.$$

REMARQUE. — La relation précédente peut s'établir algébriquement ou graphiquement.

Pour employer la méthode graphique, représentons l'intensité i

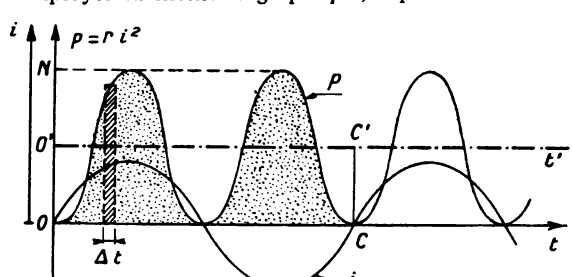


FIG. 4.

en fonction du temps t puis, avec le même axe des temps mais avec une échelle différente pour les ordonnées, le carré i^2 de l'intensité instantanée. On obtient ainsi une courbe située du côté positif (i^2 toujours positif) mais formée de deux fois plus d'alternances que la courbe représentative de i (fig. 4). La méthode d'analyse indiquée

dans la deuxième remarque (chap. XXVII, § 2) montre que cette courbe est encore une sinusoïde dont l'axe est $O't'$ parallèle à Ot et à distance $OO' = ON : 2$. Les boucles, qui se trouvent soit au-dessus de $O't'$, soit au-dessous, ont même aire.

En multipliant toutes les ordonnées par une certaine valeur r représentant la résistance d'un conducteur, la courbe ainsi construite représentera tout aussi bien, avec une nouvelle graduation de l'axe des ordonnées en valeurs ri^2, c'est-à-dire en watts, ce que nous pouvons appeler la *puissance instantanée* $p = ri^2$ fournie au conducteur sous forme d'effet Joule. Considérons alors une petite durée Δt, entourant l'époque t (mode de raisonnement déjà employé); pendant cette durée, l'énergie reçue par le conducteur de résistance r est $ri^2 . \Delta t$, et elle est représentée sur le diagramme par l'aire du petit rectangle couvert de hachures; l'énergie fournie par effet Joule pendant une période T sera donc représentée par l'aire grisée équivalente à l'aire du rectangle OO'C'C.

L'énergie fournie pendant une période est donc d'une part, rI^2T par définition de l'intensité efficace, et d'autre part $r\ I_M^2\ T$ puisque $OO' = ON : 2$. En rapprochant ces deux expressions, il vient :

$$rI^2T = r\ \frac{I_M^2}{2}\ T, \text{ soit } I = \frac{I_M^2}{2} \text{ et } I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}.$$

8. Différences de potentiel (ou tensions) efficaces et forces électromotrices efficaces.

On peut définir, de manière analogue à l'intensité efficace, une d. d. p. efficace (U) ou une f. é. m. efficace (E) pour une tension ou une f. é. m. alternatives. Ainsi :

La d. d. p. efficace d'une d. d. p. alternative est la d. d. p. constante qui fournit, dans la durée d'une période, la même quantité de chaleur à la même résistance morte que la d. d. p. alternative appliquée.

Et l'on définirait de manière analogue la f. é. m. efficace d'un alternateur.

Il en résulte qu'on mesure ces grandeurs à l'aide de voltmètres thermiques, munis au besoin de résistances additionnelles, *à la condi-*

tion essentielle que ces dernières soient des résistances dépourvues de toute inductance. On peut aussi employer, comme pour mesurer l'intensité, des appareils électrodynamiques et des appareils à fer

Enfin, si les tensions ou les forces électromotrices sont sinusoïdales, il existe, entre leurs valeurs efficaces et leurs valeurs maximales, des relations analogues à celles qui lient les intensités et l'on a :

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ U_M; \quad E = \frac{E_M}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ E_M.$$

U, U_M, E, E_M en **volts.**

REMARQUE IMPORTANTE. — Dans la suite, quand nous parlerons d'intensité d'un courant, de tension, de f. é. m., sans spécifier qu'il s'agit de leur valeur maximale, c'est toujours de la valeur efficace qu'il s'agira. Nous dirons, par exemple, qu'une distribution est faite sous 120 V à la fréquence 50 Hz. C'est que U = 120 V. Si l'on a besoin de la tension maximale, on la calcule; par exemple pour U = 120 V, on a :

$$U_M = U\sqrt{2} = 120 \times 1{,}41 = 170\ V.$$

RÉSUMÉ

A) **On peut déterminer expérimentalement les variations dans le temps d'une grandeur alternative à l'aide d'appareils appelés oscilloscopes quand ils donnent la simple vision du phénomène, et oscillographes s'ils en donnent un enregistrement photographique.**

B) **L'intensité efficace (symbole I) et la tension efficace (symbole U) sont définies par comparaison avec le phénomène continu qui produirait, pour la durée d'une période, le même effet joule dans la même résistance morte.**

C'est ainsi que la loi de Joule est applicable à l'intensité efficace :

$$W = rI^2t,$$
$$Q = 0{,}24\ rI^2t.$$

Ces grandeurs efficaces sont d'importance pratique fondamentale ; on les mesure à l'aide d'ampèremètres et de voltmètres non polarisés, gradués en courant continu.

Elles s'expriment simplement en fonction de leurs valeurs maximales respectives et pour des grandeurs sinusoïdales :

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_M;$$

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ U_M.$$

Exercices.

1. *Sachant que la f. é. m. maximale d'un alternateur est de* 170 V, *on demande de déterminer sa f. é. m. efficace.*

Rép. : 120 V.

2. *Un four de résistance* 6,5 Ω *est parcouru par un courant de valeur instantanée exprimée en ampères* : $i = 41 \sin 314\,t$. *On demande* :

a) *La puissance fournie ;*

b) *La quantité de chaleur dégagée pendant cinq minutes.*

Rép. : 5 460 W; 395 000 calories.

3. *Un radiateur de résistance* 24 Ω *est le siège d'un courant alternatif sinusoïdal d'intensité* $I = 5$ *A de fréquence* 50 *Hz. On demande* :

a) *D'exprimer l'intensité instantanée i en supposant qu'elle passe par la valeur zéro à l'origine du temps ;*

b) *La puissance qu'il consomme et la dépense horaire si l'énergie coûte* 0,15 F/kWh;

c) *Le nombre de thermies dégagées par heure et le prix de la consommation horaire, pour la même quantité de chaleur, d'un gaz de ville vendu* 0,05 F/th *livrée.*

Quel est le volume de gaz brûlé par heure s'il donne 4,25 th/m³?

Rép. : *a*) $i = 7{,}07 \sin 314\,t$; *b*) 600 W; 0,09 F/h; *c*) 0,52 th; 0,026 F/h; 122 l = 0,122 m³.

CHAPITRE XXIX

PUISSANCE EN COURANT ALTERNATIF

A. — PUISSANCE ACTIVE ET FACTEUR DE PUISSANCE

1. Définition de la puissance active (ou moyenne).

a) L'énergie électrique fournie par un courant alternatif peut, comme pour un courant continu, se transformer et faire briller des lampes, chauffer des fours, faire tourner des moteurs.

A chaque instant, la puissance fournie au récepteur a pour valeur $p = u \, . \, i$, si u et i sont respectivement sa tension aux bornes et l'intensité du courant reçu, mais cette puissance varie d'un instant à l'autre.

Il est alors intéressant de connaître celle qu'il faudrait fournir au récepteur, en courant continu, pour obtenir, dans le même temps, le même effet total (même énergie calorifique, même énergie mécanique) et cela a conduit à définir la *puissance active* (dite aussi *puissance moyenne*).

DÉFINITION. — **On appelle puissance active (P) fournie par un courant alternatif à une portion de circuit, la puissance constante qui fournirait, pendant la durée d'une période, une énergie égale**

à celle que fournit le courant alternatif dans le même temps. Elle se mesure en watts.

b) On définirait de manière analogue la *puissance active totale* d'un alternateur.

2. Expression de la puissance active.

Remarquons d'abord qu'en courant continu constant, sur un graphique représentant le courant fourni à un récepteur en fonction du temps (fig. 1), l'intensité est une droite parallèle à l'axe des temps

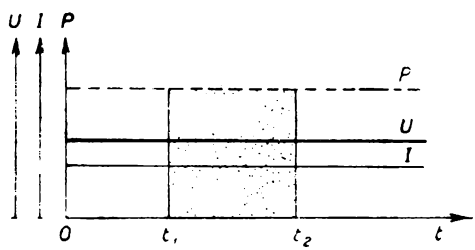


FIG. 1.

En multipliant à chaque instant l'intensité par la tension supposée également constante, on obtient une nouvelle droite dont les ordonnées ont la valeur constante UI. L'énergie W fournie entre deux époques t_1 et t_2 est donc représentée sur le graphique par l'aire du rectangle couvert de hachures, puisque

$$W = P\ (t_2 - t_1) = UI\ (t_2 - t_1).$$

En courant alternatif, les valeurs de i et de u sont variables à chaque instant mais nous pouvons, sur le diagramme qui les représente pour un certain récepteur, faire apparaître la courbe de la puissance instantanée $p = ui$, en la construisant point par point comme nous l'avons déjà fait dans des cas analogues. On obtient ainsi une sinusoïde qui présente quatre alternances par période T.

Sur ce diagramme, l'énergie $\Delta W = p.\Delta t$, fournie pendant une petite durée Δt entourant l'époque t, est représentée par un petit rectangle de largeur Δt et de hauteur $p = ui$ mais, suivant qu'il y a ou non déphasage du courant sur la tension, deux cas sont à distinguer.

Premier cas . Le courant et la tension sont en phase.

Dans ce cas. la sinusoïde représentative de la puissance instantanée est entièrement au-dessus de l'axe des temps. Son ordonnée maximale est $U_M I_M$, et l'énergie W_1 fournie pendant la durée d'une période est représentée par l'aire grisée (fig. 2). L'égalité des boucles

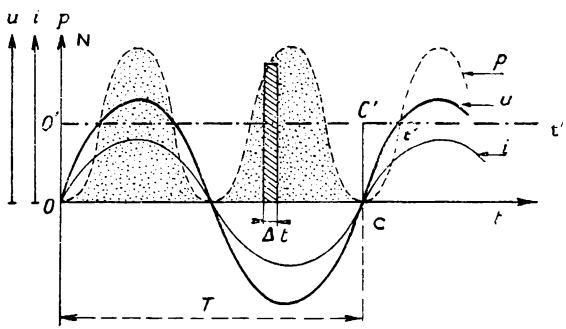


FIG. 2. — *i* et *u* en phase, décalage nul.

montre que l'énergie fournie pendant une période est représentée par l'aire du rectangle OO'C'C, c'est-à-dire qu'on obtiendrait le même effet en disposant de la *puissance constante* représentée par OO' = ON : 2, et l'on a, d'après la définition de la puissance active :

$$W_1 = P \times T = \frac{1}{2} U_M \times I_M \times T, \text{ soit } P = \frac{U_M \times I_M}{2}$$

Mais $\frac{U_M \times I_M}{2} = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \times \frac{I_M}{\sqrt{2}} = UI$, donc $P = UI$, et, dans ce cas, un voltmètre et un ampèremètre permettent de l'obtenir comme en courant continu.

Nous verrons qu'il en est ainsi quand le récepteur est seulement formé de résistances mortes, des lampes à incandescence par exemple.

Deuxième cas : Déphasage φ du courant sur la tension.

Si le courant est déphasé sur la tension, la sinusoïde représentative de la puissance, avec les mêmes échelles et les mêmes valeurs de U_M et de I_M, est identique à la précédente, *mais elle est déplacée vers le bas :* son axe O'*t'* s'est rapproché de O*t*.

L'énergie fournie pendant la petite durée Δ*t* est toujours repré-

sentée de la même manière, mais pour la durée d'une période celle W_1' fournie au récepteur est représentée par la différence des aires grisées qui se trouvent de part et d'autre de l'axe O*t*. Quand *u* et *i* sont de même signe, c'est-à-dire quand la puissance instantanée est *positive*, le récepteur *reçoit* de l'énergie; dans le cas contraire (et cela correspond sur la figure aux parties hachurées situées au-dessous de l'axe O*t*) la puissance instantanée est *négative* et le récepteur se comporte momentanément comme un générateur fournissant de l'énergie au secteur.

Au total, la puissance active est plus petite qu'avec un déphasage

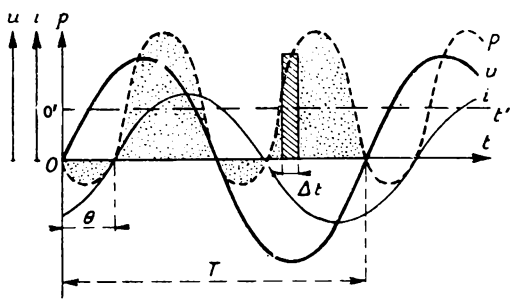


FIG. 3. — Déphasage φ, décalage θ.

nul (pour les mêmes valeurs de U et de I); en la représentant encore par P et si k est une constante comprise entre 0 et 1, on peut donc écrire : $P = UI \cdot k$, mais on démontre que, si les courants sont sinusoïdaux, $k = \cos\varphi$, si bien qu'en définitive, on a dans ce cas :

Puissance active : $P = UI \cdot \cos\varphi$.

P en **watts;** U en **volts;** I en **ampères.**

Si $\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$ et on retrouve ainsi le cas précédent (déphasage nul).

3. Puissance apparente.

S'il y a déphasage entre le courant et la tension, le produit UI ne mesure donc pas la puissance fournie au récepteur comme il le fait

en courant continu. On lui a donné le nom de *puissance apparente* qu'on représente par S et qu'on mesure en volts-ampères (abréviation VA), puisqu'il ne peut pas être question de la mesurer en watts. On a donc :

$$\text{Puissance apparente } S = UI.$$

U en **volts** ; I en **ampères** ; S en **volts-ampères.**

Exemple. — Un moteur est alimenté sous 240 V; il absorbe un courant de 50 A avec $\cos \varphi = 0{,}72$.

La puissance apparente du moteur est ;

$$S = UI = 240 \times 50 = 12\,000 \text{ VA} = 12 \text{ kVA};$$

la puissance active, celle qui fournit le travail mécanique et les pertes, a pour valeur :

$$P = UI \cos \varphi = 12\,000 \times 0{,}72 = 8\,640 \text{ W} = 8{,}64 \text{ kW}.$$

4. Facteur de puissance.

L'expression de la puissance active permet de définir le facteur k qu'on appelle *facteur de puissance* et souvent *cosinus* φ *du récepteur.*

Le facteur de puissance d'un récepteur est le nombre compris entre 0 et 1 par lequel il faut multiplier la puissance apparente pour obtenir la puissance active.

On a donc en définitive :

$$\cos \varphi = \frac{\text{Puissance active}}{\text{Puissance apparente}} = \frac{P}{S}$$

P en **watts** ou kW; S en **volts-ampères** ou kVA.

5. Cas particulier. Déphasage de 90 degrés.

Dans ce cas, $P = 0$ parce que $\cos 90^\circ = 0$, quelle que soit la puissance apparente $S = UI$. L'interprétation graphique montre qu'on est dans l'un des cas (*a*) ou (*b*) de la figure 4. La sinusoïde est située symétriquement par rapport à l'axe Ot ; les aires des boucles situées soit au-dessus, soit au-dessous de cet axe sont égales et leur différence qui représente la puissance active est nulle.

Nous verrons d'ailleurs qu'il n'en est jamais rigoureusement ainsi dans la pratique mais qu'on peut, dans certaines circonstances, se rapprocher de ce cas limite.

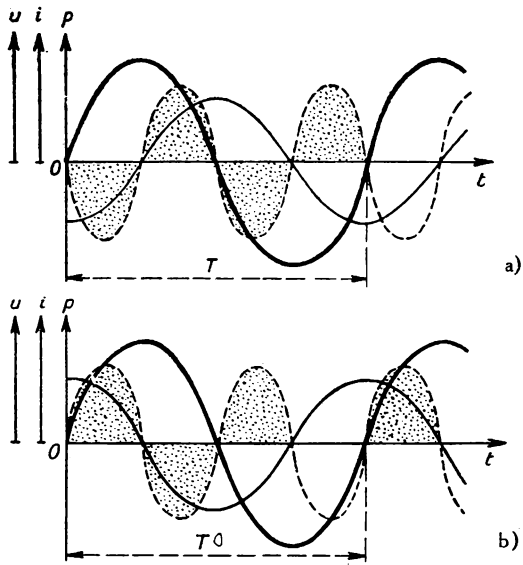


FIG. 4.

6. Mesure des puissances active et apparente et du facteur de puissance.

Un wattmètre gradué en courant continu mesure la puissance active.

Un voltmètre et un ampèremètre permettent de calculer la puissance apparente.

Enfin, les mesures simultanées de la puissance active P, de la tension U et de l'intensité I permettent de calculer le facteur de puissance puisque $\cos \varphi = P : UI$.

Il suffit donc, pour déterminer le facteur de puissance d'un récepteur dans des conditions données de fonctionnement, de faire

le montage de la figure 5 et de lire les indications fournies par les trois instruments.

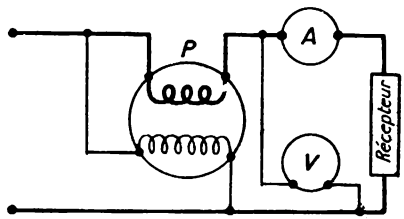


FIG. 5.

Exemple. — Un alternateur a une tension aux bornes U = 2 000 V; il débite une intensité I = 100 A; la puissance active qu'il fournit au récepteur est P = 140 kW. Quel est le facteur de puissance du récepteur?

$$P = 140 \text{ kW}; \quad S = 2\,000 \times 100 = 200\,000 \text{ VA} = 200 \text{ kVA};$$

$$\cos \varphi = \frac{140}{200} = 0{,}70.$$

B. — PUISSANCE RÉACTIVE THÉORÈME DE BOUCHEROT

7. Puissance réactive.

Soit un récepteur absorbant un courant ayant par exemple un déphasage retard sur la tension (c'est le cas d'un atelier avec ses moteurs, ses lampes, ses fours).

Plaçons sur une figure les vecteurs représentatifs I_M et U_M, ou mieux I et U puisque le passage des valeurs maximales aux valeurs efficaces ou inversement est facile. Le vecteur I (fig. 6) peut être décomposé en deux vecteurs rectangulaires : l'un de même direction que le vecteur U et appelé *composante active de l'intensité* (I_a), l'autre

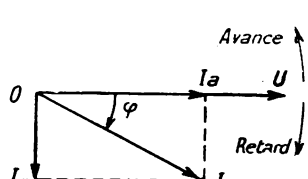


FIG. 6.

en retard de 90° sur le vecteur U et appelé *composante réactive de l'intensité* (I_r).

La figure montre que :

$$I_a = I \cos \varphi; \qquad I_r = I \cdot \sin \varphi.$$

En multipliant chacune des valeurs I_a et I_r par U, la première relation fait apparaître la puissance active :

$$P = UI \cos \varphi = UI_a,$$

tandis que la seconde fait apparaître une grandeur qu'on appelle *puissance réactive* et qu'on représente par Q.

$$Q = UI \sin \varphi = UI_r.$$

Pour un récepteur, la puissance active est toujours positive (il consomme des watts); cela se traduit mathématiquement par ce fait que cos φ est toujours positif, que φ (déphasage retard ou déphasage avance) est toujours compris entre 0 et 90°.

Il n'en est pas nécessairement de même pour ce que nous avons appelé puissance réactive, parce que sin φ est positif ou négatif suivant que l'angle φ (toujours compris entre 0 et 90°) est positif (déphasage retard) ou négatif (déphasage avance).

Dans le premier cas, $Q > 0$ (sin $\varphi > 0$, déphasage retard), *on dit que le récepteur reçoit de la puissance réactive* (et par conséquent de l'énergie réactive) par analogie avec la puissance active reçue ($P > 0$).

Dans le second cas, $Q < 0$ (sin $\varphi < 0$, déphasage avance), *on dit que le récepteur fournit de la puissance réactive au réseau* (et par conséquent de l'énergie réactive).

Il n'y a là qu'une forme de langage, mais la considération de la puissance réactive présente un gros intérêt à cause d'un théorème important auquel elle obéit et que nous établirons bientôt.

Remarquons pour l'instant qu'il ne saurait s'agir de l'évaluer en watts pas plus qu'en volts-ampères qui servent à compter respectivement la puissance active et la puissance apparente. Son unité est appelée *volt-ampère réactif* (abréviation : VAR).

Enfin $P^2 + Q^2 = U^2 (I_a^2 + I_r^2) = U^2 I^2$, et par conséquent $UI = S = \sqrt{P^2 + Q^2}$. On peut donc résumer par le tableau suivant :

$$P = UI\cos\varphi; \qquad Q = UI\sin\varphi; \qquad S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2};$$
$$\cos\varphi = \frac{P}{S}; \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P}. \qquad (1)$$

U en **volts** ; I en **ampères** ; P en **watts** ; Q en **VAR** ; S en **VA.**

8. Conservation des puissances active et réactive. Théorème de Boucherot.

a) Soit deux récepteurs montés en parallèle et recevant, sous la même tension U, les courants I′ et I″ déphasés de φ' et φ'' sur la tension. La règle de Fresnel permet de déterminer le module et le déphasage, sur la tension commune, du courant total *i* porté par la ligne à la distribution, car $i = i' + i''$ à chaque instant.

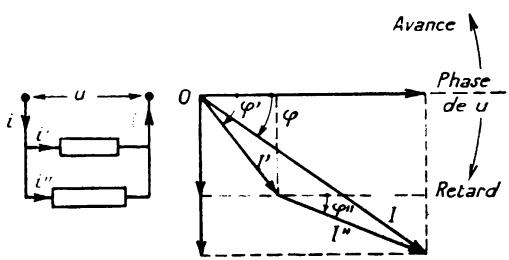


FIG. 7.

Représentons alors I′ et I″ (fig. 7) et leur résultante I. Avec les notations précédentes on voit que :

$$I\cos\varphi = I'\cos\varphi' + I''\cos\varphi'',$$

soit, en multipliant tous les termes par U pour faire apparaître les puissances actives :

$$UI\cos\varphi = UI'\cos\varphi' + UI''\cos\varphi''. \qquad (1)$$

De même :

$$I\sin\varphi = I'\sin\varphi' + I''\sin\varphi''$$

et

$$UI\sin\varphi = UI'\sin\varphi' + UI''\sin\varphi''. \qquad (2)$$

Dans chacun des premiers membres des relations (1) et (2) apparaissent les puissances actives puis réactives fournies à l'en-

semble des récepteurs; dans les seconds membres, les sommes de ces puissances active ou réactive fournies à chacun des récepteurs.

b) On peut aussi considérer deux récepteurs en série, et par conséquent traversés à chaque instant par le même courant. La loi des tensions fournit alors la relation

$$u = u' + u''$$

valable à chaque instant, et si le courant est déphasé en arrière

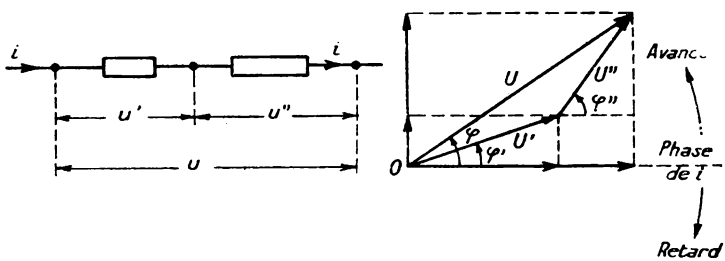


FIG. 8.

sur chacune des tensions u' et u'', la représentation vectorielle (fig. 8) donne de manière analogue :

$$U \cos \varphi = U' \cos \varphi' + U'' \cos \varphi''$$
$$U \sin \varphi = U' \sin \varphi' + U'' \sin \varphi''$$

puis en multipliant tous les termes par l'intensité I commune aux récepteurs :

$$UI \cos \varphi = U'I \cos \varphi' + U''I \cos \varphi'',$$
$$UI \sin \varphi = U'I \sin \varphi' + U''I \sin \varphi'',$$

dont la signification est immédiate, et l'on retrouve encore la conservation des puissances active et réactive.

Le fait est général, si bien qu'on peut énoncer le théorème suivant connu sous le nom de théorème de Boucherot :

Théorème de Boucherot. — **A fréquence constante, les puissances active et réactive fournies à un ensemble de récepteurs sont respectivement égales aux sommes des puissances actives et des puissances réactives fournies à chacun d'eux.**

On remarquera que *la puissance apparente, au contraire, ne se conserve pas.*

9. Application.

Le théorème de Boucherot permet de résoudre très simplement un grand nombre de problèmes sur le courant alternatif.

On l'applique en faisant le bilan, pour chacun des récepteurs, des puissances active et réactive et en appliquant les relations du paragraphe 7.

Exemple. — Un atelier est alimenté sous une tension de 200 V par un secteur de fréquence 50 Hz et il comprend :

a) Un moteur de 5 × 736 W, cos $\varphi = 0{,}72$ à pleine charge; rendement 80 %;

b) Un moteur de 10 × 736 W, cos $\varphi = 0{,}78$ à pleine charge; rendement 82 %;

c) Dix lampes de 100 W.

On demande l'intensité fournie par la ligne et le facteur de puissance de l'atelier, moteurs à pleine charge et lampes allumées.

Appareil	cos φ	tg φ	P en watts	Q = P tg φ Q en VAR	$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ S en VA
1er moteur.	0,72	0,96	$P_1 = \frac{5 \times 736}{0{,}8} = 4\,600$	$Q_1 = 4\,420$	
2e —	0,78	0,80	$P_2 = \frac{10 \times 736}{0{,}82} = 8\,975$	$Q_2 = 7\,180$	
Lampes ..	1	0	$P_3 = 10 \times 100 = 1\,000$	$Q_3 = 0$	
Atelier ...			$P = 14\,575$	$Q = 11\,600$	$S = 18\,610$

$$\text{Mais } S = UI, \text{ donc } I = \frac{S}{U} = \frac{18\,610}{200} = 93 \text{ A};$$

$$\cos \varphi_{At} = \frac{P}{S} = \frac{14\,575}{18\,610} = 0{,}782.$$

On vérifiera aisément que le facteur de puissance s'abaisse si les lampes sont éteintes, qu'il atteint 1 si les moteurs sont stoppés.

C. — INCONVÉNIENTS D'UN FAIBLE FACTEUR DE PUISSANCE

10. Surcharge du réseau.

a) Considérons d'abord un usager consommant la puissance active $P = UI \cos \varphi$. La ligne doit lui fournir un courant d'intensité $I = P : U \cos \varphi$. Sous tension constante, pour une certaine puissance P, l'intensité est donc d'autant plus grande que le facteur de puissance $\cos \varphi$ est plus faible. Par exemple, si $\cos \varphi = 1$, le courant appelé a pour valeur $I_1 = P : U$, mais si $\cos \varphi = 0{,}5$, il prend la valeur $I_2 = P : 0{,}5\ U = 2\ I_1$.

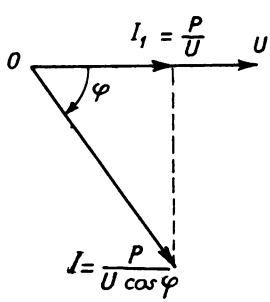


FIG. 9.

L'effet Joule qui dépend de l'intensité efficace est donc d'autant plus grand dans la ligne et dans l'induit de l'alternateur qui l'alimente que le facteur de puissance de l'installation considérée est plus faible. Autrement dit, un facteur de puissance petit entraîne des pertes supplémentaires pour la société distributrice. Pour les réduire (sans modifier $\cos \varphi$ du récepteur), il faut donc augmenter la section des conducteurs de ligne, celle de l'enroulement induit de l'alternateur. Bref, il y a *mauvaise utilisation du matériel électrique.*

b) Mais il y a également *mauvaise utilisation du matériel d'entraînement mécanique* de l'alternateur. Considérons en effet le réseau *dans son ensemble*, avec son facteur de puissance global $\cos \varphi_R$. L'intensité que l'alternateur peut débiter est limitée par les conditions d'échauffement à une certaine valeur I_c. Sous la tension constante U de la distribution, la puissance active fournie au réseau a la valeur correspondante $UI_c \cos \varphi_R$ et, si le rendement de l'alternateur est A, le moteur d'entraînement doit fournir la puissance mécanique $(1 : A)UI \cos \varphi_R$. Si l'on a adopté une certaine valeur de $\cos \varphi_R$ pour un fonctionnement normal, on a calculé le moteur, thermique par exemple, pour fournir cette puissance à pleine

charge, et c'est à pleine charge qu'il a son meilleur rendement. Si le facteur de puissance global du réseau diminue parce que les usagers ont eux-mêmes des installations à mauvais facteur de puissance, l'alternateur *atteint sa charge en ampères* pour une puissance mécanique relativement faible et le moteur thermique d'entraînement fonctionne dans de moins bonnes conditions : le rendement général s'abaisse, le coût du kilowatt-heure s'élève. Si l'alternateur est entraîné par une turbine hydraulique, au fil de l'eau, on doit laisser écouler de l'eau sans la faire travailler : on perd de l'énergie.

11. Inconvénients pour l'usager.

Comme pour le secteur, un faible cos φ entraîne pour l'usager une mauvaise utilisation de son matériel électrique puisque, pour la même puissance utilisée, les pertes par effet Joule sont plus grandes.

De plus, une véritable pénalisation lui est imposée pour un mauvais facteur de puissance parce que la compagnie productrice se dédommage de la mauvaise utilisation de son matériel en majorant d'autant plus le prix du kilowatt-heure que le cos φ de l'usager est plus faible, par exemple de :

1 à 5 % pour $0{,}7 < \cos\varphi < 0{,}8$,
5 à 10 % pour $0{,}6 < \cos\varphi < 0{,}7$,
10 à 15 % pour $0{,}5 < \cos\varphi < 0{,}6$.

Elle peut même se réserver le droit de couper le courant si le facteur de puissance descend au-dessous d'une certaine valeur (0,5 par exemple).

12. Amélioration du facteur de puissance.

a) Chaque abonné a donc intérêt à améliorer son facteur de puissance et il améliore en même temps le facteur de puissance global du réseau. Il revient au même de dire qu'il a intérêt à diminuer l'énergie réactive qu'il consomme.

Il devra d'abord ne jamais employer de moteurs à courant alternatif sous faible charge par rapport à leur charge normale.

Ainsi, ne pas laisser tourner une meule quand elle n'est pas employée parce que le moteur qui l'entraîne ne travaille pratiquement pas. Il y a intérêt, dans le même but, à entraîner les machines par des moteurs individuels et d'adapter leur puissance au travail normal de la machine. Enfin le type des moteurs employés a de l'importance, nous le verrons plus tard.

b) Dans les meilleures conditions possibles, le facteur de puissance d'une installation a par exemple la valeur 0,75. On peut alors l'améliorer en diminuant la composante réactive du courant absorbé, ce qui soulagera le réseau et abaissera la tarification, ou, dans un autre mode de langage, en compensant la puissance réactive consommée. Si celle-ci est positive (puissance réactive absorbée par le récepteur), l'usager devra créer sur place de la puissance réactive négative, c'est-à-dire fournie au réseau, de manière à assurer, au moins partiellement, une compensation.

Deux moyens sont à sa disposition : l'utilisation d'une batterie de condensateurs (chap. XXXI, § 5), ou bien celle d'un moteur synchrone dans certaines conditions de fonctionnement.

13. Détermination du facteur de puissance moyen d'une installation réceptrice.

En général la consommation varie au cours de la journée et la tarification ne peut se faire que si les services comptables du réseau connaissent le facteur de puissance moyen (cos φ_{moy}) au cours de la fourniture, pour une période de deux mois par exemple.

Pour cela, deux compteurs sont installés : un *compteur d'énergie active* et un *compteur d'énergie réactive*.

Soit P la puissance active moyenne et Q la puissance réactive moyenne, pendant la durée t de la fourniture. Les énergies correspondantes $W_a = P \times t$, et $W_r = Q \times t$ ont été enregistrées.

Comme $P = UI \cos \varphi_{moy}$, $Q = UI \sin \varphi_{moy}$, on voit que $\text{tg } \varphi_{moy} = \dfrac{Q}{P} = \dfrac{W_r}{W_a}$, d'où cos φ_{moy}. Les tables de tarification peuvent donc être dressées soit avec les valeurs de cos φ_{moy}, soit avec celles de tg φ_{moy}.

Par exemple, si $W_a = 75\,000$ kWh et $W_r = 68\,500$ kVARh, $\text{tg } \varphi_{moy} = 0{,}91$, $\cos \varphi_{moy} = 0{,}74$.

Graphiquement, en représentant à la même échelle 1 kWh ou 1 kVARh, il suffit de porter les valeurs de W_a et de W_r sur deux axes rectangulaires (fig. 10); l'hypoténuse du triangle fournit l'énergie apparente W et, par conséquent, la puissance apparente moyenne ainsi que l'angle φ.

14. Évaluation de la puissance d'un alternateur.

En courant continu, la puissance d'une dynamo s'évalue en watts (ou en kW).

En alternatif, la plaque signalétique porte un certain nombre de VA ou de kVA.

En effet, l'alternateur est fait pour tourner à vitesse invariable (la fréquence doit être maintenue constante) et pour débiter sous une certaine tension U. Il a, à pleine charge, un débit I_c limité par les conditions d'échauffement et sa puissance apparente maximale est donc UI_c.

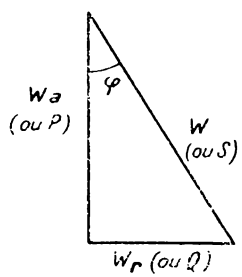


FIG. 10.

Quand il débite « à plein courant », il livre la puissance active $P = UI_c \cos \varphi_R$ qui peut, à la limite, être presque nulle si le facteur de puissance du réseau, $\cos \varphi_R$, est très petit. C'est donc seulement la puissance apparente que le constructeur peut garantir.

RÉSUMÉ

A) **La puissance active (ou puissance moyenne) absorbée par un récepteur ou fournie par un générateur est inférieure ou au plus égale au produit** UI **de la tension efficace et du courant efficace; elle a pour valeur :**

$$P = UI \cos \varphi \text{ (unité : le } \textbf{watt}\text{).}$$

φ **est le déphasage entre le courant et la tension.**
$\cos \varphi$ **est appelé facteur de puissance.**

On appelle puissance apparente le produit UI.

$$S = UI \text{ (unité : le } \textbf{volt-ampère}\text{).}$$

On détermine expérimentalement ces grandeurs à l'aide d'un wattmètre, d'un voltmètre et d'un ampèremètre.

B) **Par définition, un récepteur fournit de la puissance réactive quand le courant absorbé est déphasé en avant sur la tension appliquée ; il en absorbe si le déphasage est en arrière. Elle a pour valeur :**

$$Q = UI \sin \varphi$$ (unité : le **volt-ampère réactif).**

La notion de puissance active et de puissance réactive est très importante car ces grandeurs se conservent séparément, tandis que la puissance apparente ne se conserve pas.

C) **Le mauvais facteur de puissance d'une installation présente de graves inconvénients pour l'usager et pour le secteur. C'est pourquoi il est intéressant de l'améliorer.**

Exercices

1. *La plaque d'un alternateur porte les indications* 15 *kVA*, 220 *V ; déterminer son courant nominal.*

Quelles sont les puissances active et réactive qu'il fournit lorsqu'il débite ce courant nominal dans un récepteur dont le facteur de puissance est 0,75 ?

Rép. : 68 A; 11 250 W; 9 900 VAR.

2. *Un moteur développe, à la vitesse de* 1 450 tr/mn, *un couple de* 22,6 m. N, *avec un rendement de* 0,8 *et un facteur de puissance de* 0,76. *On demande :*

a) *Les puissances active, réactive et apparente absorbées au réseau ;*

b) *Le courant absorbé si la tension d'alimentation est de* 200 V.

Rép. : 4,3 kW; 3,6 kVAR; 5,65 kVA; 23,2 A.

3. *Une petite installation est alimentée sous une tension de* 110 V *par un secteur de fréquence* 50 Hz *et elle comprend :*

a) *Dix lampes de* 50 W;

b) *Deux moteurs de* 2,2 kW, *présentant à pleine charge un rendement de* 0,75 *et un facteur de puissance de* 0,65.

On demande l'intensité fournie par la ligne et le facteur de puissance de l'installation, moteurs à pleine charge et lampes allumées.

Rép. : 85 A; 0,68.

4. *Les compteurs d'énergie active et réactive placés sur le tableau d'alimentation d'une usine indiquent* 345 kWh *et* 332 kVARh *pour une journée ; on demande le facteur de puissance moyen de l'usine.*

Rép. : 0,72.

CHAPITRE XXX

PHASE ET INTENSITÉ EFFICACE DANS UN BRIN DE CIRCUIT

(Résistance, inductance ou capacité.)

NATURE DU PROBLÈME

On applique une tension alternative à un récepteur — résistance pure, inductance pure ou condensateur — et l'on se propose de déterminer la différence de phase entre le courant et la tension, ainsi que l'intensité efficace I du courant fourni. Ce problème

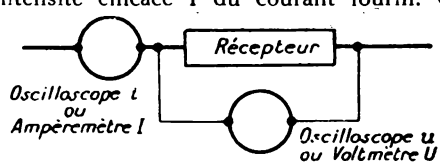


FIG. 1.

peut être traité soit par le calcul, soit expérimentalement; nous adopterons, pour l'instant, ce deuxième procédé.

Pour chacun de ces récepteurs élémentaires alimentés d'abord isolément, les valeurs instantanées *u* et *i* de la tension et de l'intensité

peuvent être fournies simultanément, en fonction du temps, par un oscilloscope double; les valeurs efficaces U et I peuvent être mesurées à l'aide d'un voltmètre et d'un ampèremètre thermiques; les montages nécessaires sont représentés par la figure 1.

A. — CAS D'UNE RÉSISTANCE PURE

1. Définition de la résistance pure.

C'est un conducteur passif, supposé dépourvu de toute inductance, de toute capacité et par conséquent défini uniquement, en courant continu, par sa résistance R; on l'appelle aussi, parfois, *résistance non inductive.*

En réalité ce n'est qu'un cas idéal, car tout conducteur crée un champ dans l'espace qui l'environne et possède, de ce fait, une certaine inductance, mais elle est, dans certains cas, si faible qu'on peut la négliger, au moins dans le cas des basses fréquences. De même, deux portions voisines d'un même circuit peuvent être considérées comme deux armatures d'un condensateur, mais les effets de capacité qui en résultent sont souvent négligeables, au moins encore dans le cas des basses fréquences. Au total, des lampes à incandescence, des rhéostats, des résistances chauffantes peuvent être pratiquement considérés comme des résistances pures.

2. Déphasage et intensité efficace.

a) Les diagrammes fournis par l'oscillographe double (fig. 2) montrent que l'intensité *i* du courant s'annule en même temps que la tension *u*.

RÈGLE DE DÉPHASAGE. — **L'intensité du courant dans une résistance pure est en phase avec la tension (ou d. d. p.) entre ses bornes.**

b) Si l'on mesure l'intensité efficace I pour différentes valeurs de U, on constate que l'on a, dans le domaine des basses fréquences, comme en courant continu, $I = U : R$. En résumé :

$$I = \frac{U}{R}, \text{ d'où } U = RI.$$

U en **volts** ; R en **ohms** ; I en **ampères.**

$$\varphi = 0; \cos \varphi = 1.$$

3. Valeurs instantanées et représentations vectorielles.

a) Les valeurs instantanées peuvent alors s'écrire :

$$u = U_M \sin \omega t = U \sqrt{2} \sin \omega t;$$
$$i = I_M \sin \omega t = I \sqrt{2} \sin \omega t.$$

b) Chacune de ces deux grandeurs sinusoïdales est représentable par un vecteur tournant de longueur proportionnelle à U_M et à I_M ou bien à U et I elles-mêmes proportionnelles à U_M et à I_M. Si l'on

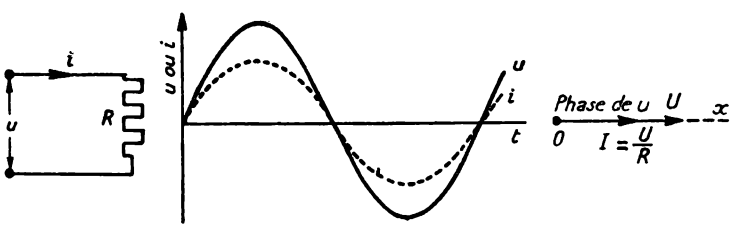


FIG. 2.

fixe les vecteurs, par exemple à l'une des époques auxquelles celui de U représentatif de la tension *u* passe par l'origine des phases direction Ox (fig. 2), le vecteur I représentatif de l'intensité a la même direction.

4. Facteur de puissance; puissances active (P) et réactive (Q).

Puisque $\varphi = 0$,

$$\cos \varphi = 1; \quad P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}; \quad Q = 0.$$

Toute la puissance reçue apparaît en chaleur comme dans une résistance morte en courant continu.

REMARQUE. — La résistance R d'un conducteur se calcule, pour les fréquences industrielles, à l'aide de la formule habituelle $R = \rho (l : s)$. Si la tension appliquée est de haute fréquence (des milliers, des millions de hertz), le courant est rejeté à la périphérie

des conducteurs et circule surtout dans une pellicule superficielle qui fait dire qu'il y a « effet de peau »; dans ces conditions, la relation précédente n'est plus applicable et la résistance se calcule à l'aide d'une formule plus compliquée qui n'intéresse que les radiotechniciens.

B. — CAS D'UNE INDUCTANCE PURE

5. Définition de l'inductance pure.

On appelle inductance pure, un conducteur doué d'inductance mais de résistance nulle; elle est alors définie, en courant continu, par une valeur $\mathcal{L}$.

Il n'y a pas, en toute rigueur, d'inductance pure parce que tout conducteur possède une certaine résistance électrique. On peut cependant réaliser des bobines ayant de l'inductance et une résistance aussi petite qu'on le désire : il suffit pour cela de choisir pour le conducteur qui la forme une section suffisante, mais en accroissant la section on augmente la masse de métal et par conséquent le prix. Bref, une self donnée coûte d'autant plus cher que sa résistance est plus faible.

6. Déphasage, intensité efficace, réactance d'induction.

a) L'oscillographe double montre (fig. 3) que l'intensité dans une bobine de self est toujours en retard sur la tension aux bornes et que ce *retard* est pratiquement égal à T : 4 si la résistance est

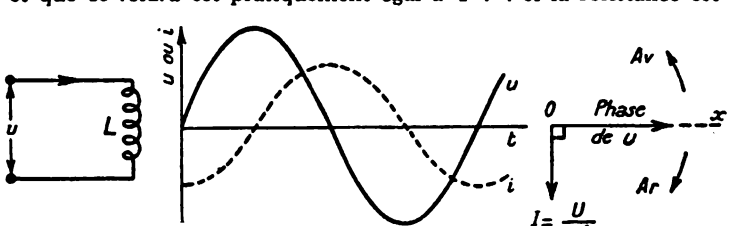


FIG. 3.

négligeable; le déphasage est donc *arrière* et de 90°. L'étude mathématique confirme ce résultat.

RÈGLE DU DÉPHASAGE. — **L'intensité du courant dans une inductance pure présente un déphasage arrière de 90° sur la tension aux bornes.**

b) Si l'on a la possibilité de faire varier successivement U, ω et $\mathcal{L}$, on constate que :

L'intensité efficace I est proportionnelle à la tension aux bornes, mais inversement proportionnelle à la pulsation et à l'inductance.

En résumé :

$$I = \frac{U}{\omega \mathcal{L}}, \qquad \text{d'où} \quad U = \omega \mathcal{L} I.$$

U en **volts** ; ω en **rd/s** ; $\mathcal{L}$ en **henrys** ; I en **ampères**.

$\varphi = 90°$, arrière *i* sur *u*.

c) Le produit $\omega\mathcal{L}$ caractérise l'inductance pure en courant alternatif; on l'appelle **réactance d'induction.** Il joue le même rôle *mathématique* dans l'expression $I = U : (\omega\mathcal{L})$ que la résistance dans l'expression $I = U : R$, et on peut obtenir sa valeur $\omega\mathcal{L} = U : I$ comme on obtient celle d'une résistance $(R = U : I)$; cela explique qu'on ait décidé de l'évaluer en ohms, mais il n'y a là qu'analogie de formes algébriques. Bref, on a :

Réactance d'induction $= \omega\mathcal{L}$.

ω en **rd/s** ; $\mathcal{L}$ en **henrys** ; $\omega\mathcal{L}$ en **ohms**.

Exemple : $\omega = 314$ rd/s; $\mathcal{L} = 1$ H; $\omega\mathcal{L} = 314 \times 1 = 314\ \Omega$.

Pour U = 120 V, I = 120 : 314 = 0,38 A.

Remarquons le rôle important de la fréquence : *la réactance d'induction lui est proportionnelle.* Si pour l'inductance précédente la fréquence passe de 50 à 500 000, la réactance devient aussi dix mille fois plus grande, soit 3,14 MΩ; pour une même tension, l'intensité devient donc dix mille fois *plus faible* et c'est la raison pour laquelle les radiotechniciens disent parfois qu'une self « bloque » les courants de haute fréquence.

d) Les phénomènes d'induction électromagnétique expliquent l'effet d'une inductance en courant alternatif.

Nous avons vu (chap. XXIV, § 7) que toute variation du courant dans un circuit entraîne la production d'une force électromotrice d'auto-induction, dont l'effet s'oppose à la variation du courant

initial. En courant alternatif, ce phénomène d'auto-induction se produit de manière incessante et joue un double rôle : il *étouffe* le courant et retarde ses variations par rapport à celles de la tension aux bornes.

7. Valeurs instantanées et représentations vectorielles.

a) Puisque le courant passe par sa valeur maximale *plus tard* que la tension aux bornes, on a :

$$u \quad U_M \sin \omega t \quad U\sqrt{2} \sin \omega t ;$$

$$i \quad I_M \sin \omega \left(t - \frac{T}{4} \right) \quad I_M \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad I\sqrt{2} \left(\sin \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

b) Si l'on trace le vecteur U à l'une des époques auxquelles il passe par l'origine des phases, le vecteur I se trouve en quadrature arrière (fig. 3).

8. Facteur de puissance; puissances active (P) et réactive (Q).

Puisque $\varphi \quad 90^\circ$,

$$\cos \varphi \quad 0; \quad P \quad 0; \quad Q \quad \omega L I^2 = \frac{U^2}{L\omega}.$$

L'inductance pure ne consomme rien et cela nous paraît naturel puisqu'elle ne produit ni chaleur, ni travail mécanique, ni corps chimiques nouveaux. Le wattmètre qui serait branché sur elle marquerait zéro; le compteur qui serait chargé d'enregistrer l'énergie active reçue ne tournerait pas. Cela montre la différence profonde entre la résistance électrique et la réactance d'induction, bien qu'on les évalue l'une et l'autre en ohms : la réactance d'induction n'entraîne pas d'effet Joule.

Si l'on se reporte à la figure 4 du chapitre précédent, on voit que la puissance reçue par une inductance pure (cas de la quadrature arrière) est tantôt positive et tantôt négative; c'est dire que l'inductance pure tantôt reçoit de l'énergie, tantôt en fournit. Dépourvue de résistance, elle ne transforme pas d'énergie électrique en chaleur mais elle crée dans l'espace qui l'environne un champ magnétique et par conséquent un champ d'induction qui vont en croissant quand le courant croît, passent par une valeur maximale quand l'intensité

du courant est maximale puis diminuent et s'annulent pour s'établir en sens inverse. Or, nous avons vu (chap. XXIV, § 11) que l'établissement d'un tel champ nécessite une certaine énergie d'ailleurs libérée quand le champ disparaît. Le générateur qui entretient la tension aux bornes de l'inductance pure fournit donc cette énergie $\frac{1}{2}\mathscr{L} I_M^2$ pendant un quart de période, quand u et i sont de même signe (du même côté de l'axe des temps, sur le diagramme de l'oscillographe double), mais l'inductance la restitue au réseau pendant le quart de période qui suit. Au total, le réseau ne fournit aucune énergie à l'inductance pure et c'est pour cela que la puissance active est nulle.

C. — CAPACITÉ PURE

9. Définition de la capacité pure.

C'est un condensateur idéal dont le diélectrique n'a donc aucune conductibilité (chargé par une source de tension continue *puis isolé*, il conserverait indéfiniment sa charge). La tension est appliquée directement à ses armatures (ou par des conducteurs de résistance et d'inductance négligeables). Il est alors, en courant continu, uniquement caractérisé par sa capacité C.

10. Déphasage, intensité efficace, réactance de capacité.

a) Les courbes fournies par l'oscillographe double (fig. 4) montrent

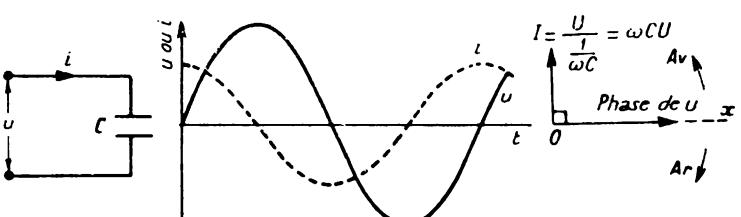


FIG. 4.

que l'intensité du courant est *en avance* de T : 4 sur la tension, soit un déphasage *avance* de 90°.

RÈGLE DU DÉPHASAGE. — **L'intensité du courant fourni à une capacité pure présente un déphasage avance de 90° sur la tension aux bornes.**

b) Si l'on peut faire successivement varier U, ω et C, on constate que :

L'intensité efficace I est proportionnelle à la pulsation, à la capacité, à la tension.

En résumé :

$$I = \omega CU = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}}, \qquad \text{d'où} \quad U = \frac{I}{\omega C}.$$

U en **volts** ; ω en **rd/s** ; C en **farads** ; I en **ampères.**

$\varphi = 90°$, avance i sur u.

c) La grandeur $1 : \omega C$ caractérise la capacité pure en courant alternatif; on l'appelle **réactance de capacité.** Elle joue le même rôle mathématique dans l'expression $I = U/(1 : \omega C)$ que la résistance dans l'expression $I = U : R$, et cela explique qu'on l'évalue en ohms, comme une réactance d'induction. Mais il n'y a encore là qu'analogie de formes algébriques. On a donc :

$$\text{Réactance de capacité} = \frac{1}{\omega C}.$$

ω en **rd/s** ; C en **farads** ; $1 : \omega C$ en **ohms.**

Exemple. $\omega = 314$ rd/s; $C = 1\ \mu F$; $\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314} = 3\,185\ \Omega$.

Pour $U = 120$ V; $I = 120 : 3\,185 = 0{,}037$ A $= 37$ mA.

La réactance de capacité est inversement proportionnelle à la fréquence. Ainsi, pour le condensateur précédent, si la fréquence passe de 50 à 500 000, la réactance devient dix mille fois plus faible et prend une valeur voisine de $0{,}32\Omega$. C'est ce qui permet de bloquer un courant continu à l'aide d'un condensateur, tandis qu'il laisse s'écouler un courant à haute fréquence, d'où de nombreux usages en télégraphie et en téléphonie avec ou sans fil.

d) Le courant observé dans la partie du circuit qui alimente le condensateur s'explique par les charges et les décharges successives du condensateur; il se charge et se décharge en effet une fois par

période et ce sont ces $2f$ courants de charge et ces $2f$ courants de décharge par seconde qu'un ampèremètre thermique enregistre.

11. Valeurs instantanées et représentations vectorielles.

Puisque le courant passe par sa valeur maximale *avant* la tension aux bornes, on a :

$$u = U_M \sin \omega t = U\sqrt{2} \sin \omega t ;$$

$$i = I_M \sin \omega \left(t + \frac{T}{4}\right) = I_M \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I\sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Si nous traçons le diagramme tournant à l'une des époques auxquelles le vecteur U passe par l'origine des phases, le vecteur I lui est perpendiculaire mais il est, par rapport à lui, en quadrature avance (fig. 4).

12. Facteur de puissance; puissances active (P) et réactive (Q).

Puisque $\varphi = 90^\circ$,

$$\cos \varphi = 0; \quad P = 0; \quad Q = \frac{I^2}{\omega C} = \omega C U^2.$$

Comme pour l'inductance pure, le wattmètre qui serait branché sur la capacité pure marquerait zéro; le compteur d'énergie active ne tournerait pas. Cela montre la différence profonde entre la résistance électrique et la réactance de capacité, bien qu'on les évalue l'une et l'autre en ohms; la réactance de capacité n'entraîne pas d'effet Joule dans le condensateur.

Si l'on se reporte à la figure 4 du chapitre précédent, on voit que la puissance reçue par la capacité pure (cas de la quadrature avance) est tantôt positive et tantôt négative avec des valeurs opposées. Comme dans le cas de l'inductance pure, c'est donc que la portion de circuit considérée tantôt reçoit de l'énergie, tantôt en restitue. Cela s'explique par ce fait qu'un condensateur chargé tient de l'énergie en réserve. Pendant qu'il se charge, c'est alors la source qui débite cette énergie, mais elle la récupère intégralement pendant que le condensateur se décharge.

D. — APPLICATIONS

13. Définition de l'impédance.

Ce qui précède permet de traiter tous les problèmes relatifs à des groupements de récepteurs des trois types précédents et qu'on représentera, avant toute autre chose, par le schéma équivalent.

Pour une tension efficace U appliquée aux bornes du groupement, nous calculerons l'intensité efficace I du courant *fourni à l'ensemble* et le déphasage φ de ce courant sur la tension.

Pour chaque problème, nous mettrons I sous la forme :

$$I = \frac{U}{Z}$$

comparable à celle I = U : R de la loi d'Ohm applicable en courant continu pour une résistance morte.

La grandeur Z ainsi définie et qui dépendra en général des valeurs des résistances, des inductances, des capacités du circuit et de la pulsation (donc de la fréquence), est appelée *impédance* du circuit.

L'impédance n'est pas, physiquement, une résistance électrique, pas plus qu'une réactance, mais, comme la réactance d'induction, comme la réactance de capacité, elle s'évalue en ohms et on l'appelle parfois résistance apparente.

Elle permet de calculer la tension qu'il faut appliquer aux bornes du circuit quand le courant total a la valeur efficace I, puisque la relation qui la définit s'écrit encore :

$$U = ZI.$$

Bref, *l'impédance joue pour les valeurs efficaces le même rôle que la résistance en courant continu ;* on peut expérimentalement l'obtenir en mesurant U et I et en la calculant par la relation :

$$Z = \frac{U}{I}.$$

On voit immédiatement, en se reportant aux trois cas fondamentaux précédemment étudiés, qu'elle se réduit respectivement à R, à $\omega\mathcal{L}$ et à $1 : \omega C$ pour une résistance, une inductance et une capacité pures.

Son calcul à partir des données du montage, ainsi que celui du déphasage, peuvent se faire par deux procédés.

14. 1° Emploi du polygone de Fresnel.

Les résultats obtenus pour les trois récepteurs types permettent de placer les vecteurs représentatifs de même espèce, tensions ou intensités, dont il faut déterminer la résultante géométrique pour obtenir le vecteur représentatif d'une somme de tensions ou d'intensités sinusoïdales de même pulsation. Pour orienter convenablement ces vecteurs composants, *il faut d'abord* faire choix d'une demi-droite origine des phases. Il est ensuite commode de rapporter l'orientation de tous les vecteurs à celle de l'un d'eux, vecteur courant ou vecteur tension, qu'on supposera sur la demi-droite origine à l'instant auquel on trace le polygone. Le choix de ce vecteur fondamental se fait en appliquant la règle suivante :

Quand les éléments du groupement sont en série, tous sont traversés au même instant par le même courant dont on prend le vecteur représentatif pour origine; le polygone est alors construit sur des vecteurs tensions.

Quand les éléments du groupement sont en parallèle, tous sont soumis au même instant à la même tension dont on prend le vecteur représentatif pour origine; le polygone est alors construit sur des vecteurs intensités.

Les problèmes traités dans le chapitre suivant habitueront à l'utilisation de cette méthode.

15. 2° Emploi du théorème de Boucherot.

a) On sait qu'en courant alternatif, les puissances active et réactive se conservent respectivement. Rappelons d'autre part qu'avec les notations précédentes, les puissances active (P), réactive (Q) et apparente (S) ont respectivement pour expression :

$$P = UI \cos \varphi; \quad Q = UI \sin \varphi; \quad S = UI,$$

d'où l'on tire immédiatement

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}; \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Il est enfin facile de lier l'impédance Z à la puissance apparente. Il suffit en effet de remplacer successivement U par sa valeur ZI,

puis I par sa valeur U : Z, pour obtenir $S = ZI^2$, puis $S = U^2 : Z$. On a donc, en définitive :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}, \quad Z = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{I^2}, \quad \text{ou} \quad Z = \frac{U^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}},$$

et tout revient à calculer d'abord P et Q.

b) C'est à ce calcul qu'on emploie le théorème de Boucherot comme nous l'avons déjà fait (chap. XXIX, § 9). Il suffit de dresser successivement le bilan de la puissance active pour chacun des éléments du montage, puis de la puissance réactive. Ce montage ne renfermant aucun moteur, les puissances actives individuelles se réduisent à des effets Joule. Les puissances réactives correspondent aux réactances d'induction ou de capacité pour lesquelles la puissance active est nulle et l'on doit compter positivement les premières, négativement les secondes. Cela tient à ce que le déphasage φ du courant sur la tension doit être compté positivement ou négativement, suivant qu'il faut faire tourner le vecteur représentatif I du courant dans le sens avance (*positif*) ou arrière (*négatif*) pour le placer dans la même direction que le vecteur représentatif U de la tension. Les figures 3 et 4 montrent alors que φ est positif $\left(\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}\right)$ pour l'inductance pure et négatif $\left(\varphi = -90^\circ = -\frac{\pi}{2}\right)$ pour une capacité pure et comme le sinus d'un angle compris entre 0 et 90° a même signe que l'angle, la

(1) Élément du montage	(2) Puissance active individuelle	(3) Puissance réactive individuelle
Résistance R.....	$R\,\mathcal{J}^2$ ou $\frac{\mathcal{U}^2}{R}$	0
Inductance $\mathcal{L}$.....	0	$\omega\mathcal{L}\,\mathcal{J}^2$ ou $\frac{\mathcal{U}^2}{\omega\mathcal{L}}$
Capacité C.....	0	$-\frac{\mathcal{J}^2}{\omega C}$ ou $-\omega C\mathcal{U}^2$

puissance réactive UI sin φ est alors positive pour une inductance, négative pour une capacité.

En représentant *exceptionnellement* par $\mathcal{I}$ et par $\mathcal{U}$ l'intensité efficace et la tension efficace aux bornes d'un élément du montage, on trouvera donc, dans le bilan des puissances, des puissances individuelles que résume le tableau ci-dessus.

On doit employer la forme en $\mathcal{I}^2$ ou la forme en $\mathcal{U}^2$ suivant que les éléments sont traversés par le même courant (en série) ou placés sous la même tension (en parallèle). Les sommes des termes des colonnes (2) et (3) fournissent respectivement P et Q.

RÉSUMÉ

A) **Le courant absorbé par une résistance morte alimentée en alternatif est en phase avec la tension appliquée à ses bornes et a pour valeur efficace :**

$$I = \frac{U}{R}.$$

Toute la puissance reçue est transformée en chaleur, tandis que la puissance réactive échangée avec le réseau est nulle.

B) **Le courant absorbé par une inductance pure est en retard de 90° sur la tension appliquée :**

$$I = \frac{U}{\omega \mathcal{L}}.$$

$\omega\mathcal{L}$: **réactance d'induction, s'exprime en ohms.**

La puissance active absorbée est nulle, tandis que la puissance réactive absorbée a pour valeur :

$$Q = \omega \mathcal{L} I^2.$$

C) **Le courant absorbé par une capacité pure est en avance de 90° sur la tension appliquée :**

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C U.$$

$\frac{1}{\omega C}$: **réactance de capacité, s'exprime en ohms.**

La puissance active absorbée est nulle, tandis que la puissance réactive fournie a pour valeur :

$$Q = \frac{I^2}{\omega C} = \omega C U^2.$$

D'une façon générale, on appelle impédance d'un circuit la grandeur :

$$Z = \frac{U}{I}.$$

On l'exprime en ohms.

Tout problème concernant un groupement de résistances, inductances et capacités, peut être résolu, soit par le diagramme de Fresnel, soit par la méthode de Boucherot.

Exercices

1. *Une lampe de* 50 *W fonctionne normalement sous* 110 *V en courant alternatif. On demande :*

a) *Sa résistance intérieure ;*

b) *Le courant qu'elle absorbe.*

Rép. : 242 Ω; 0,45 A.

2. *Une bobine de résistance négligeable et d'inductance* $\mathcal{L}$ = 120 *mH, est alimentée sous une tension alternative de* 110 *V et de fréquence* 50 *périodes par seconde. On demande :*

a) *Sa réactance d'induction ;*

b) *Le courant qu'elle absorbe,*

c) *Les puissances active et réactive absorbées.*

Rép. : 38 Ω; 2,9 A; P = 0; Q = 320 VAR.

3. *Un condensateur de capacité* 50 μF *est alimenté sous une tension alternative de* 220 V *et de fréquence* 50 *cycles par seconde. On demande :*

a) *Sa réactance de capacité ;*

b) *Le courant qu'il absorbe ;*

c) *Les puissances active et réactive.*

Rép. : 63,7 Ω; 3,46 A; P = 0; Q = 761 VAR.

CHAPITRE XXXI

PHASE ET INTENSITÉ DANS DES GROUPEMENTS DE RÉCEPTEURS

Nous supposerons d'abord ne grouper que des récepteurs élémentaires (résistances, inductances, capacités), puis nous traiterons un problème important : le relèvement du facteur de puissance d'une installation réceptrice quelconque.

A. — RÉCEPTEURS EN SÉRIE

1. Résistance et inductance pures en série (ou résistance inductive) (fig. 1).

a) Si u est la tension appliquée à l'ensemble, u_R et u_L celles aux

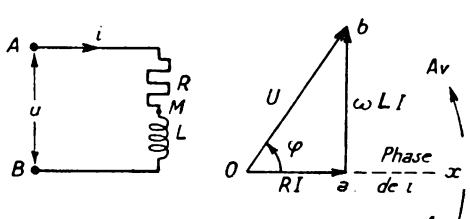


FIG. 1.

bornes de la résistance et de l'inductance à l'époque t, on a (loi des tensions) :

$$u = u_R + u_L. \qquad (1)$$

D'après la règle de Fresnel, on obtiendra donc le vecteur représentatif de u en faisant la somme *géométrique* de ceux représentatifs de u_R et de u_L.

Le premier a pour valeur RI_M et il est en phase avec le courant; le deuxième a pour valeur $\omega \mathcal{L} I_M$ et *il est en avance de* 90° *sur le courant* puisque le courant est en retard de 90° sur la tension aux bornes. Comme nous avons convenu une fois pour toutes d'employer les valeurs efficaces dans ces représentations, il suffira de former le polygone de Fresnel en traduisant la construction qu'exprime l'équation (2), déduite de (1) et qu'on appelle **équation vectorielle** :

$$\vec{U} = \overrightarrow{RI}^{0°} + \overrightarrow{\omega \mathcal{L} I}^{\uparrow 90°} \qquad (2)$$

qu'on lit vecteur U = somme géométrique des vecteurs RI d'angle 0 avec la demi-droite origine des phases et $\omega \mathcal{L} I$ faisant un angle de 90° sens avance avec la même demi-droite.

Pour traduire géométriquement l'équation (2), choisissons donc d'abord une demi-droite Ox pour origine des phases et marquons, par des flèches circulaires, les sens avance (Av) et arrière (Ar). Puis, supposant le problème résolu, portons sur Ox le vecteur Oa de longueur proportionnelle à RI et, à partir de son extrémité a, à la même échelle, le vecteur ab de longueur proportionnelle à $\omega \mathcal{L} I$ et à 90° du premier dans le sens avance; le vecteur Ob qui ferme le polygone ouvert Oab représente U; l'angle φ qu'il fait avec Ox est le déphasage cherché, et l'on voit que le courant *est toujours déphasé en arrière sur la tension.*

Le triangle Oab, rectangle en a, permet d'écrire :

$$U^2 = R^2 I^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2 I^2, \text{ et } \omega \mathcal{L} I = RI \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

d'où :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2}} ; \quad Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \mathcal{L}}{R}.$$

La valeur de tg φ permet de trouver φ dans une table de rapports trigonométriques en valeurs naturelles.

b) Supposons maintenant qu'il s'agisse d'une résistance inductive, c'est-à-dire d'une bobine de self réelle d'inductance $\mathcal{L}$, dont on ne

peut plus négliger la résistance R. Tout se passe, quant à la détermination de I et de φ, comme si la résistance pure R et l'inductance pure $\mathcal{L}$ étaient en série.

Le schéma de la figure 1 reste donc valable et le polygone de Fresnel s'obtient comme précédemment. Bien entendu, un voltmètre ne pourra pas mesurer les tensions efficaces aux bornes de ces éléments *fictifs* et fournira seulement la tension appliquée aux bornes A et B de la bobine.

c) La puissance active fournie à l'ensemble a pour valeur :

$$P = UI \cos \varphi,$$

mais en remarquant que $RI = U \cos \varphi$, on voit que :

$$P = RI^2.$$

La puissance active se réduit donc à celle absorbée par l'effet Joule et cela nous paraît encore tout à fait naturel.

Exemple numérique. — $U = 120$ V; $\omega = 300$ rd/s; $L = 0{,}1$ H; $R = 10\,\Omega$. On a successivement :

$$\omega \mathcal{L} = 300 \times 0{,}1 = 30\ \Omega; \quad R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2 = 100 + 900 = 1\,000;$$

$$Z = \sqrt{1\,000} = 10\sqrt{10} = 31{,}6\ \Omega;$$

$$I = \frac{120}{10\sqrt{10}} = 1{,}2\sqrt{10} = 3{,}8\ \text{A};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{30}{10} = 3; \quad \varphi = 72^\circ; \quad \cos \varphi = 0{,}31; \quad \sin \varphi = 0{,}95.$$

REMARQUE. — Les relations, qui fournissent Z, I et tg φ et qui ont été établies une fois pour toutes, permettent donc de traiter le problème par le calcul. On peut cependant le résoudre uniquement par la méthode graphique.

Pour cela, traduisons l'équation (2) en portant suivant Oa et ab des longueurs proportionnelles à R et à $\omega \mathcal{L}$, par exemple 5 cm et 15 cm (1 cm pour 2 ohms) dans le cas de l'exemple numérique précédent. La longueur de l'hypothénuse *qui doit représenter U* fixe l'échelle du graphique.

En la mesurant (le lecteur est prié de faire minutieusement le graphique), on trouve 15,8 cm.

Alors, 1 cm représente $\frac{120}{15{,}8} = \frac{1\,200}{158}$ V;

Oa de longueur 5 cm représente $5 \times \frac{1\,200}{158} = 38$ V.

Alors :

$$10\,I = 38; \qquad I = 38 : 10 = 3{,}8 \text{ A.}$$

2. Résistance inductive et condensateur en série. Résonance (fig. 2).

a) Avec des notations analogues au cas précédent, on peut écrire l'équation des tensions instantanées et l'équation vectorielle correspondante, soit :

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$$\vec{U} = \vec{RI}^{0^\circ} + \vec{\omega \mathcal{L} I}^{\uparrow 90^\circ} + \frac{\vec{I}}{\omega C}^{\downarrow 90^\circ}$$

puis construire le polygone de Fresnel en portant successivement les vecteurs Oa, ab et bc respectivement proportionnels à RI, $\omega \mathcal{L} I$ et

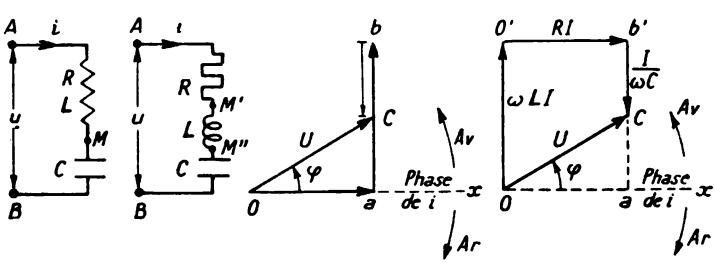


FIG. 2.

$I : \omega C$. L'ordre peut être modifié, si bien que le polygone peut prendre deux aspects; les directions respectives des vecteurs se conservent ainsi que leurs longueurs; RI est évidemment parallèle à Ox.

En traduisant les propriétés du triangle rectangle Oac, il vient :

$$U^2 = R^2 I^2 + \left(\omega \mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2 I^2, \text{ et } \omega \mathcal{L} I - \frac{I}{\omega C} = RI \operatorname{tg} \varphi.$$

On en tire :

$$I = \frac{U}{Z}; \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}; \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Visiblement, trois cas peuvent se présenter.

Si $\omega\mathcal{L} > 1 : \omega C$, le courant est en retard sur la tension et l'on peut dire que l'effet d'induction l'emporte sur celui de capacité (fig. 3, I).

Si $\omega\mathcal{L} < 1 : \omega C$, le courant est en avance sur la tension et l'on peut dire que l'effet de capacité l'emporte sur l'effet d'induction (fig. 3, III).

b) Enfin, si $\omega\mathcal{L} = 1 : \omega C$, l'extrémité du vecteur U se trouve sur Ox (fig. 3, II), *le courant et la tension sont en phase*, $\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$, $\sin\varphi = 0$. L'impédance Z se confond alors avec R, le courant a

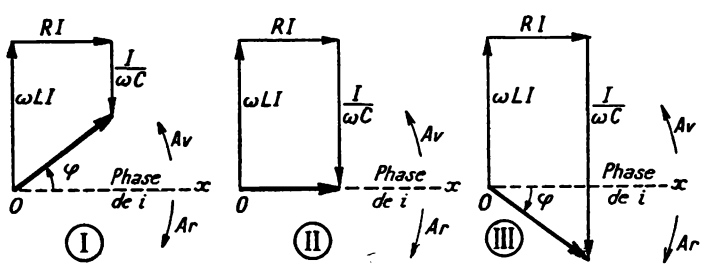


FIG. 3.

l'intensité $I = U : R$ et les tensions U_B et U_C aux bornes respectives de la bobine et du condensateur peuvent prendre des valeurs très grandes, tandis que les tensions instantanées correspondantes sont presque en opposition de phase. Les impédances de la bobine et du condensateur ayant les valeurs $Z_B = \sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}$ et $Z_C = 1 : \omega C$, U_B et U_C sont données par :

$$U_B = \sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}\,\frac{U}{R}; \quad U_C = \frac{U}{\omega CR}.$$

Quand il en est ainsi, on dit qu'il y a **résonance série** (série pour rappeler que la bobine et le condensateur sont montés en série).

Exemple numérique.

$$U = 100\ V;\quad \omega\mathcal{L} = \frac{1}{\omega C} = 300\ \Omega;\quad R = 2\ \Omega.$$

On a : $I = 100 : 2 = 50$ A; $Z_{RL} = \sqrt{4 + 300^2} \neq 300\ \Omega$.
$U_B \neq 300 \times 50 = 15\,000$ V; $U_C = 300 \times 50 = 15\,000$ V.

Si $\omega = 300$ rd/s, cela correspond pour une inductance $L = 1$ H, à une capacité $C = \frac{1}{9 \times 10^4}$ F $\neq 11\ \mu$F.

Ce sont des valeurs faciles à réaliser, mais les surtensions de résonance obtenues sont dangereuses pour le matériel; elles peuvent entraîner le « claquage » des isolants.

c) La condition de résonance $\omega\mathcal{L} = 1 : \omega C$ peut encore s'écrire :

$$\omega^2 \mathcal{L} C = 1,\ \text{d'où}\ f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mathcal{L}C}} = \frac{0{,}159}{\sqrt{\mathcal{L}C}}$$

et l'on peut ainsi calculer la fréquence f pour des valeurs données de $\mathcal{L}$ et de C.

Expérience. — Montons en série (fig. 4) un ampèremètre (ou plus simplement une lampe à incandescence), une bobine à noyau de fer doux, un condensateur et alimentons par du courant alternatif. Si l'on enfonce progressivement le noyau, ce qui augmente progressivement l'inductance de la bobine, on voit, si les valeurs de R, de $\mathcal{L}$ et de C ont été convenablement choisies, l'intensité croître, passer par un maximum puis décroître. Un oscillographe double branché sur l'ensemble récepteur montrerait que l'intensité et la tension sont en phase quand l'intensité efficace I atteint sa plus grande valeur.

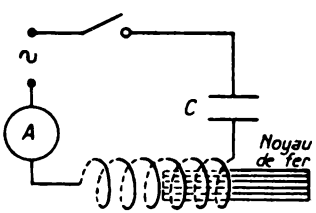


FIG. 4.

On peut évidemment employer une self invariable et une batterie de condensateurs de capacité variable; on pourrait encore prendre $\mathcal{L}$ et C invariables et faire varier la fréquence du courant.

REMARQUE. — Le triangle rectangle Oac de la figure 2 donne :

$$Oa = RI = U \cos \varphi; \quad ac = \omega \mathcal{L} I - \frac{I}{\omega C} = U \sin \varphi.$$

Il en résulte :

$$P = UI \cos \varphi = RI^2; \quad Q = UI \sin \varphi = \omega \mathcal{L} I^2 - \frac{I^2}{\omega C}.$$

Nous retrouvons la valeur de la puissance active déjà calculée et nous constatons que la puissance réactive est faite de deux parts :

La première, $\omega \mathcal{L} I^2$, est *positive* et, par analogie avec la puissance réelle reçue par un récepteur et toujours essentiellement positive, on a pris l'habitude de dire qu'elle est reçue par le récepteur ou *fournie par la source.*

La seconde, $-(I^2 : \omega C)$, est négative et, pour la même raison, on a pris l'habitude de dire qu'elle est fournie par le récepteur ou *reçue par la source.*

Cela est en accord avec ce que nous avons vu, dans le chapitre précédent, au sujet du calcul de la puissance réactive.

En mettant I^2 en facteur, l'expression

$$Q = I^2 \left(\omega \mathcal{L} - \frac{1}{\omega C} \right)$$

montre que la puissance réactive *totale* est soit positive, soit négative, suivant que la parenthèse est elle-même positive (l'effet de self domine) ou négative (l'effet de capacité domine). Bien entendu, on dit alors dans le premier cas que la source fournit de l'énergie réactive, dans le second cas qu'elle reçoit de l'énergie réactive. Dans un cas comme dans l'autre, cette énergie réactive n'est transformable ni en chaleur ni en travail mécanique.

On peut dire, pour terminer, *que les positions respectives* des vecteurs U et I renseignent totalement sur cette question puisque ce qui précède revient à dire que la source fournit de l'énergie réactive si le courant est en retard sur la tension et qu'elle en reçoit si le courant est en avance sur la tension.

3. Application du théorème de Boucherot.

Appliquons-le seulement au cas précédent et reportons-nous pour cela au schéma de la figure 2.

Les trois éléments *étant en série,* évaluons les puissances par les formules en I^2. Cela conduit à dresser le tableau suivant :

Élément du montage	Puissance active individuelle	Puissance réactive individuelle
Résistance	RI^2	0
Inductance	0	$\omega \mathcal{L} I^2$
Capacité.....	0	$-\frac{I^2}{\omega C}$

On a donc :

$$P = RI^2; \quad Q = \left(\omega \mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right) I^2.$$

Il en résulte :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = I^2 \sqrt{R^2 + \left(\omega \mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

et par conséquent :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}}{R}; \quad Z = \frac{S}{I^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \mathcal{L} - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

On retrouve les résultats obtenus par le polygone de Fresnel.

REMARQUE. — L'expression de l'impédance dans ce cas général permet de retrouver facilement l'impédance dans tous les cas particuliers qui peuvent s'en déduire, celui, par exemple, de la résistance et de la capacité en série que nous n'avons pas traité directement.

Il suffit pour cela de remarquer que supprimer un condensateur en série dans un brin de circuit revient à donner à sa capacité, du point de vue mathématique, une valeur infinie; sa réactance prend ainsi la valeur zéro, ce qui revient bien, physiquement, à remplacer le condensateur par une barre de court-circuit.

On vérifiera alors très aisément le tableau suivant :

Résistance pure $R \quad \mathcal{L} = 0; \; C = \infty; \; Z = R;$

Inductance pure $R = 0; \; \mathcal{L} \quad ; \; C = \infty; \; Z = \omega \mathcal{L};$

Capacité pure $R = 0; \; \mathcal{L} = 0; \; C \quad ; \; Z = \frac{1}{\omega C};$

Résistance inductive $R \quad ; \; \mathcal{L} \quad ; \; C = \infty; \; Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2};$

R et C en série $R \quad ; \; \mathcal{L} = 0; \; C \quad ; \; Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}.$

Le lecteur pourra retrouver ce dernier cas directement, par deux procédés : supprimer le vecteur $\omega \mathcal{L} I$ des polygones de la figure 2, ou la deuxième ligne du tableau précédent.

B. — RÉCEPTEURS EN PARALLÈLE

L'étude d'éléments placés en série nous a appris à déterminer l'impédance et le déphasage pour chacun des brins montés en parallèle, et nous avons ainsi ce qu'il nous faut pour appliquer la méthode du polygone ou celle des puissances active et réactive. Nous allons traiter, par la méthode du polygone, un cas particulièrement important en radiotechnique.

4. Résistance inductive et capacité pure en parallèle (fig. 5).

a) Le schéma réel et le schéma fictif (R et $\mathcal{L}$ séparés) étant représentés, on voit que l'intensité i du courant fourni à l'ensemble a pour valeur :

$$i = i_B + i_C,$$

avec des notations évidentes. Le courant dans la bobine présente

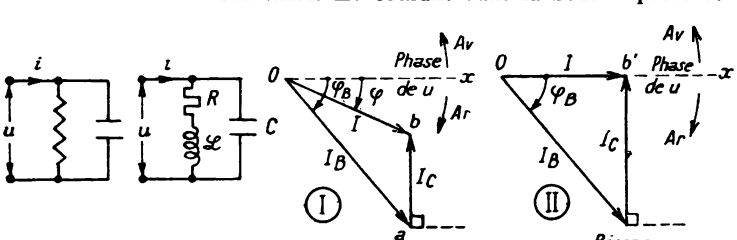


FIG. 5.

un certain déphasage *arrière* φ_B sur la tension à ses bornes, et sa valeur efficace est $I = U : \sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2}$; φ_B est donné par $\operatorname{tg} \varphi_B = \omega \mathcal{L} : R$. Le courant dans le brin du condensateur a pour intensité efficace ωCU et nous savons qu'il est en *avance* de 90° sur la tension.

On peut donc écrire l'équation vectorielle de l'intensité :

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2}} \downarrow \varphi_B + \overrightarrow{\omega CU} \uparrow 90^\circ$$

Le polygone de Fresnel s'en déduit immédiatement en prenant la phase de u pour origine des phases (fig. 5).

L'impédance du circuit a une expression plus compliquée que pour R, $\mathcal{L}$ et C en série; nous ne la calculerons pas.

b) Ce circuit, qui joue un rôle considérable dans les montages haute fréquence, présente un cas particulier très important. Pour des valeurs données de R, $\mathcal{L}$ et ω, par exemple, si C a une valeur convenablement choisie, l'extrémité du vecteur *ab* se trouve en b' sur Ox. Le courant et la tension sont alors en phase et l'impédance de l'ensemble prend une valeur remarquablement simple que nous allons calculer. La figure 5 II montre qu'alors :

$$\omega CU = I \operatorname{tg} \varphi_B = \frac{I\ \omega \mathcal{L}}{R}, \text{ d'où } I = \frac{RCU}{\mathcal{L}} = U : \left(\frac{\mathcal{L}}{RC}\right).$$

L'impédance du circuit a donc pour valeur :

$$Z = \frac{\mathcal{L}}{RC}.$$

Elle *est indépendante de la fréquence* et varie pour des valeurs données de $\mathcal{L}$ et de C, en raison inverse de R; elle peut donc prendre de très grandes valeurs si R est assez petite. Corrélativement, l'intensité I fournie à l'ensemble est très faible et l'on traduit ce fait en disant que le circuit forme un « bouchon ». Au contraire, les intensités I_B et I_C peuvent être très grandes et cela tient à ce que les valeurs instantanées i_B et i_C sont presque en opposition de phase.

On dit, quand il en est ainsi, qu'il y a **résonance en parallèle** (en parallèle, pour rappeler que la bobine et le condensateur sont montés en parallèle).

c) Bien entendu, la résonance a lieu quand R, $\mathcal{L}$, C et ω sont liées par une condition que nous allons trouver en appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle Oab' de la figure 5 II.

Il vient ainsi :

$$\frac{U^2}{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2} = \omega^2 C^2 U^2 + \frac{R^2 C^2}{\mathcal{L}^2} U^2 = U^2 \frac{C^2}{\mathcal{L}^2} (\omega^2 \mathcal{L}^2 + R^2).$$

En divisant par U^2 et extrayant la racine carrée :

$$\frac{C}{\mathcal{L}} = \frac{I}{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2}, \text{ d'où } \omega^2 \mathcal{L} C = 1 - \frac{CR^2}{\mathcal{L}}.$$

En général, dans les montages qu'on utilise en radiotechnique, $CR^2 : \mathcal{L}$ est un nombre de valeur très faible devant 1 ; *en le négligeant*, il reste l'expression approchée :

$$\omega^2 \mathcal{L} C \fallingdotseq 1, \text{ d'où } f \fallingdotseq \frac{1}{2\pi\sqrt{\mathcal{L}C}} \fallingdotseq \frac{0{,}159}{\sqrt{\mathcal{L}C}},$$

qui fournit la valeur de la fréquence de résonance pour un circuit donné. On retrouve donc, *mais uniquement si le terme* $CR^2 : \mathcal{L}$ *est beaucoup plus petit que* 1, la même condition que pour la résonance série.

C. — CONDENSATEUR D'AMÉLIORATION DU FACTEUR DE PUISSANCE

5. Principe de la correction.

a) Ce problème est d'un intérêt pratique considérable parce que la loi oblige les usagers à relever le facteur de puissance de leur installation quand il est trop bas et parce qu'elle inflige une pénalité de tarification s'il est inférieur à une valeur donnée.

Soit donc un ensemble de récepteurs, par exemple une usine avec ses moteurs, ses fours, son éclairage électriques. Dans des conditions de travail déterminées, elle absorbe un courant d'intensité I, sous la tension U que le réseau entretient à ses bornes.

En général, ce courant présente un déphasage arrière sur la tension aux bornes; l'ensemble se comporte donc comme une bobine de self et l'on dit qu'il est à **caractère inductif.** Avec le langage que nous avons fixé, *le réseau fournit de l'énergie réactive* à l'usine. Il peut arriver que le courant présente un déphasage avance sur la tension aux bornes et, pour une raison analogue à la précédente, on dit qu'il est à **caractère capacitif.** Alors on dit que *le réseau reçoit de l'énergie réactive* de l'usine. Dans les deux cas, le déphasage φ n'est pas nul et le facteur de puissance $\cos\varphi$ est inférieur

à l'unité. Nous en avons vu, au chapitre XXIX, les conséquences néfastes.

Supposons, ce qui a pratiquement toujours lieu, que l'usine soit à caractère inductif : *on peut améliorer son facteur de puissance en plaçant en dérivation, sur les bornes d'entrée, une batterie de condensateurs de capacité convenablement choisie.*

b) En effet, initialement l'intensité absorbée par l'usine et qui se confond avec l'intensité dans la ligne est représentée par I,

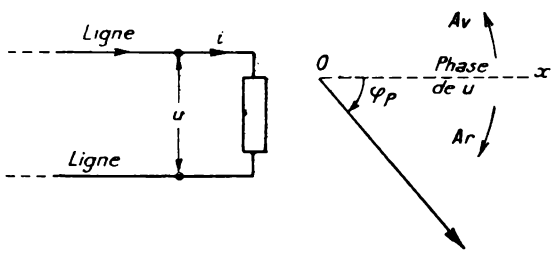


FIG. 6.

qui fait avec l'origine des phases un angle φ_P (fig. 6). Si nous branchons un condensateur sur les bornes d'alimentation, en parallèle avec l'usine, le courant dans la ligne devient :

$$i_L = i + i_C, \text{ d'où } \vec{I}_L = \vec{I} + \vec{I}_C^{\uparrow 90°}.$$

Si la capacité C n'est pas trop grande, l'extrémité *b* du vecteur *ab*

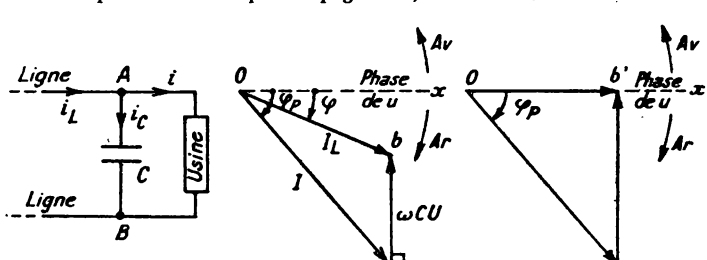


FIG. 7.

qui représente l'intensité efficace ωCU du courant dans la dérivation condensateur est entre *a* et *b'* (fig. 7), et le nouveau courant I_L

dans la ligne est plus petit que le courant primitif, le déphasage a diminué, le facteur de puissance a augmenté. Ce résultat est obtenu pour la même énergie active reçue par l'ensemble (le condensateur n'en consomme pas), l'usine proprement dite continuant à travailler dans les mêmes conditions, sans aucune modification de ses moteurs, de ses fours, de son éclairage.

Il est même possible d'annuler le déphasage du courant total sur la tension aux bornes. Il suffit pour cela de choisir C de manière que b vienne en b'. Alors :

$$\omega CU = I \sin \varphi_P, \text{ d'où } C = \frac{I \sin \varphi_P}{\omega U}.$$

Exemple : U = 120 V; I = 1 200 A; cos φ_P = 0,64; f = 50 hertz, soit $\omega = 2 \times 3{,}14 \times 50 = 314$ rd/s.

Une table donne sin $\varphi_P = 0{,}77$ et l'on a :

$$C = \frac{1\,200 \times 0{,}77}{314 \times 120} \neq 0{,}024\,5 \text{ F} = 24\,500 \ \mu\text{F}.$$

Si ce calcul a été fait pour la pleine charge de l'usine, peut-être cette capacité sera-t-elle trop grande pour les faibles charges, si bien que, l'effet de capacité venant à dominer, l'usine consommera du courant déphasé en avant de la tension; son facteur de puissance sera, de nouveau, inférieur à l'unité et, s'il descend trop bas, le réseau appliquera encore la pénalité de tarification. Il apparaît ainsi qu'il peut être utile d'adapter la valeur de la capacité du condensateur d'amélioration aux besoins des différentes périodes de travail de l'usine. Le mieux est alors de fractionner la batterie en un certain nombre de tranches correspondant à des tranches différentes de l'installation et qu'on met en service en temps voulu.

6. Calcul de la capacité d'amélioration par emploi de la puissance réactive.

Dans le langage de la puissance réactive, on peut dire que l'énergie réactive du condensateur doit partiellement ou totalement compenser l'énergie réactive de l'installation.

Admettons qu'on veuille ramener le facteur de puissance de la valeur cos φ_P à la valeur plus grande cos φ, auxquelles correspondent des valeurs sin φ_P et sin φ des sinus des angles de déphasage. Les

puissances réactives fournies par le réseau sont donc respectivement $Q_P = P \operatorname{tg} \varphi_P$, et $Q = P \operatorname{tg} \varphi$.

La diminution $Q_P - Q = P (\operatorname{tg} \varphi_P - \operatorname{tg} \varphi)$ doit être obtenue par fourniture au réseau par le condensateur. Or, la puissance réactive de celui-ci est $Q_C = UI_C = U\omega CU = \omega CU^2$ et il faut :

$$Q_P - Q = Q_C, \text{ soit } P (\operatorname{tg} \varphi_P - \operatorname{tg} \varphi) = \omega CU^2;$$

d'où :

$$C = \frac{P (\operatorname{tg} \varphi_P - \operatorname{tg} \varphi)}{\omega U^2}.$$

On retrouve $C = (I \sin \varphi_P) : \omega U$ si l'on veut $\varphi = 0$, $\operatorname{tg} \varphi = 0$.

Dans ce mode de voir le problème, le condensateur de correction est caractérisé par sa puissance réactive. Ainsi, dans l'exemple numérique qui précède, le condensateur qui ramène cos φ à la valeur 1 doit avoir une puissance réactive

$$Q = 1\,200 \times 120 \times 0{,}77 = 110\,880 \text{ VAR} \simeq 111 \text{ kVAR}.$$

REMARQUE. — On dit parfois qu'une bobine à noyau de fer doux plongeant peut avantageusement remplacer un rhéostat en courant alternatif. Évidemment, elle permet de réduire l'intensité avec un effet Joule faible dans la bobine, mais elle exige de l'énergie réactive et abaisse le facteur de puissance de l'installation qui l'emploie. On ne doit en user que dans des cas exceptionnels.

RÉSUMÉ

A) **Le courant absorbé par plusieurs éléments (résistances, selfs, capacités) en série peut être déterminé soit par la construction de Fresnel (origine des phases de courant), soit par la méthode de Boucherot :**

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

A la fréquence $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, **il y a résonance, le courant est en phase avec la tension appliquée, mais les tensions aux bornes de la self et de la capacité sont souvent considérables.**

B) **Dans le cas d'une bobine et d'une capacité en parallèle, le problème est plus complexe.**

A la fréquence $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mathscr{L}C}}$, **les courants qui circulent dans la bobine et dans la capacité peuvent être très importants, tandis que le courant pris au secteur est très faible. On dit que le circuit est « bouchon » pour cette fréquence** f.

C) **On peut améliorer le facteur de puissance d'une installation à l'aide d'une batterie de condensateurs branchée aux bornes du récepteur. Il en résulte pour l'usager une économie importante.**

Exercices.

1. *Un circuit comprend un condensateur de* 50 μF *branché en série avec une bobine de résistance* 15 Ω *et d'inductance* 120 mH, *l'ensemble étant alimenté sous une tension alternative de* 220 V.

a) *Déterminer l'intensité du courant absorbé et son déphasage, sachant que la fréquence du courant d'alimentation est de* 50 Hz.

b) *Pour quelle fréquence du courant d'alimentation le récepteur est-il en résonance ?*

c) *Calculer à la résonance la tension aux bornes du condensateur.* — *Rép. :* 7,4 A; tg φ = 1,7 déphasage avant; f = 65 Hz; 715 V.

2. *Un récepteur comprend un condensateur de* 50 μF *branché en dérivation aux bornes d'une bobine de résistance* 10 Ω *et d'inductance* 0,1 H. *On applique à ce récepteur une tension alternative de* 220 V *et de fréquence* 50 Hz. *On demande :*

a) *L'intensité du courant absorbé par l'ensemble du récepteur ;*

b) *Le facteur de puissance de ce récepteur.* — *Rép. :* 3,6 A; 0,57 déphasage arrière.

3. *Un atelier alimenté sous une tension de* 220 V *et de fréquence* 50 Hz *absorbe un courant de* 15 A, *avec un facteur de puissance de* 0,75.

Calculer la capacité de la batterie de condensateurs nécessaire pour amener le facteur de puissance à 0,9. — *Rép. :* 65 μF.

CHAPITRE XXXII

COURANTS TRIPHASÉS

A. — GÉNÉRATEURS TRIPHASÉS

Dès le début de la construction des alternateurs, on s'est aperçu qu'un seul enroulement induit utilisait mal la surface dont on dispose pour placer les spires. On a été ainsi conduit à bobiner plusieurs induits *identiques*, formant autant de générateurs distincts, deux, trois, quatre..., le plus généralement trois; on obtient alors, dans ce dernier cas, ce qu'on appelle un **alternateur triphasé.**

1. Disposition des circuits induits d'un alternateur triphasé.

a) Supposons d'abord qu'il s'agisse d'un alternateur à induit fixe. Pour en comprendre le principe, il suffit de comparer les deux schémas de la figure 1 sans oublier ce que nous savons du principe de fonctionnement de l'alternateur simple.

A gauche, la rotation de l'inducteur, figuré par un aimant SN, entretient dans l'enroulement G une f. é. m. alternative de fréquence f représentée par la sinusoïde e.

A droite on a disposé trois enroulements *identiques* G_1, G_2, G_3, mais dont les axes sont décalés, dans le sens de la rotation de l'in-

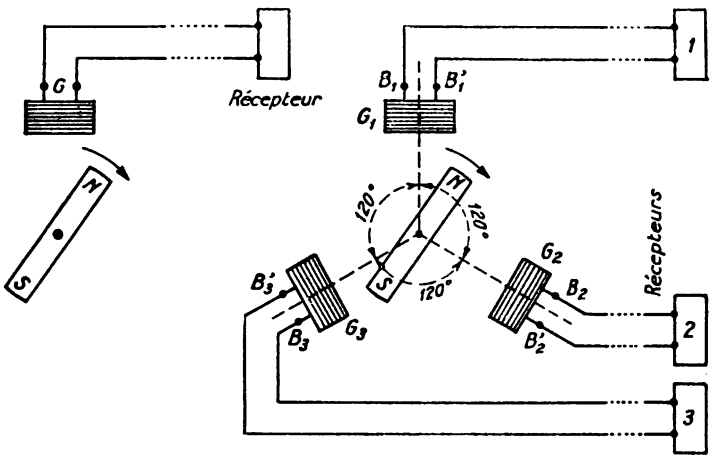


FIG. 1. — Les groupes 1, 2, 3, soit G, soit récepteur, sont identiques.

ducteur, de 120°. Les f. é. m. induites dans chacun des trois générateurs sont de même fréquence, de même valeur maximale, mais décalées de T : 3, déphasées de 120° chacune par rapport à la suivante, puisque l'axe de l'inducteur, coïncidant avec l'axe de G_1

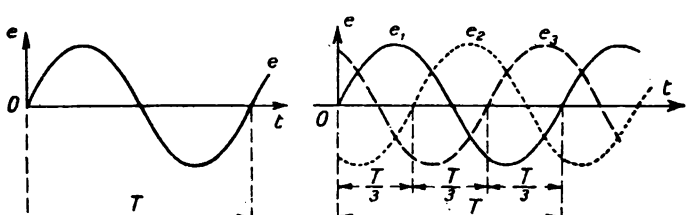


FIG. 2.

Ce sont trois sinusoïdes identiques, translation de $\frac{T}{3}$.

à l'époque *t*, coïncide avec l'axe de G_2 à l'époque $t + T : 3$, avec l'axe de G_3 à l'époque $t + 2 \times (T : 3)$. Elles sont représentées

par la figure 2 et leurs valeurs instantanées peuvent s'écrire :

$$e_1 = E\sqrt{2}\sin\omega t;$$

$$e_2 = E\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$e_3 = E\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 2\times\frac{2\pi}{3}\right).$$

L'alternateur simple, par opposition au nom qu'on donne à l'autre, est souvent appelé alternateur **monophasé.**

b) On voit, en se reportant à la figure 1 du chapitre XXVI, qu'il est également possible de construire un alternateur triphasé à induit tournant; il suffit de bobiner trois induits formant schématiquement trois spires identiques dont les plans soient à 120° les uns des autres.

A ces trois générateurs correspondent donc trois fois deux bornes ou trois fois deux bagues, mais nous verrons bientôt qu'il est possible, par certains modes de montage, de les réduire à quatre et même à trois.

2. Intérêt de l'alternateur triphasé.

Le fer employé dans la construction est le même pour un alternateur monophasé et pour l'alternateur triphasé bobiné sur la même carcasse magnétique; l'inducteur est commun et la machine n'a que deux paliers au lieu de six pour trois machines identiques. Il en résulte que les pertes dans le fer et les pertes mécaniques sont sensiblement les mêmes pour l'alternateur monophasé et l'alternateur triphasé correspondant. Il y a économie notable de cuivre puisqu'il suffit d'établir les bobines magnétisantes d'un seul inducteur; les pertes par effet Joule dans l'inducteur sont ainsi sensiblement trois fois plus faibles. Dans l'ensemble, le rendement est meilleur qu'avec trois alternateurs qui débiteraient la même puissance totale.

Mais il y a d'autres avantages : les alternateurs triphasés permettent de distribuer l'énergie *en économisant des fils de ligne*; enfin, ils permettent aussi d'obtenir des champs magnétiques tournants sur lesquels sont fondés des moteurs à courants alternatifs d'une grande simplicité de construction.

Pour toutes ces raisons, les grandes centrales électriques sont à peu près toutes équipées d'alternateurs triphasés.

3. Circuits triphasés.

a) Chacun des trois générateurs d'un alternateur triphasé peut être relié à un réseau récepteur par trois lignes, soit six conducteurs (fig. 1). *Admettons* — et il en est rigoureusement ou à peu près ainsi dans la pratique — *que les trois récepteurs soient identiques :* on est alors en présence de trois circuits alimentés sous la même tension efficace U appelée **tension simple**, absorbant le même courant d'intensité efficace I appelé **courant simple**, avec le même déphasage φ du courant sur la tension. Ils absorbent la même puissance active UI cos φ; la chute de tension en ligne est la même; la chute interne des générateurs est la même. Toutes les grandeurs instantanées sont déphasées de 120° l'une par rapport à l'autre et l'on dit qu'on est en présence d'un **système de courants triphasés équilibrés.**

Si u_1, u_2, u_3 sont les tensions instantanées aux bornes des trois récepteurs, on a donc des valeurs de formes :

$$u_1 = U\sqrt{2}\sin \omega t;$$

$$u_2 = U\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$u_3 = U\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 2\times\frac{2\pi}{3}\right),$$

et

$$i_1 = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi);$$

$$i_2 = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right);$$

$$i_3 = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - 2\times\frac{2\pi}{3} - \varphi\right).$$

Pour chacun des circuits, la tension u et l'intensité i sont donc représentables par les vecteurs tournants correspondants, qui forment, portés à partir d'une même origine, le diagramme de la figure 3.

b) On peut ajouter à ce diagramme les vecteurs représentatifs des tensions u_1', u_2', u_3' au départ des trois lignes et ceux des trois f. é. m. e_1, e_2, e_3. En général, les vecteurs U_1' et E_1, relatifs au premier circuit par exemple, n'ont pas même direction que U_1

parce qu'il y a des déphasages provoqués par l'inductance de la ligne, par celle de l'enroulement induit de l'alternateur, mais les trois faisceaux sont identiques à celui (I_1, U_1, U_1', E_1) représenté sur

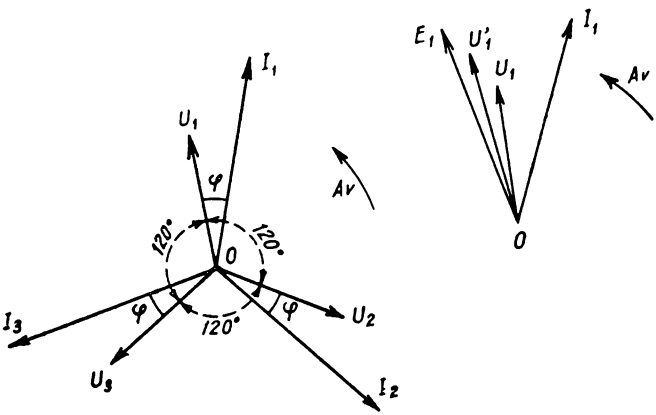


FIG. 3.

la figure 3, et l'on obtient le diagramme complet en faisant tourner le premier groupe deux fois successivement de 120°.

c) Les problèmes se traitent pour chacun des circuits comme s'il s'agissait de courant alternatif simple (ou monophasé). En particulier, la puissance active est UI cos φ pour chacun des circuits, et la puissance active totale est :

$$P = 3\ UI \cos \varphi.$$

B. — MONTAGES TRIPHASÉS

On peut grouper les circuits triphasés précédents suivant deux modes remarquables.

4. Montage en étoile (notation λ).

a) Si l'on avait, en courant continu, trois circuits alimentés par trois générateurs, on pourrait utiliser un fil de retour commun réuni, par exemple, aux trois pôles négatifs et employer ainsi une

ligne à quatre fils au lieu de six. Le fil commun serait alors le siège d'un courant d'intensité somme des trois intensités, 300 A par exemple pour 100 A dans chaque récepteur; il devrait être de section triple de celle de chacun des trois autres fils de ligne.

On peut également réunir les trois sorties des trois récepteurs de courant alternatif ainsi que les trois fils de ligne et les trois bornes B' correspondantes des trois générateurs *mais le fil de retour est inutile :* on peut donc le supprimer. En effet, il serait parcouru par un courant d'intensité instantanée $i = i_1 + i_2 + i_3$, dont on obtient le vecteur tournant représentatif par la somme géométrique : $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$. Les trois vecteurs I_1, I_2, I_3 de même longueur, à 120° les uns des autres, ont une résultante nulle; on a donc $I = 0$ et par conséquent $i = 0$ *à chaque instant.*

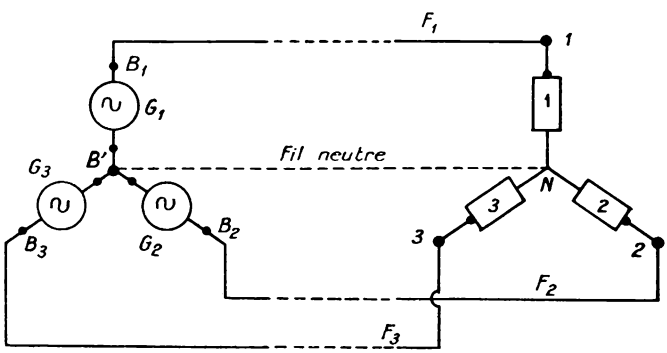


FIG. 4. — Récepteur et générateur en étoile.

Les points communs, soit aux trois récepteurs, soit aux trois générateurs, sont appelés **points neutres** et les fils de ligne F_1, F_2, F_3, **fils de phase.** Par déformation de langage, on a pris l'habitude d'appeler phase chacun des circuits récepteur ou générateur. Enfin le groupement, à cause de la forme qu'on peut donner à son schéma (fig. 4), est dit **montage étoile.**

La tension entre chacun des fils de ligne et le fil neutre se confond avec la tension aux bornes du récepteur correspondant des circuits indépendants considérés précédemment. Elle est donc égale à la tension simple qu'on appelle aussi parfois, et pour cette raison, tension étoile; sa valeur efficace est U avec la notation déjà employée.

L'intensité dans chaque récepteur est la même que dans le fil de ligne correspondant et se confond donc ainsi avec le courant simple; nous représenterons donc sa valeur efficace par I.

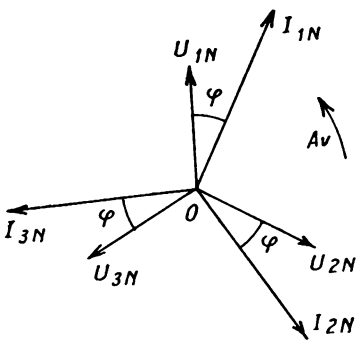


FIG. 5.

De ces deux faits il résulte que le déphasage du courant sur la tension a même valeur que dans le cas des circuits indépendants.

Le diagramme des intensités et des tensions pour les trois phases prend alors l'aspect de la figure 5 avec des notations évidentes : U_{1N}, vecteur représentatif de la tension entre F_1 et N; I_{1N}, de l'intensité dans la phase 1 (récepteur 1). Ce diagramme est totalement identique à celui qui représentait les tensions et les courants pour les circuits indépendants. Les mêmes récepteurs sont alimentés de la même façon dans les deux cas.

5. Montage en triangle (notation Δ).

a) On peut aussi placer des récepteurs en dérivation sur les fils de phase F_1 et F_2, F_2 et F_3, ou F_3 et F_1; la forme du schéma (fig. 6) fait appeler ce groupement **montage triangle.** Chaque récepteur

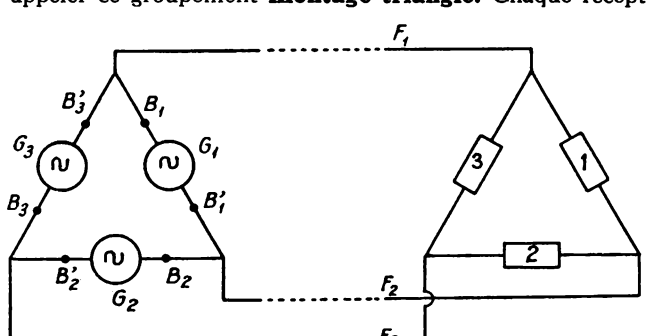


FIG. 6. — Récepteur et générateur en triangle.

est alimenté sous une nouvelle tension appelée **tension composée** (ou triangle) dont nous représenterons la valeur efficace par U_F (entre fils de phase); chaque fil de ligne transporte un courant qui se divise entre deux récepteurs et dont nous représenterons l'intensité efficace par I_F. Conservant l'hypothèse de récepteurs identiques, tout se passe de la même manière dans chacun d'eux et dans chacun des fils de ligne.

On peut avoir l'idée de monter les trois enroulements générateurs de manière analogue, ce qui conduit à réunir la borne de sortie de chacun d'eux à la borne d'entrée du suivant et donne le schéma de la figure 6. Pour que ce montage soit acceptable, il faut qu'aucun courant ne circule dans le circuit fermé que forment les trois générateurs quand le réseau d'utilisation ne demande rien.

Si les f. é. m. sont sinusoïdales, cette condition est satisfaite parce que la somme $e = e_1 + e_2 + e_3$ est nulle à chaque instant, la résultante des vecteurs représentatifs E_1, E_2, E_3 étant nulle (vecteurs de même longueur à 120° les uns des autres). Mais souvent ces f. é. m. ne sont pas rigoureusement sinusoïdales, et cela entraîne un courant de circulation à vide ou qui s'ajoute au courant en charge, des pertes d'énergie, une diminution du rendement. Pour cette raison, le montage en triangle des générateurs est peu employé.

b) Calculons la valeur efficace U_F de la tension composée en fonction de la tension simple U. Avec les notations évidentes de la figure 7, la loi des tensions donne, pour les valeurs instantanées :

$$u_{12} = u_{1N} + u_{N2} = u_{1N} - u_{2N}.$$

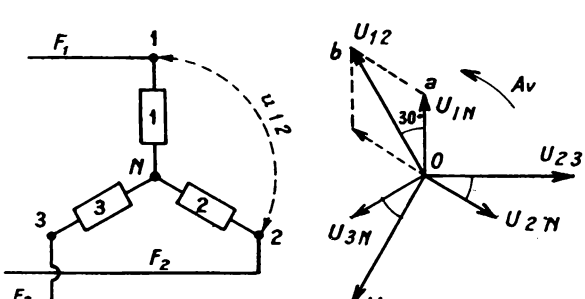


FIG. 7.

A cette dernière équation correspond l'équation vectorielle :

$$\overrightarrow{U_{12}} = \overrightarrow{U_{1N}} - \overrightarrow{U_{2N}}.$$

Reportons-nous au diagramme des tensions du montage en étoile : nous y trouvons le vecteur U_{1N}. Pour y placer le vecteur $-U_{2N}$, il suffit de tracer le vecteur *opposé* à U_{2N} (en tirets sur la figure). Il a même longueur que le vecteur U_{1N} et fait avec lui un angle de 60°; le vecteur résultant U_{12} est donc dirigé suivant leur bissectrice et fait un angle de 30° avance avec U_{1N}, de 90° retard avec U_{3N}. On trouverait des résultats analogues pour U_{23} et pour U_{13}, et la valeur efficace de la tension composée s'obtient en considérant le triangle Oab qui donne $U_F = 2\,U \cos 30° = 2\,U\,(\sqrt{3} : 2)$. Finalement :

$$U_F = U\sqrt{3} = 1{,}73\ U.$$

Par exemple, si $U = 110$ V, $U_F = 190$ V.

c) Établissons, de manière analogue, la relation entre l'intensité efficace I_F du courant dans l'un des fils de ligne et celle I_T dans chacune des phases que ce fil de ligne alimente. Pour écrire des équations en valeurs instantanées, on doit supposer que les courants dans les fils de ligne vont vers les récepteurs, qu'ils circulent, dans chaque récepteur, de sa borne d'entrée vers sa borne de sortie. Cela posé, le schéma de la figure 8 permet d'écrire, par exemple pour le fil F_1 :

$$i_{F1} = i_{12} - i_{31}, \text{ soit } \overrightarrow{I_{F1}} = \overrightarrow{I_{12}} - \overrightarrow{I_{31}},$$

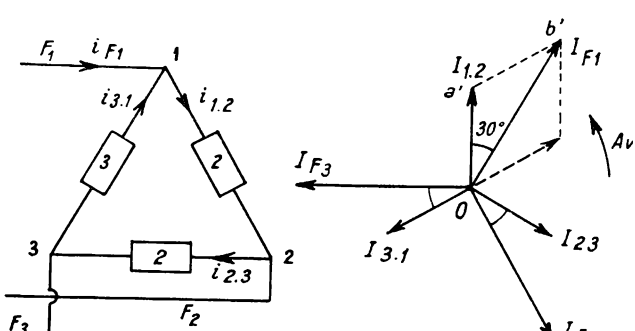


FIG. 8.

en désignant par les indices 1 2 et 3 1 les courants qui vont, dans les récepteurs 1 et 3, du fil 1 vers le fil 2 ou du fil 3 vers le fil 1.

Pour obtenir I_F, reportons-nous au diagramme des trois intensités dans les trois récepteurs du montage triangle, qui sont, comme toujours, représentées par trois vecteurs de même longueur à 120° les uns des autres. Traçons le vecteur $-I_{31}$; la résultante I_{F1} fait un angle de 30° retard avec I_{12} et de 90° avance avec I_{23}. Enfin, le triangle $Oa'b'$ donne, comme précédemment :

$$I_F = I_T \sqrt{3} = 1{,}73\ I_T.$$

Par exemple, si $I_T = 100$ A, $I_F = 173$ A.

REMARQUE. — *Le même appareil*, d'impédance supposée indépendante du courant absorbé, reçoit sous tension composée un courant 1,73 fois plus intense que sous tension simple et consomme une puissance active trois fois plus grande. S'il doit consommer une puissance déterminée, il faut donc l'établir suivant le montage qu'on emploiera.

6. Plaque à bornes.

Les extrémités des trois circuits d'un moteur (ou d'un générateur) triphasé sont reliées à six bornes placées sur une plaque appelée **plaque à bornes** (fig. 9). Des barrettes de cuivre les unissent pour monter les trois phases, soit en étoile, soit en triangle.

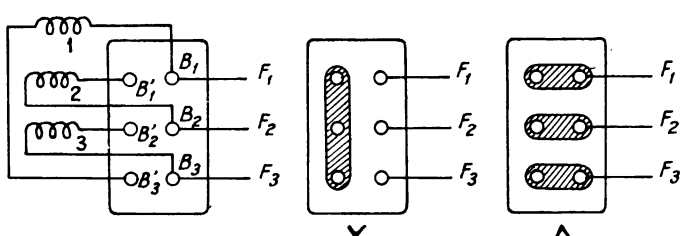


FIG. 9.

7. Distribution triphasée à quatre fils.

Les générateurs sont donc le plus souvent en étoile; la ligne est faite des trois fils de phase F_1, F_2, F_3 et d'un quatrième conducteur

de diamètre plus faible qui part du point neutre et qu'on appelle *fil neutre ;* ce neutre est relié électriquement au sol pour des raisons de sécurité. L'usager dispose ainsi de deux tensions de valeurs différentes, à condition de brancher ses appareils soit en étoile (tension simple), soit en triangle (tension composée).

En installant le réseau, on s'efforce de répartir les appareils récepteurs de manière à égaliser la charge des différentes phases. Si l'intensité et le déphasage sont identiques sur les trois phases, le circuit est équilibré, le courant est alors constamment nul dans le fil neutre et, de plus, les trois générateurs fournissant chacun la même puissance nécessitent des couples moteurs moyens identiques, ce qui est favorable au bon équilibrage dynamique de l'alternateur.

Pourtant, dans la pratique, cette condition ne peut être satisfaite que par les moteurs triphasés qui portent, comme l'alternateur, trois circuits identiques; l'indépendance des usagers empêche évi-

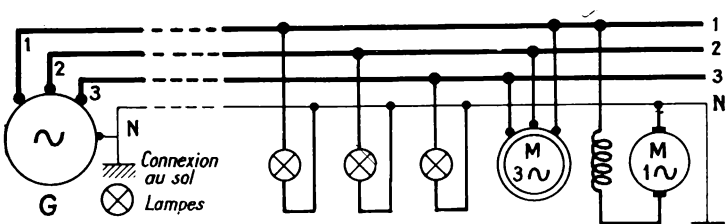


FIG. 10.

demment l'équilibre permanent du circuit et les courants dans les trois phases sont nécessairement souvent inégaux. C'est ce qui entraîne la nécessité du fil neutre; son diamètre peut être plus faible que celui des fils de phase, parce que l'intensité efficace du courant qu'il porte est toujours inférieure à la somme (arithmétique) des intensités efficaces des trois fils de phase. On a ainsi une distribution triphasée à quatre fils : ce sont les quatre conducteurs qui forment la plupart des lignes de distribution de nos réseaux (fig. 10).

8. Emploi des tensions d'une distribution triphasée à quatre fils.

1° *Éclairage.* — Pour des raisons de sécurité et de rendement lumineux, on fait fonctionner les lampes sous la plus basse des tensions disponibles; on les monte donc sous tension simple entre une phase et le neutre.

2° *Moteurs.* — Les moteurs monophasés, tels les petits moteurs appelés **universels** de nombreux appareils ménagers ou de petits outils, sont montés comme les lampes entre fils de phase et fil neutre. Les moteurs triphasés sont branchés en étoile ou en triangle, suivant les indications de leur plaque signalétique. Par exemple, si elle porte « 220 V; 380 V », le moteur fonctionne dans les mêmes conditions sur un réseau de tension composée 380 V, le moteur étant branché en étoile, que sur un réseau de tension composée 220 V, le moteur étant branché en triangle, parce que dans les deux cas la tension par phase du moteur est la même, soit 220 V.

REMARQUES. — 1° Si les générateurs sont groupés en triangle, on peut évidemment monter les récepteurs en triangle, mais on peut aussi les monter en étoile; alors leur point neutre n'est lié à aucun fil de ligne.

2° Si une ligne triphasée porte du courant à des récepteurs triphasés montés les uns en étoile, les autres en triangle, l'intensité efficace dans la ligne s'obtient en composant géométriquement les vecteurs représentatifs des intensités respectivement fournies aux différents appareils. Il suffira de commencer la construction graphique, faite par exemple *pour le fil* F_1, en plaçant d'abord le vecteur U_{1N}, puis le vecteur U_{12}, à 30° du premier dans le sens avance. Les vecteurs courants se mettront ensuite en place aisément.

C. — PUISSANCES EN COURANT TRIPHASÉ

9. Cas des circuits déséquilibrés.

1° *Expressions :*

On doit traiter chacune des phases *comme un circuit alternatif ordinaire.* Avec les notations habituelles, on aura donc pour les puissances actives de chaque phase :

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1; \quad P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2; \quad P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3;$$

et pour la puissance active totale :

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

De même :

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1; \quad Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2; \quad Q_3 = U_3 I_3 \sin \varphi_3.$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Enfin, les puissances apparentes sont :

$$S_1 = U_1 I_1; \quad S_2 = U_2 I_2; \quad S_3 = U_3 I_3.$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3.$$

Bien entendu, les tensions ne sont jamais notablement différentes et les intensités sont généralement à peu près égales puisqu'on a pris les précautions voulues pour que les circuits soient à peu près toujours équilibrés.

2° *Mesures.*

a) S'il s'agit de mesurer la puissance active reçue par des récepteurs montés *sur l'une des phases*, on installe un wattmètre comme en courant alternatif ordinaire. Un ampèremètre et un voltmètre installés en même temps fournissent la puissance apparente; on peut donc calculer le facteur de puissance et la puissance réactive.

C'est ainsi, par exemple, qu'on mesure la puissance consommée par un abonné branché sur l'une des phases, entre l'un des fils de ligne et le neutre, sur une distribution triphasée à quatre fils. Si la consommation est constante pendant une certaine durée, on peut alors vérifier le compteur de l'installation.

b) S'il s'agit de mesurer la puissance active totale, celle reçue par une installation branchée sur les trois phases ou celle débitée par un alternateur triphasé, on installe un wattmètre *pour chacune des phases.*

Si l'on monte ainsi trois wattmètres, trois ampèremètres en série avec les circuits « gros fil », trois voltmètres en dérivation avec les circuits « fil fin », on est renseigné sur les valeurs actuelles de la puissance active, de la puissance réactive, du facteur de puissance de chacune des trois phases réceptrices (ou des trois phases génératrices).

REMARQUE. — Par un montage convenable, on peut réduire à deux le nombre des wattmètres; nous laisserons de côté l'étude de ce procédé qui présente l'intérêt d'économiser un instrument.

10. Cas de circuits équilibrés.

1° *Expressions :*

a) Sur les trois phases, que le montage soit en étoile ou qu'il soit en triangle, les valeurs de la tension aux bornes, de l'intensité, du déphasage sont les mêmes. La puissance totale s'obtient donc en multipliant par trois la puissance évaluée pour l'une des phases. Par exemple :

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_1 I_1 \cos \varphi,$$

et par conséquent :

$$P = 3\ U_1 I_1 \cos \varphi; \qquad Q = 3\ U_1 I_1 \sin \varphi; \qquad S = 3\ U_1 I_1.$$

b) Il est intéressant de faire apparaître la tension composée U_F et l'intensité du courant I_F dans l'un des fils de phase, parce que ce sont souvent ces deux valeurs qu'on mesure le plus aisément.

Si le montage est en étoile :

$$U_1 = U = U_F : \sqrt{3}; \qquad I_1 = I_F; \qquad U_1 I_1 = U_F I_F : \sqrt{3}.$$

Si le montage est en triangle :

$$U_1 = U_F; \qquad I_1 = I_T = I_F : \sqrt{3}; \qquad U_1 I_1 = U_F I_F : \sqrt{3}.$$

Par conséquent, *dans les deux cas* :

$$P = 3\ U_1 I_1 \cos \varphi = \sqrt{3}\ U_F I_F \cos \varphi.$$

On n'oubliera pas que φ représente le déphasage du courant sur la tension aux bornes, que celle-ci soit la tension simple (montage étoile) ou la tension composée (montage triangle).

On aurait de même :

$$Q = \sqrt{3}\ U_F I_F \sin \varphi; \qquad S = \sqrt{3}\ U_F I_F.$$

2° *Mesures :*

a) Un wattmètre convenablement installé sur l'une des phases suffit donc pour obtenir la puissance active totale.

b) Généralement, il est plus facile de l'installer en insérant son circuit « gros fil » (fig. 11) dans l'un des fils de phase et son « fil fin » entre ce même fil de phase et le fil neutre, ou un point neutre artificiel si le neutre est inaccessible ou si le montage est en triangle. Il suffit, dans ce dernier cas, de monter en étoile trois résistances

ou trois inductances identiques et d'utiliser leur point commun comme point neutre. On a P en multipliant par 3 la lecture de l'ins-

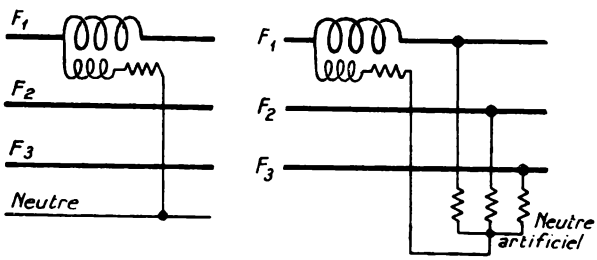


FIG. 11.

trument. Un ampèremètre en série avec le circuit « gros fil » et un voltmètre en dérivation avec le circuit « fil fin » fourniraient, par le produit de leurs indications, la puissance apparente par phase et par conséquent la puissance apparente totale.

c) Pour démontrer que le wattmètre ainsi monté mesure bien la puissance active reçue par la phase correspondante, il suffit de ne pas oublier la propriété fondamentale de cet instrument :

Un wattmètre fournit toujours le produit de la tension efficace aux bornes de son circuit « fil fin » par l'intensité efficace dans son circuit « gros fil » *et par le déphasage* φ_w *de ce courant sur cette tension.*

Quel que soit le mode de montage des récepteurs, c'est la tension simple qui est appliquée aux bornes du wattmètre : sa valeur efficace est donc $U_F : \sqrt{3}$. L'intensité efficace dans le « gros fil » est I_F puisqu'il est inséré dans le fil de ligne. Il reste à examiner le déphasage φ_w.

Si le montage est en étoile, la tension et le courant pour le wattmètre s'identifient avec la tension et le courant sur la phase de mesure $\varphi_w = \varphi$, et la lecture P_l du wattmètre donne le produit $(U_F : \sqrt{3})I_F \cos\varphi$. On a donc :

$$P_l = \frac{U_F I_F}{\sqrt{3}} \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}\, U_F I_F}{3} \cos\varphi, \text{ et } P = 3\, P_l.$$

Si le montage est en triangle, le déphasage φ_w est celui des vec-

teurs I_{F1} et U_{1N}. Reportons sur le diagramme des tensions simples et composées pour la première phase (récepteur 1) (fig. 12), celui des

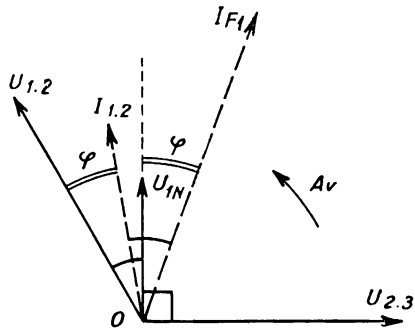


FIG. 12.

intensités pour le montage triangle en plaçant le vecteur I_{12} de manière qu'il fasse l'angle φ, dans le sens voulu, avec le vecteur U_{12}; alors le vecteur I_{F1} fait aussi l'angle φ avec le vecteur U_{1N} et l'on a encore $\varphi_w = \varphi$. Le wattmètre mesure donc le produit :

$$P_l = \frac{\sqrt{3}\, U_F I_F}{3} \cos\varphi, \text{ et } P = 3 \,.\, P_l.$$

On obtient donc la puissance active totale en multipliant par 3 la puissance lue sur l'instrument.

11. Mesure de la puissance réactive en circuits équilibrés.

Si les phases sont équilibrées, on peut mesurer directement la puissance réactive à l'aide d'un wattmètre : il suffit d'insérer son circuit « gros fil » sur l'un des fils de ligne (fil F_1 par exemple) et son circuit « fil fin » en dérivation *sur les deux autres fils* (fig. 13).

Le circuit fil fin est sous la tension composée U_F; le circuit gros fil est parcouru par le courant de ligne I_F. Il nous suffit alors de rechercher l'angle des vecteurs I_{F1} et U_{23} pour avoir φ_w. Or le

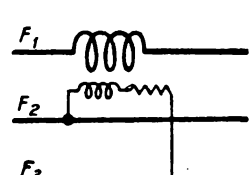


FIG. 13.

vecteur I_{F1} fait, comme nous l'avons vu précédemment, l'angle φ avec le vecteur U_{1N} et nous savons que le vecteur U_{23} fait un angle arrière de 90° avec U_{1N}. Il en résulte $\varphi_w = 90° - \varphi$. On démontre, en trigonométrie, que cos $(90° - \varphi) = \sin \varphi$, et, en conséquence, le wattmètre mesure $U_F I_F \sin \varphi$.

Si Q_l est la lecture, on a donc :

$$Q_l = U_F I_F \sin \varphi, \text{ d'où } Q = \sqrt{3}\, Q_l.$$

Il suffit donc de multiplier la lecture Q_l du wattmètre par $\sqrt{3} = 1{,}73$ *et d'exprimer le résultat* en VAR.

12. Correction du facteur de puissance.

On peut évidemment corriger le facteur de puissance séparément pour chacune des phases, comme on le ferait en monophasé.

Dans le cas d'un récepteur à phases équilibrées, on est conduit à employer trois batteries de condensateurs identiques qui fournissent leur puissance réactive au récepteur. L'installation se fait soit en étoile, soit en triangle.

RÉSUMÉ

Un alternateur triphasé porte, pour un seul inducteur, trois enroulements induits dans lesquels se développent, par flux coupé, trois f. é. m. successivement en retard de T : 3. Les trois générateurs ainsi formés sont généralement groupés en étoile et permettent une distribution d'énergie par quatre fils dont l'un, dit *fil neutre*, **est de diamètre plus faible.**

Les récepteurs sont montés soit en étoile, soit en triangle; en étoile, ils sont alimentés par la tension que développe l'un des générateurs triphasés comme s'il fonctionnait seul et qu'on appelle *tension simple*, **valeur efficace U; en triangle, ils sont alimentés sous la tension de valeur efficace $U_F = \sqrt{3}\, U = 1{,}73\, U$ appelée** *tension composée*.

Si le circuit est équilibré, le courant dans le fil neutre est constamment nul, mais il a une certaine valeur si les trois phases réceptrices ne sont pas identiques.

La puissance active totale P est évidemment égale à la somme des puissances actives consommées par chaque phase. Si le circuit

est équilibré et si I_F est l'intensité efficace dans l'un des fils de ligne, on démontre que

$$P = \sqrt{3}\, U\, I_F \cos \varphi,$$

φ étant le déphasage du courant sur la tension aux bornes de l'une quelconque des phases réceptrices.

Exercices.

1. *Un alternateur triphasé branché en étoile fournit, sous tension composée de* 450 *V, un courant de* 300 *A avec un facteur de puissance de* 0,75. *On demande :*

a) *La tension simple ;*

b) *La puissance active fournie par l'alternateur.*

Rép. : 260 V; 175 kW.

2. *Déterminer l'intensité portée par chaque fil de ligne alimentant un moteur triphasé de* 18,4 kW *dont le rendement est* 0,85 *et le facteur de puissance* 0,75.

La tension composée du réseau est 380 V.

Rép. : 44 A.

3. *Un récepteur alimenté par un réseau triphasé de tension composée* 220 *V, de fréquence* 50 *Hz, comporte trois bobines montées en triangle, ayant chacune une résistance* $R = 10\,\Omega$ *et une inductance* $\mathscr{L} = 0{,}02\ H$. *Déterminer :*

a) *Le courant par fil de ligne.*

b) *Le facteur de puissance du récepteur.*

Rép. : 32 A; 0,85.

4. *Trois résistances identiques de* 240 Ω *sont montées en triangle. Quelle est la résistance équivalente aux conducteurs placés entre deux des sommets du triangle ?*

Rép. : 160 Ω.

CHAPITRE XXXIII

APPAREILS DE MESURES

A. — AMPÈREMÈTRES, VOLTMÈTRES, WATTMÈTRES

Comme nous l'avons vu (chap. X, § 5), il est facile de transformer un milliampèremètre, encore appelé **galvanomètre,** en un voltmètre à l'aide d'une résistance additionnelle suffisamment grande. On peut aussi, avec le même milliampèremètre, réaliser un ampèremètre à plusieurs sensibilités (chap. X, § 11) en employant les shunts voulus. L'étude des ampèremètres comme celle des voltmètres peut donc se ramener à celle des galvanomètres, et le premier problème qui se pose au constructeur est d'établir des galvanomètres sensibles.

1. Galvanomètre à cadre mobile à champ radial.

1° *Principe.* — Il est basé sur l'action du champ d'un aimant fixe sur un circuit mobile.

2° *Description.* — Il comprend deux organes principaux :

a) Un aimant fixe est muni de pièces polaires à surfaces cylindriques entre lesquelles est disposé, concentriquement, un cylindre de fer doux; on obtient ainsi un entrefer de faible épaisseur dans lequel

le champ magnétique est dirigé suivant les rayons des surfaces cylindriques qui le limitent; c'est la raison pour laquelle ce champ est appelé **radial.** Son intérêt est de provoquer des déviations de l'équipage mobile proportionnelles à l'intensité du courant traversant l'instrument.

b) Une bobine plate, appelée cadre mobile, faite d'un assez grand nombre de spires de fil fin émaillé (une centaine par exemple), a deux de ses côtés dans l'entrefer et peut tourner autour de l'axe vertical AB (fig. 1). Les extrémités sont soudées à deux fils d'argent, fins, tendus entre A et B solidaires de la monture et liés aux bornes de l'instrument; ce sont ces *fils de torsion* qui soutiennent le cadre, qui lui servent d'axe de rotation, qui conduisent le courant aux spires et, enfin, qui créent un couple de rappel du cadre vers sa position d'équilibre, en l'absence de courant ou, comme on dit, à vide.

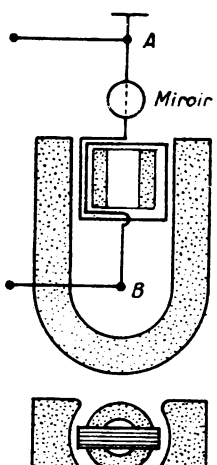


FIG. 1.

Pour observer les rotations du cadre,

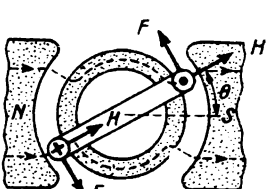


FIG. 2.

on peut lui fixer un index dont l'extrémité se déplace devant une graduation; cela arrive pour les galvanomètres dont sont munis certains dispositifs, par exemple certains ohmmètres. Dans les laboratoires, on emploie généralement une méthode optique qui permet d'amplifier les rotations du cadre et de les traduire sur une règle à l'aide d'une image lumineuse appelée **spot.** Pour cela, un très petit miroir fixé au cadre réfléchit la lumière qu'il reçoit d'une source et contribue à former le spot sur la règle graduée de lecture placée en avant du galvanomètre.

3° *Fonctionnement.* — A vide, le plan des spires est parallèle au plan moyen de l'aimant. Quand il y a courant, le cadre est soumis à un seul couple d'origine électromagnétique $\mathcal{C}_e$ auquel s'oppose un couple de rappel $\mathcal{C}_r$ créé par la torsion des fils de suspension. Ce couple de torsion est proportionnel à la rotation θ du cadre et par conséquent de la forme $\mathcal{C}_r = A\theta$. Si l'on désigne par a la hauteur du cadre, par b sa largeur, par N le nombre de ses spires, par $\mathcal{B}$ la valeur du champ d'induction dans l'entrefer et par I l'intensité

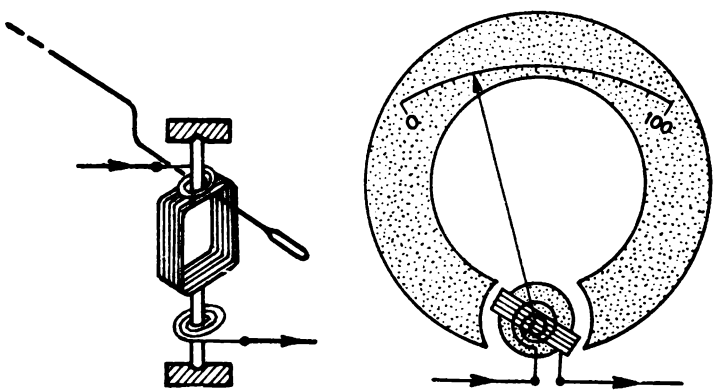


FIG. 3.

du courant, le couple électromagnétique, *quelle que soit la position du cadre*, a pour valeur $\mathcal{C}_e = NIa\mathcal{B} \times b$. Le cadre se fixe dans la position pour laquelle les deux couples s'équilibrent, c'est-à-dire quand :

$$NIab\mathcal{B} = A\theta, \qquad \text{d'où} \quad I = \frac{A\theta}{Nab\mathcal{B}} = k\theta.$$

Ainsi, à l'équilibre, l'intensité est proportionnelle à la rotation du cadre (toutes les grandeurs A, N, a, b et $\mathcal{B}$ étant des constantes).

Bien entendu, la rotation du cadre change de sens avec le sens du courant : *les appareils à cadre mobile sont polarisés.*

4° *Emploi.* — Avec un fil de suspension aussi fin que possible, un assez grand nombre de spires, un champ créé par de bons aimants.

on construit des galvanomètres qui donnent un déplacement appréciable du spot, avec une distance de la règle au cadre de l'ordre du mètre, pour des intensités de courant de quelques dixièmes de millimicroampère. De tels instruments sont utilisés dans certaines méthodes de mesures, au laboratoire, et servent alors, le plus souvent, à vérifier qu'aucun courant ne passe dans le brin de circuit qui les contient; on dit, quand on les emploie dans ce but, *qu'ils fonctionnent en appareils de zéro.*

2. Appareils industriels à cadre mobile.

Basés sur le même principe, ce sont des appareils moins sensibles mais beaucoup plus robustes que les précédents.

Pour être plus commodément placé dans un boîtier, l'aimant a son plan moyen perpendiculaire à l'axe de rotation. Les spires sont enroulées sur un cadre d'aluminium très léger muni d'un axe monté sur pivots et les fils de torsion sont remplacés par des ressorts spiraux qui ne jouent donc plus qu'un double rôle : conduire le courant au cadre et rappeler celui-ci vers sa position de zéro. Une aiguille liée au cadre traduit les rotations sur une graduation qui a le plus souvent 100 divisions et couvre un angle de 60 à 80 degrés pour un courant de quelques milliampères (5 mA par exemple), avec une résistance de l'équipage mobile (entre les bornes de l'instrument) de quelques ohms. Muni de shunt, l'appareil est un ampèremètre; muni d'une résistance additionnelle, c'est un voltmètre.

Ces appareils à cadre mobile surclassent tous les autres. On doit cependant retenir qu'il ne faut pas les placer au voisinage d'aimants et à plus forte raison d'électro-aimants puissants (dynamos, alternateurs, moteurs, transformateurs), parce que cela peut provoquer une modification de l'aimantation de l'aimant fixe de l'instrument et fausser les indications qu'il fournit.

REMARQUES. — 1° On rassemble souvent, sous le nom de **boîte de contrôle**, deux instruments à cadre, l'un équipé en ampèremètre, l'autre en voltmètre, avec chacun plusieurs sensibilités.

2° En raison de leur sensibilité, on emploie de plus en plus ces instruments en courant alternatif mais, comme ils sont polarisés, on doit les mettre en circuit par l'intermédiaire d'un **redresseur de courant.**

Si, dans certaines conditions très précises, on oxyde une lame de cuivre, on constate que la résistance est considérablement plus grande quand le courant va du cuivre vers l'oxyde que dans le sens oxyde-cuivre. En superposant une rondelle de cuivre ainsi oxydé et une rondelle de plomb fortement pressées l'une contre l'autre, on forme une sorte de clapet électrique à travers lequel le courant ne peut pratiquement passer que de l'oxyde (donc du plomb) vers le cuivre (fig. 4), à condition cependant que la tension appliquée aux bornes de l'ensemble ne dépasse pas une certaine valeur. Un tel dispositif ne laisse alors passer que les alternances de sens convenable d'un courant alternatif mais en utilisant plusieurs clapets on peut établir certains montages qui permettent de faire passer dans le même sens *toutes* les alternances du courant alternatif. Ce sont de tels arrangements qu'on place en série avec le cadre d'un appareil à cadre mobile pour faire des mesures en courant alternatif mais l'étalonnage en courant continu n'est pas valable et le cadran porte généralement deux graduations.

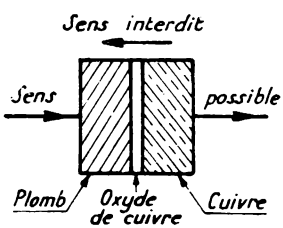


FIG. 4.

3. Appareils thermiques.

1° *Principe.* — Ils sont fondés sur l'effet Joule.

2° *Description.* — Un fil conducteur AB (fig. 5) est tendu entre un plot fixe et un plot mobile commandé par une vis. En son milieu lui est attaché un fil souple qui fait un tour mort sur une poulie et dont l'autre extrémité est fixée à un ressort tenseur. Une aiguille solidaire de la poulie se déplace devant une graduation.

3° *Fonctionnement.* — Le courant I qui traverse le conducteur l'échauffe et, dans des conditions données de refroidissement (chap. IX, § 7), une température de régime s'établit, supérieure à la température ambiante. Le fil chaud, initialement en ACB, a pris un certain allongement; tendu par le fil souple, son milieu C est passé en C′ et la poulie, entraînée par le fil souple, a tourné d'un angle que l'aiguille traduit sur le cadran gradué.

L'appareil n'est pas polarisé et, en gros, la déviation est proportionnelle à I^2. On le gradue par comparaison avec un appareil à cadre mobile, ampèremètre ou voltmètre suivant le cas.

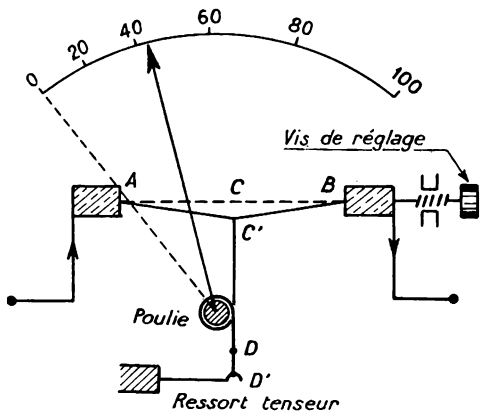


FIG. 5.

4° *Emploi.* — Les appareils thermiques sont utilisables en alternatif comme en continu, *avec la même graduation* (par définition même des valeurs efficaces). Ils ont l'inconvénient d'être fragiles et l'on doit protéger par un fusible sensible leur fil chaud dilatable qui peut facilement « griller ». Ils sont moins précis que les appareils à cadre mobile; la rotation de l'aiguille change au long de la graduation pour une même variation de l'intensité et ils sont, pour cette raison, à peu près inutilisables au début de leur graduation.

4. Appareils à fer doux dits « électromagnétiques ».

1° *Principe.* — Ils sont basés soit sur *l'avalement* par une bobine fixe d'une pièce mobile de fer doux, soit *sur les répulsions* qui s'exercent entre deux pièces de fer doux voisines, l'une fixe, l'autre mobile, simultanément aimantées par le champ de la même bobine fixe. Dans les deux types, la bobine fixe est parcourue par le courant à mesurer (ampèremètres) ou par le faible courant fourni par la tension à mesurer (voltmètres).

2° et 3° *Description et fonctionnement.* — La figure 6 fait comprendre le principe de l'organisation et du fonctionnement des appareils à avalement.

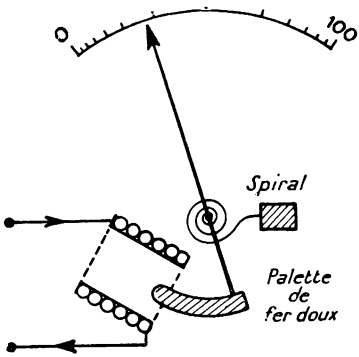


FIG. 6.

Une palette de fer doux est solidaire d'une aiguille et l'équipage mobile ainsi formé porte un axe monté sur pivots; un ressort antagoniste le rappelle dans sa position d'équilibre à vide. La bobine fixe est placée de manière que la palette puisse être avalée quand le courant est établi; l'équipage est soumis à un couple moteur qui croît avec l'intensité du courant et il se fixe quand ce couple moteur est équilibré par le couple de rappel du spiral. La rotation de l'aiguille croît donc avec l'intensité du courant dans la bobine et l'on gradue en comparant aux indications fournies par un appareil à cadre mobile.

Dans les appareils à répulsion (fig. 7), une petite lame de fer

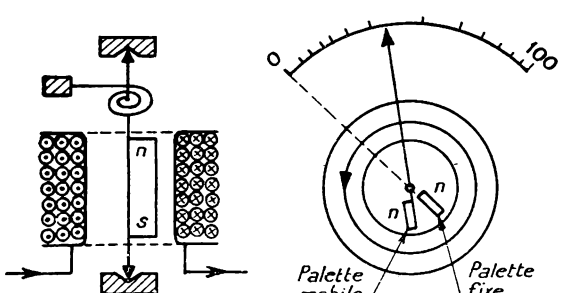


FIG. 7. — Répulsion.
L'aiguille n'est pas représentée à gauche, le spiral ne l'est pas à droite.

doux mobile forme avec l'aiguille de l'instrument un équipage mobile que rappelle un spiral. Devant elle se trouve une lame fixe analogue, et toutes deux sont placées dans le champ de la bobine fixe, axe de rotation parallèle à celui de la bobine. Quand

la bobine est le siège d'un courant, les deux lamelles s'aimantent de la même façon, des pôles de même nom se développent en regard à chacune de leurs extrémités, d'où la répulsion qui fait tourner la palette mobile. L'aimantation ainsi que la répulsion qui en résulte croissent avec l'intensité du courant et l'on gradue, comme pour les appareils thermiques, par comparaison avec des appareils à cadre mobile.

4° *Emploi.* — Les appareils à fer doux sont d'une construction facile et coûtent par conséquent moins cher que les précédents. Ils ont l'inconvénient d'avoir une graduation irrégulière, plus serrée au début et à la fin. Ils ne sont pas très sensibles, mais ils ne sont pas polarisés et peuvent alors servir soit en continu, soit en alternatif. Certains, à palettes de fer, portent deux graduations, chacune valable pour l'une des formes de courant, mais on dispose actuellement d'alliages magnétiques qui permettent de construire des appareils dont l'unique graduation est valable pour les deux formes de courant.

Ce sont les appareils qui servent généralement à équiper les tableaux. Bien entendu, ils sont sensibles aux champs extérieurs et doivent être, pour cette raison, éloignés des carcasses magnétiques.

5. Appareils électrodynamiques.

1° *Principe.* — Ils sont basés sur les actions électrodynamiques et leur constitution est analogue à celle des appareils à cadre mobile, avec cette différence que le champ de l'aimant est remplacé par le champ d'une bobine fixe.

L'appareil comprend donc deux bobines. L'une B est fixe (fig. 8 *a*) et se compose généralement de deux demi-bobines B_1 et B_2; elle crée un champ dont les lignes de champ sont de forme invariable, mais dont la grandeur en chaque point varie proportionnellement à l'intensité du courant qui la traverse. Elle joue un rôle analogue au système magnétique d'un appareil à cadre mobile. L'autre B′ forme un cadre solidaire d'un axe monté sur pivots et peut ainsi tourner dans la région du champ créé par la bobine fixe, en entraînant une aiguille qui se déplace devant un cadran gradué; elle est mise en circuit, comme dans le milliampèremètre à cadre mobile,

par deux spiraux dont la torsion produit le couple de rappel vers la position d'équilibre à vide.

2° *Équation d'équilibre en courant continu.* — La disposition des circuits est telle que la bobine mobile doive tourner, à partir de la position qu'elle occupe à vide, aiguille au zéro, pour embrasser le flux maximal quand les courants sont établis. Ainsi, la figure 8 *a* montre qu'elle devrait tourner dans le sens de la flèche pour placer sa face nord parallèlement à celles des bobines partielles B_1 et B_2. Quand les courants sont établis, elle tourne donc autour de son axe mais, en tournant, elle tord les spiraux et elle se fixe dans une position intermédiaire pour laquelle le couple C_r des spiraux équilibre le couple d'origine électrodynamique C_e agissant sur le cadre.

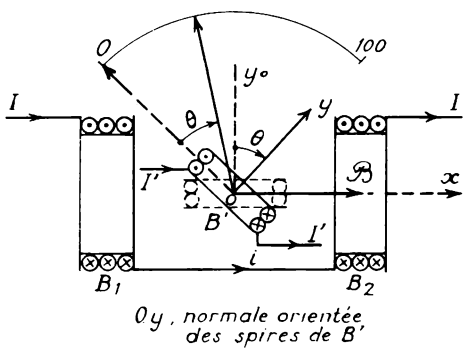


FIG. 8 *a*

Le couple des spiraux est proportionnel à l'angle dont ils ont été tordus, c'est-à-dire à l'angle θ de rotation de l'équipage mobile. Il est donc de la forme $C_r = A\theta$.

Pour établir la forme de l'expression du couple électrodynamique, supposons les courants d'intensités différentes : I dans B, I′ dans B′. Ce couple est proportionnel, d'une part, à l'intensité I′ du courant dans la bobine mobile, d'autre part, au champ d'induction créé par la bobine fixe, c'est-à-dire à I; de plus, il dépend, en général, de la position de la bobine mobile à l'équilibre, c'est-à-dire de l'angle θ. Il est donc de la forme $C_e = \lambda II' \cdot f(\theta)$, dans laquelle $f(\theta)$ est une expression dépendant, en général, de l'angle θ et de la topographie du champ créé par la bobine, c'est-à-dire de la forme de ses lignes de champ. A l'équilibre, on a donc $\lambda II' f(\theta) = A\theta$ et cette équation permet d'obtenir la position d'équilibre de l'équipage mobile pour une valeur du produit II′ donnée si les constantes λ, A et la fonction $f(\theta)$ sont connues.

Au reste du point de vue du fonctionnement, il suffit de comprendre que le cadre mobile se fixe dans une position d'équilibre située entre les positions extrêmes qu'il peut occuper, la graduation, pour les appareils industriels, se faisant par étalonnage.

Il est cependant possible de voir que le technicien, dans la construction de ces instruments, peut arriver ou presque à placer le cadre mobile dans un champ analogue au champ radial d'un galvanomètre à cadre mobile. C'est ce que montre la figure 8 *b*. Si les bobines B_1 et B_2 sont des cadres de forme et de positions convenables, les lignes d'induction sont pratiquement normales à une surface cylindrique centrée sur l'axe de rotation et en chacun de ses points, l'induction $\mathcal{B}$ est sensiblement constante. Dans ces conditions, les forces électromagnétiques f sur les brins du cadre mobile parallèles à l'axe de rotation sont normales au plan des spires comme dans le galvanomètre et le couple est à peu près indépendant de la position de l'équipage mobile dans les limites de sa rotation. Il est donc de la forme $k\mathrm{II}'$ où k est une constante et l'équation d'équilibre s'écrit alors :

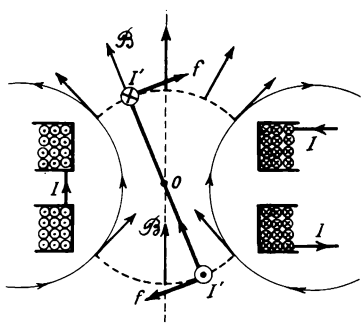


FIG. 8 *b*.

$$k\mathrm{II}' = \mathrm{A}\theta. \qquad [1]$$

Nous admettrons qu'il en est ainsi dans la suite.

6. Fonctionnement en courant continu.

1° *Voltmètre électrodynamique.* — Les bobines B et B′ sont en fil fin et montées en série (fig. 9). Si R est leur résistance, sous la tension U, les intensités I et I′ ont la valeur commune $\mathrm{I} = \mathrm{U}/\mathrm{R}$ et l'on a, en portant dans [1], et en posant $k/\mathrm{AR}^2 = \mathrm{K}_v$:

$$\theta = \mathrm{K}_v\mathrm{U}^2 \qquad \text{ou} \qquad \mathrm{U} = \mathrm{K}'_v\sqrt{\theta}.$$

On peut alors graduer l'appareil en courant continu, par exemple par comparaison avec un voltmètre à cadre mobile de contrôle.

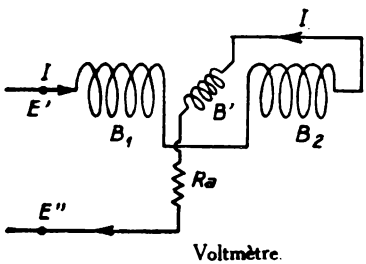


FIG. 9.

L'appareil n'est pas polarisé puisque, si l'on inverse ses connexions avec la source, le courant se renverse dans le cadre mobile et dans les bobines qui créent le champ : les forces électromagnétiques gardent le même sens.

Dans l'hypothèse faite, l'appareil a l'inconvénient d'une sensibilité qui varie avec la valeur de la tension : les traits de la graduation séparant des tensions égales sont plus rapprochés vers le zéro qu'à l'autre bout de l'échelle. On peut cependant corriger partiellement ce défaut par une topographie du champ mieux adaptée à l'instrument que celle que nous avons admise.

2° *Ampèremètre électrodynamique.* — La bobine mobile (fig. 10) doit rester en fil fin pour ne pas être trop lourde, tout en conservant un nombre suffisant de spires; elle ne peut donc, en général, supporter le courant à mesurer sans un échauffement dangereux. La bobine fixe est faite, au contraire, d'un fil de forte section et elle est parcourue par le courant d'intensité I à mesurer. Le courant dans B′ est prélevé, par dérivation, aux bornes d'une résistance faible *s* placée en série avec la bobine fixe; il a ainsi une valeur I′ qui n'est qu'une fraction de l'intensité à mesurer et qu'on peut écrire $I' = I : m$. On a donc maintenant : $II' = I^2/m$ et, par conséquent, en posant $k/Am = K_a$:

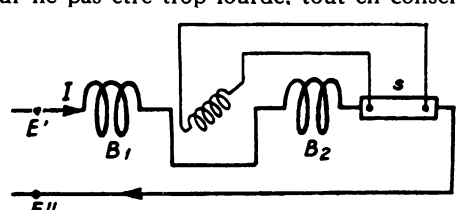


FIG. 10.

$$\theta = K_a I^2 \qquad \text{ou} \qquad I = K'_a \sqrt{\theta}.$$

L'instrument peut être gradué par étalonnage. Il présente le même défaut que le précédent : une sensibilité faible au début de sa graduation. Comme le voltmètre, il n'est pas polarisé.

3° *Wattmètre électrodynamique.* — Pour mesurer une puissance en courant continu, on installe un ampèremètre en série dans le circuit, un voltmètre en dérivation sur les bornes du récepteur (fig. 11) et l'on a $P = UI$.

On peut réaliser un montage analogue avec un appareil électrodynamique du type que nous venons de décrire. La bobine fixe est

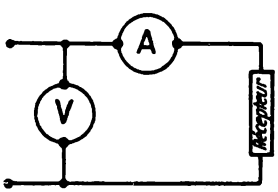


FIG. 11.

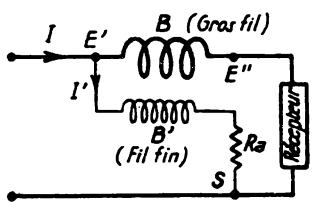


FIG. 12.

mise en série avec le récepteur et joue ainsi le rôle de l'ampèremètre du montage précédent (fig. 12); la bobine B′ est placée en dérivation sur les bornes du récepteur comme l'était le voltmètre. Comme un voltmètre, elle doit être traversée par un courant très faible; elle est alors faite d'un conducteur de faible section et montée en série avec une résistance additionnelle. C'est l'enroulement « fil fin ». La bobine fixe parcourue par le courant I fourni au récepteur est faite d'un conducteur de forte section; on l'appelle enroulement « gros fil ».

Si R est la résistance du circuit fil fin (résistance additionnelle comprise), on a $I' = U : R$ et, en se reportant à la relation [1] : $k'IU/R = A\theta$, soit, en posant $k'/AR = K_w$

$$\theta = K_w UI \qquad \text{ou} \qquad UI = K'_w \theta.$$

La rotation du cadre est proportionnelle à la puissance.

Avec la topographie du champ que nous avons admise, la sensibilité est donc constante pour toute la graduation qui peut avoir des traits équidistants.

7. Fonctionnement en courant alternatif.

1° *Équation d'équilibre.* — L'inertie du cadre d'un appareil électrodynamique ne lui permet pas de suivre les variations de l'action mécanique qu'il subit quand les courants des deux enroulements varient rapidement et il ne peut que prendre la position qui correspond au couple électrodynamique moyen auquel il est soumis.

Conservons l'hypothèse d'une action électrodynamique indépendante de la position du cadre. Dans ces conditions, pour des courants variables i et i' remplaçant les courants constants I et I′ précédents, le moment du couple d'origine électromagnétique auquel est soumis le cadre mobile a pour expression

$$c = k\, i\, i' \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi)$$

en supposant un déphasage φ entre les deux intensités. Ce couple sinusoïdal varie à la fréquence $2f$ et l'on peut montrer que la valeur moyenne de son moment est $C_{moy} = k\mathrm{II}' \cos \varphi$. L'équation d'équilibre s'écrit donc, en traduisant que ce couple équilibre le couple de torsion :

$$k\mathrm{II}' \cos \varphi = \mathrm{A}\theta. \qquad [2]$$

I et I′ étant ici les intensités efficaces des deux courants.

2° *Cas du voltmètre.* — Les deux enroulements étant en série, on a $i = i'$, $\mathrm{I} = \mathrm{I}'$. Si la résistance totale R du circuit, y compris s'il y a lieu une résistance additionnelle, est très grande et si l'on peut négliger la réactance d'induction des enroulements, $\mathrm{I} = \mathrm{I}' = \mathrm{U}/\mathrm{R}$; alors comme en continu :

$$\theta = \mathrm{K}_v \mathrm{U}^2 \qquad \text{ou} \quad \mathrm{U} = \mathrm{K}'_v \sqrt{\theta}.$$

L'appareil gradué en courant continu est utilisable en courant alternatif avec sa graduation; il mesure les tensions efficaces comme un voltmètre thermique ou à fer doux.

3° *Cas de l'ampèremètre.* — Si la dérivation d'une fraction de l'intensité totale n'introduit aucun déphasage du courant i' dans le cadre mobile par rapport au courant i dans les bobines fixes, ce qui exige certaines précautions de construction, on a $\varphi = 0$ et $\mathrm{II}' = \mathrm{I}^2/m$. En conséquence :

$$\theta = \mathrm{K}_a \mathrm{I}^2 \qquad \text{ou} \quad \mathrm{I} = \mathrm{K}'_a \sqrt{\theta}.$$

L'appareil gradué en courant continu est utilisable en courant alternatif avec sa graduation; il mesure l'intensité efficace comme un ampèremètre thermique ou un appareil à fer doux.

4° *Cas du wattmètre.* — C'est, en courant alternatif, un instrument d'un intérêt capital puisqu'il permet la mesure de la puissance active, nous l'avons déjà dit.

En effet, avec les mêmes précautions que pour le voltmètre, son circuit fil fin est le siège du courant $i = (U\sqrt{2}/R) \sin \omega t$. Le circuit fixe « gros fil », celui du courant total $i' = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$ si φ est le déphasage du courant absorbé par le récepteur (ou livré par un générateur) sur la tension aux bornes. Le *coup le moyen* a donc pour valeur $C_{moy} = kUI \cos \varphi$ et en portant cette expression dans [1]

$$\theta = K_w UI \cos \varphi \qquad \text{ou} \quad UI \cos \varphi = K'_w \theta.$$

La rotation du cadre est proportionnelle à la puissance active.

La graduation de l'instrument faite en courant continu est valable en alternatif. On lit directement la puissance active.

Généralement, on peut faire varier la sensibilité d'un wattmètre, d'une part en agissant sur le couplage des deux bobines fixes montées, soit en série, soit en parallèle, d'autre part en agissant sur la résistance du circuit des volts, comme on le fait pour un voltmètre, par emploi de résistances additionnelles.

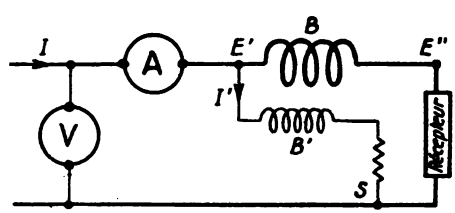


FIG. 13.

Rappelons que les mesures simultanées de la puissance active de la tension et de l'intensité efficaces (fig. 13) permettent de déterminer le facteur de puissance : $\cos \varphi = P/UI$.

RÉSUMÉ

1° Les appareils à cadre mobile créent un couple proportionnel à la déviation de l'aiguille, par l'action d'un champ fixe sur un circuit mobile ; ils sont polarisés.

Ils sont très précis ; on les utilise beaucoup en courant continu et quelquefois en courant alternatif, en les mettant en série avec un redresseur.

2° Les appareils thermiques sont fondés sur l'effet Joule ; ils ne sont pas polarisés. Ils sont fragiles et peu précis.

3° Les appareils à fer doux dits « électromagnétiques » sont soit à « avalement », soit à « répulsion » ; ils ne sont pas polarisés. Ils sont bon marché, mais sensibles aux champs extérieurs.

4° Les appareils électrodynamiques sont basés sur l'action s'exerçant entre deux bobines, l'une fixe, l'autre mobile. Ils sont surtout utilisés en alternatif.

Le wattmètre électrodynamique se compose d'un circuit « gros fil » (bobine fixe) que l'on branche en série avec le récepteur (ou le générateur) et d'un circuit « fil fin » (bobine mobile) que l'on branche aux bornes du récepteur (ou du générateur).

Cet appareil, gradué en courant continu, mesure la puissance active en alternatif.

Exercices.

1. *Au centre d'une bobine horizontale supposée très longue et portant* 20 *spires par centimètre, on place un cadre de* 25 *spires, de section uniforme* ($s = 10$ cm^2). *Ce cadre étant disposé horizontalement, calculer le couple qui tend à le faire tourner si le courant qui traverse les deux enroulements est de* 5 A.

Rép. : 1,56 mm·N.

2. *Un galvanomètre à cadre mobile a un cadre rectangulaire de hauteur* 75 mm, *de largeur* 35 mm *et portant* 500 *spires. Ce cadre est mobile dans un champ radial de* 0,1 T; *il est suspendu à un fil dont la constante de torsion vaut* $3 : 10^5$ u S.I. *On demande :*

a) *Le couple exercé sur le cadre par un courant de* 20 μA.

b) *La constante du galvanomètre* (*rapport* $k = \frac{I}{\theta}$ *de l'intensité à l'angle de déviation*).

Rép. : $26{,}2 : 10^7$ u S.I.; $2{,}28 : 10^4$ A : radian.

CHAPITRE XXXIV

EFFET PELTIER

L'effet Peltier est indiscutablement du domaine de l'électrocinétique mais nous n'en n'avons rien dit jusqu'ici parce que, pratiquement, il n'a aucune incidence dans l'étude de la distribution des courants dans un réseau de conducteurs ni sur la chaleur dégagée dans un conducteur homogène.

Nous allons cependant en faire maintenant une étude sommaire à cause d'une application technique en plein développement.

1. Constatation de l'effet Peltier.

Un système aussi symétrique que possible est constitué de la manière suivante. Une tige de bismuth Bi (fig. 1) et deux tiges de cuivre de quelques millimètres de diamètre sont montées en série.

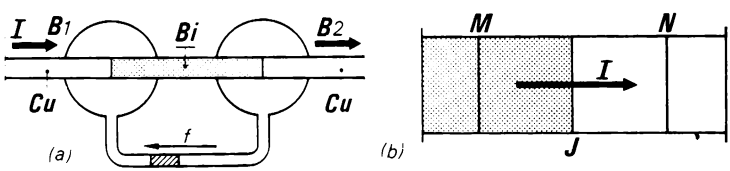


FIG. 1.

Deux petits ballons identiques remplis d'air à la même pression entourent chacune des deux soudures; ils sont reliés par un tube fin dans lequel un index liquide, initialement au milieu de la longueur du tube, peut se déplacer. On peut insérer la baguette Cu-Bi-Cu dans un circuit; sa résistance électrique est très faible.

Si l'on fait passer un courant I de quelques ampères dans le sens marqué sur la figure, l'index se déplace dans le sens de la flèche. Cela prouve que le gaz de B_2 se réchauffe plus vite que celui de B_1. En renversant le sens du courant on inverse le sens du déplacement de l'index.

D'ailleurs si les deux ballons sont traversés par un même conducteur de cuivre ou de bismuth, un courant, quel que soit son sens ne provoque aucun déplacement de l'index parce que l'air des deux ballons se réchauffe de la même manière.

On doit donc admettre qu'au dégagement de chaleur par effet Joule et qui est le même dans les deux ballons s'ajoute un dégagement supplémentaire ou bien une *absorption* suivant que le courant passe du bismuth vers le cuivre ou du cuivre vers le bismuth. Bref :

L'effet Peltier est un dégagement ou une absorption de chaleur qui se fait au niveau du contact entre deux conducteurs de natures différentes suivant le sens du courant.

Il est généralement très faible.

2. Étude expérimentale. Puissance mise en jeu.

L'étude expérimentale du phénomène a montré qu'il se développe, au contact de deux métaux différents une d.d.p. que l'on appelle **d.d.p. de Peltier.** Sa valeur, que nous représenterons par e_P, est généralement très faible : elle atteint 20 mV dans le cas du cuivre et du bismuth, seulement 3 mV dans celui du fer et du cuivre. Elle change de signe suivant qu'on passe du bismuth au cuivre ou du cuivre au bismuth; elle ne dépend ni de la surface des conducteurs en contact, ni de l'intensité d'un courant qu'on établit dans les conducteurs. Au total, on peut la considérer comme une f.é.m. ou une f.c.é.m. de même valeur absolue et si l'on réunit extérieurement les tiges de cuivre qui sortent des ballons par un conducteur quelconque, à température uniforme ce circuit fermé n'est le siège d'aucun courant puisque les deux espèces de générateurs qu'on y peut considérer sont en opposition.

Au contraire, quand les deux contacts sont insérés dans un circuit contenant un générateur chimique ou électromécanique imposant un courant d'un certain sens, *leur effet apparaît.* Celui qui, seul, produirait un courant de même sens que le courant imposé *revalorise des coulombs* mais comme il n'use pas de substances chimiques, comme ce n'est pas une dynamo transformant de l'énergie mécanique en énergie électrique il prend l'énergie $e_P I$ nécessaire à son fonctionnement *pendant une seconde* en soutirant de la chaleur au milieu ambiant; l'autre contact ajoute une chute supplémentaire à la chute ohmique et le dégagement de chaleur est

supérieur à l'effet Joule pour la tranche de conducteurs contenant le contact. Bref, la puissance reçue par le milieu ambiant pour la portion MN de résistance R contenant la jonction J des deux substances différentes (fig. 1 *b*) a pour expression, en régime permanent, à température constante,

$$P = RI^2 \pm e_P I = I(RI \pm e_P)$$

le signe de e_P dépendant du sens du courant. Dans le cas du signe — si le terme $e_P I$ l'emporte sur RI^2, il y a absorption de chaleur au niveau du contact mais si RI^2 l'emporte, il y a *au total* chaleur dégagée, l'effet Joule *masque* l'effet Peltier.

3. Sa cause.

Les progrès récents et considérables accomplis dans la théorie électronique de la conductibilité des conducteurs et surtout des semi-conducteurs permettent d'expliquer la d.d.p. de Peltier. Elle est créée par des charges opposées portées par les régions très voisines du contact, l'une due à un excès de négatons, l'autre à des ions positifs en excès, séparés par une couche de vide d'une minceur extrême et formant une sorte de condensateur ne gênant pratiquement pas le déplacement de négatons libres.

On a été ainsi orienté dans la recherche de substances pour lesquelles la d.d.p. de Peltier est plus grande que pour le contact cuivre-bismuth et cela a conduit à une application technique intéressante.

4. Principe de dispositifs réfrigérateurs.

Trois substances A, cuivre, B forment un barreau conducteur de large section; elles ont été choisies de manière qu'il y ait aux deux contacts, absorption de chaleur dans un milieu ambiant soigneusement isolé thermiquement du milieu extérieur (fig. 2). Un courant lui soutire des calories qu'il faut évidemment évacuer vers l'extérieur et cela montre que la conductibilité thermique des trois substances joue un rôle.

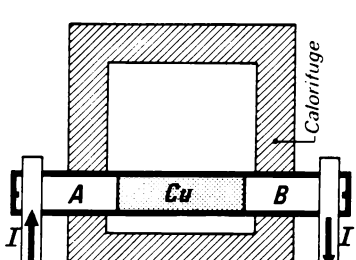


FIG. 2.

L'industrie livre, sous le nom de **cryostats** des appareils de faible volume utilisés dans les laboratoires pour maintenir un dispositif à température inférieure à celle du milieu ambiant. Ce sont donc de véritables *réfrigérateurs à effet Peltier.*

5. Retour sur les générateurs thermo-électriques.

Nous avons signalé l'existence de générateurs appelés thermo-électriques dont l'intérêt, jusqu'ici, n'a été que la possibilité qu'ils fournissent de mesurer des différences de températures. Ce qui précède nous permet d'entrevoir l'explication de leur fonctionnement.

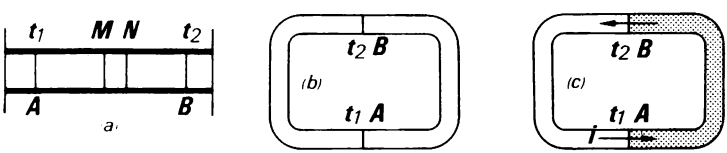


FIG. 3.

Soit un conducteur (fig. 3 *a*) dont deux tranches A et B sont portées à des températures différentes t_1 et t_2 avec, par exemple $t_1 > t_2$. La température varie graduellement de t_1 à t_2, le long du conducteur et deux tranches M et N étant à des températures différentes peuvent être *considérées comme des substances différentes.*

Alors par addition de petits effets analogues pour toutes les tranches de A à B il doit exister une d.d.p. par effet de température que l'on nomme **effet Thomson.** Son signe change avec le signe de la différence de température des deux tranches si bien qu'on ne peut pas le mettre en évidence en portant à des températures différentes deux tranches A et B d'un *même* métal parce qu'il se développe dans AB et dans BA des f.é.m. de *Thomson opposées* (fig. 3 *b*).

Mais l'effet Thomson varie avec la nature du conducteur; on peut donc rechercher ceux pour lesquels la f.é.m. totale n'est pas nulle parce qu'elle n'a pas des valeurs opposées dans les deux conducteurs successifs (fig. 3 *c*).

On dispose maintenant de couples de conducteurs fournissant une f.é.m. thermoélectrique de centaines de microvolts par degré Celsius et l'on peut prévoir la réalisation de générateurs transformant directement l'énergie thermique en énergie électrique qui ne seront plus sans intérêt, tout au moins dans certains domaines.

Exercices.

1. *Entre deux tranches* M *et* N *d'un barreau fait de cuivre et de bismuth la résistance électrique est* R = 130 μΩ. *La d.d.p. de Peltier a pour valeur absolue* $|e_f|$ = 20 mV. *On suppose que le sens du courant a été choisi pour produire une absorption de chaleur dans le contact* J (fig. 2 *b*). *Quelle est la valeur de l'intensité* I *au-dessus de laquelle il y a, au total, dégagement de chaleur. Pour quelle valeur de l'intensité l'absorption est-elle maximale ?* — *Rép. :* 30,7 A; 15,35 A.

2. *L'organe refroidisseur d'un cryostat par effet Peltier est formé d'un barreau de cuivre de section* 4 cm^2, *de longueur* 10 cm, *de résistivité* $1{,}6/10^8$ Ω·m. *Les deux parties des conducteurs extrêmes ont une résistance entre les sections utiles, égale à celle du barreau de cuivre. Les d.d.p. de Peltier sont de* 40 mV *et* 60 mV. *Quelle est l'absorption en joules, puis en kilocalories par heure pour un courant de* 20 A. *On admet que* 1 J = 1/4 000 kcal. *Quelle masse de glace pourrait-on obtenir à* 0° C *sachant qu'il faut absorber* 80 kcal/kg. — *Rép. :* 7 200 J; 1,8 kcal; 22 g.

CHAPITRE XXXV

INDUCTION MUTUELLE DE DEUX CIRCUITS COEFFICIENT DE COUPLAGE

1. Induction mutuelle de deux circuits.

C_1 est une bobine plate (fig. 1) insérée dans un circuit contenant une batterie d'accumulateurs, un rhéostat, un ampéremètre mesurant l'intensité I_1 du courant dans la bobine. C_2 est une autre bobine aux bornes de laquelle est branché un galvanomètre. On constate aisément que :

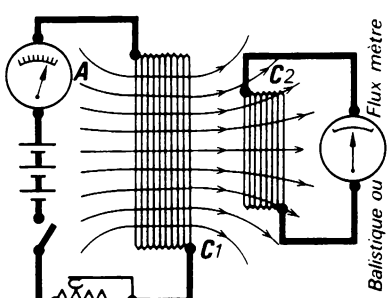


FIG. 1.

Toute variation du courant dans C_1 se traduit par un courant temporaire dans C_2.

On dit que les deux circuits sont **couplés par induction mutuelle.**

On reconnaît dans ce dispositif celui qui nous a servi (p. 231, fig. 3) à constater l'un des moyens de production d'une f.é.m. d'induction et l'on observe des choses analogues en échangeant les deux circuits.

2. Induction mutuelle de deux circuits. Unité.

Proposons-nous d'établir une relation permettant d'obtenir le flux que l'un des circuits reçoit pour un courant d'intensité connue parcourant l'autre circuit quand les deux circuits sont donnés, quand ils sont dans une position relative donnée et qu'ils sont placés dans un milieu donné.

a) *Influence de l'intensité du courant inducteur.* Si l'intensité I_1 du courant dans le premier circuit double, son champ d'induction double en tous les points de l'espace. Il en résulte que le flux $\Phi_{1,2}$ pour le circuit C_2 dû au courant I_1 dans C_1 doublé aussi, et cette relation de proportionnalité peut s'écrire :

$$\Phi_{1,2} = \mathcal{M}_{1,2} I_1$$

$\mathcal{M}_{1,2}$ étant une constante dans les conditions données.

On peut évidemment écrire une relation analogue en échangeant le rôle des deux circuits et exprimer le flux $\Phi_{2,1}$ pour le courant I_2 soit :

$$\Phi_{2,1} = \mathcal{M}_{2,1} I_2.$$

Mais on peut démontrer que $\mathcal{M}_{2,1} = \mathcal{M}_{1,2}$. On peut aussi l'établir expérimentalement par des mesures dans lesquelles on doit employer un ampéremètre pour mesurer I_1 ou I_2, un *galvanomètre balistique* ou un *fluxmètre* pour mesurer les flux. On peut alors représenter par $\mathcal{M}$ cette valeur commune que l'on appelle **inductance mutuelle** des deux circuits et écrire :

$$\Phi_{1,2} = \mathcal{M} I_1 \qquad \Phi_{2,1} = \mathcal{M} I_2.$$

On en déduit, par exemple $\mathcal{M} = \Phi_{1,2} : I_1$ et cette relation est analogue à celle $\mathcal{L} = \Phi_a : I$ que nous avons employée à propos de l'auto-induction pour définir l'unité d'inductance. C'est la raison pour laquelle :

L'unité d'inductance mutuelle est la même que l'unité d'inductance propre : l'henry.

b) *Influence de la structure des circuits et de leur position relative.* Supposons les deux circuits faits chacun de spires identiques accolées étroitement. Si le nombre de celles de C_1 considéré comme inducteur double, le champ double en chaque point de l'espace pour le même courant I_1, le flux $\Phi_{1,2}$ double, $\mathcal{M}$ double. Ici c'est le nombre des spires du circuit induit C_2 qui double; $\Phi_{1,2}$ double encore pour le même courant I_1 et, par conséquent aussi l'inductance mutuelle. Bref, $\mathcal{M}$ dépend essentiellement de la structure des deux circuits.

Mais il dépend aussi de leur position relative. Plaçons les deux bobines C_1 et C_2 de manière que leurs axes géométriques soient confondus. Branchons un fluxmètre aux bornes de C_2. A l'établissement du courant I_1 dans C_1 correspond un certain flux $\Phi_{1,2}$. Croisons

les axes : il n'y a plus d'induction mutuelle. Renversons C_2 face pour face, le flux reprend la valeur absolue $\Phi_{1,2}$ mais la déviation de l'équipage du fluxmètre est opposée à la première. Cela conduit à donner un *signe* à l'inductance mutuelle de deux circuits. Il suffit pour cela de choisir une face positive pour les spires de C_2, soit d'abord un sens positif pour le courant puis pour face positive celle de sortie des lignes du champ propre de C_2 supposé siège de ce courant : l'inductance mutuelle est alors positive si les lignes du champ d'induction de C_1 traversent C_2 de sa face négative à sa face positive; elle est négative dans le cas contraire. Bref :

L'inductance mutuelle de deux circuits doit être affectée d'un signe ; elle peut être positive ou négative alors que l'inductance (propre) d'un circuit est toujours positive.

Cela est indispensable si l'on veut traiter, par le calcul, les problèmes d'induction mutuelle en régimes variables.

c) Influence de la perméabilité du milieu. Soit $\mathcal{M}_0$ l'inductance mutuelle de deux circuits placés dans le vide ou dans l'air. S'ils sont plongés dans un milieu homogène de perméabilité *constante* $\mu = \mu_r\mu_0$ en se reportant à la définition de la perméabilité relative μ_r, le champ d'induction du circuit inducteur devient en chaque point μ_r fois plus intense, le flux est multiplié par μ_r et l'inductance mutuelle l'est aussi. En la représentant par $\mathcal{M}$ on a donc :

$$\mathcal{M} = \mu_r\mathcal{M}_0.$$

Nous retrouvons le même fait que pour l'inductance (propre) d'un circuit.

3. Exemple de calcul d'une inductance mutuelle.

a) Un solénoïde C_1 (fig. 2 *a*) de grande longueur par rapport à son diamètre porte n_1 spires par mètre. Vers son centre est une bobine plate C_2

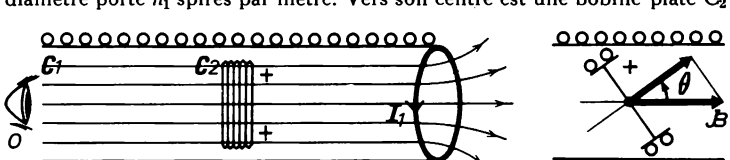


FIG. 2.

portant N_2 spires identiques de surface S. Les axes sont confondus et pour un observateur placé en Oe le courant dans le solénoïde tourne

dans le sens inverse (celui des aiguilles d'une montre). On prend pour sens positif du courant dans C_2 celui que l'observateur voit tourner dans le même sens que dans les spires de C_1. Calculer l'inductance mutuelle $\mathcal{M}$ des deux circuits placés dans l'air pour lequel $\mu = \mu_0 = 4\pi/10^7 \simeq 12{,}5/10^7$.

Le champ d'induction est uniforme à l'intérieur du solénoïde et il a pour valeur $\mathcal{B}_1 = \mu_0 n_1 I_1$. Il est normal au plan des spires de C_2 que les lignes d'induction traversent de sa face négative vers sa face positive. Le flux $\varphi_{1,2}$ pour une spire a donc pour valeur $\mu_0 n_1 I_1 S$ et pour C_2 fait de N_2 spires il est $\Phi_{1,2} = \mu_0 n_1 I_1 S N_2$. Il en résulte :

$$\mathcal{M} = \frac{\Phi_{1,2}}{I_1} = \mu_0 n_1 S N_2.$$

Si $n_1 = 5$ sp/cm $= 500$ sp/m, $S = 50$ cm$^2 = 50/10^4$ m^2, $N_2 = 2\,000$ sp.

On a donc :

$$\mathcal{M} = \frac{12{,}5}{10^7} \times 500 \times \frac{50}{10^4} \times 2\,000 = \frac{625}{10^5}\ \text{H} = 6{,}25\ \text{mH}.$$

b) Calculer l'inductance mutuelle $\mathcal{M}_0$ des deux circuits si C_2 tourne autour d'un axe normal à celui du solénoïde, sa position étant définie par l'angle 0 (fig. 2 *b*).

Le flux par spire devient $\mu_0 n_1 I_1 S \cos 0$ et l'on a :

$$\mathcal{M}_0 = \mathcal{M} \cos 0.$$

On voit que $\mathcal{M}_0 = \mathcal{M}$ si $0 = 0$, $\mathcal{M}_0 = 0$ si $0 = 90^\circ$, $\mathcal{M}_0 = -\mathcal{M}$ si $0 = 180^\circ$.

REMARQUE. — On réalise des inductances mutuelles réglables à l'aide de deux bobines, l'une pouvant tourner à l'intérieur de l'autre. Leur couplage peut ainsi varier entre deux valeurs opposées.

4. Relation entre l'inductance mutuelle et les inductances des deux circuits. Coefficient de couplage.

a) Soient $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ les inductances de C_1 et de C_2. On établit que :

$$\mathcal{M}^2 \leqslant \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \qquad \text{soit} \qquad |\mathcal{M}| \leqslant \sqrt{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}.$$

La plus grande valeur possible de $|\mathcal{M}|$ est donc $\sqrt{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}$ mais cette valeur absolue peut varier de zéro à $\sqrt{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}$.

On appelle alors **coefficient de couplage inductif** des deux circuits le rapport :

$$K = \frac{[\mathcal{M}]}{\sqrt{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}} \leqslant 1.$$

Le couplage est *parfait* si K = 1; il est *serré* si K est voisin de 1; il est *lâche* si K est faible.

b) Montrons, sur un cas particulier, qu'en couplage parfait on a bien $\mathcal{M} = \sqrt{\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2}$. Pour cela considérons deux enroulements toriques enchevêtrés sur le même tore portant l'un N_1 spires, l'autre N_2. Le couplage est évidemment parfait, toutes les lignes d'induction du premier traversant le second puisqu'elles sont toutes confinées dans le volume enveloppé par les spires.

L'enroulement C_1 crée un champ $\mathcal{B}_1 = \mu_0 N_1 I_1/l$; le flux pour la section droite du tore, soit par spire, a pour valeur $\mu_0 (N_1 I_1/l) \times S$ et il est N_2 fois plus grand pour l'enroulement C_2. En définitive :

$$\mathcal{M} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l}.$$

Par ailleurs on établit sans difficultés que :

$$\mathcal{L}_1 = \mu_0 N_1^2 \frac{S}{l}; \qquad \mathcal{L}_2 = \mu_0 N_2^2 \frac{S}{l}.$$

Alors :

$$\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 = \mu_0^2 N_1^2 N_2^2 \frac{S^2}{l^2} \quad \text{et} \quad \sqrt{\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l}.$$

Dans ce couplage parfait on voit que :

$$\mathcal{M} = \frac{N_2}{N_1}\mathcal{L}_1 = k_1\mathcal{L}_1; \qquad \mathcal{M} = \frac{N_1}{N_2}\mathcal{L}_2 = k_2\mathcal{L}_2$$

et, en conséquence :

$$k_1 k_2 = 1; \qquad k_1/k_2 = N_2^2/N_1^2$$

si $k_1 > 1$, $k_2 < 1$ et inversement.

5. Inductance de deux bobines en série. Inductance variable.

a) On construit des **inductances variables,** *sans noyau* de fer, faites de deux bobines montées *en série*. L'une est fixe, l'autre tourne à l'intérieur de la première comme l'indique la figure 3; leur liaison se fait donc par contact glissant ou par fil souple. Leurs demi-normales positives peuvent donc être dans le même sens ou dans

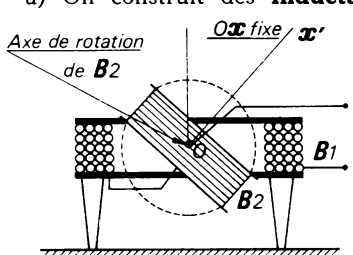


FIG. 3.

les sens opposés et leur coefficient de couplage varie entre deux valeurs opposées.

Par rotation de la bobine mobile on fait donc varier l'inductance $\mathscr{L}$ de *l'ensemble* sans variation de sa résistance électrique.

b) Pour un courant d'intensité I le flux propre Φ comprend les flux $\mathscr{L}_1 I$ et $\mathscr{L}_2 I$ que chacune des bobines crée au travers de son propre circuit et aussi les flux $\mathscr{M} I$ que chacune des bobines envoie à travers l'autre. On a donc $\Phi = \mathscr{L}_1 I + \mathscr{L}_2 I + 2\,\mathscr{M} I$ et, en conséquence :

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2 + 2\,\mathscr{M}. \qquad (1)$$

La condition $|\mathscr{M}| \leqslant \sqrt{\mathscr{L}_1 \mathscr{L}_2}$ entraîne $|2\,\mathscr{M}| \leqslant \mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2$ et la valeur de $\mathscr{L}$ est bien ainsi *toujours positive.*

La plus faible valeur de $\mathscr{L}$ ne peut donc être inférieure à $\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2 - 2\,\mathscr{M}$ et la plus grande ne peut être supérieure à $\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2 + 2\,\mathscr{M}$. L'étendue de la variation est d'autant plus grande que le couplage est plus serré.

Des inductances variables de ce type peuvent intervenir dans des mesures d'inductances par la méthode du pont.

Exercices.

1° *On établit un courant d'intensité* $I_1 = 2$ A *dans le circuit* C_1 *de la figure* 1. *Un fluxmètre montre que le flux dans* C_2 *passe de zéro à* 30 mWb.

Quelle est l'inductance mutuelle des deux circuits. — Rép. : 15 mH.

2° *Un circuit* C_1 *est couplé à un circuit* C_2 *dont la résistance est* 200 Ω *et qui est connecté aux bornes d'un galvanomètre balistique. Celui-ci, dans les mêmes conditions d'emploi donne une déviation de son spot de une division pour une décharge de* 1 μC. *Quelle est l'inductance mutuelle des deux circuits sachant que l'établissement brusque d'un courant de* 0,5 A *dans* C_1 *provoque une déviation de* 30 *divisions du spot du balistique. — Rép. :* 12 mH.

3° *Un tore est fait d'une substance dont la perméabilité relative est constante et vaut* 50. *Il a une ligne d'induction de longueur moyenne* $l = 10$ cm *et une section* $S = 2$ cm^2. *Il porte deux circuits parfaitement enchevêtrés de* $N_1 = 500$ sp. et $N_2 = 1\,500$ sp. *Quelle est l'inductance mutuelle des deux circuits sachant que* $\mu_0 = 12{,}5/10^7$. — *Rép. :* 1,875 mH.

CHAPITRE XXXVI

CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

Nous avons réservé l'étude de la charge et de la décharge d'un condensateur parce que l'un des modes de décharge se comprend mieux après l'étude du courant alternatif.

A. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

1. Montage et but de cette étude.

a) Le montage représenté (fig. 1) utilisant un interrupteur à deux voies permet de charger un condensateur de capacité C à l'aide d'une batterie d'accumulateurs de f.é.m. E, de résistance négligeable, en le mettant en série, avec un *circuit* résistant et inductif (dans le cas le plus général) inséré entre les points M et N (K en 1).

Le condensateur étant chargé, on peut le décharger sur le même circuit (K en 2).

On se propose de rechercher comment varie avec le temps l'intensité *i* du courant de charge ou de décharge, pour un circuit MN donné. On se trouve ainsi devant un problème de *régime variable*. Accessoirement, on peut aussi rechercher ce que sont, pendant ce régime variable, la charge *q* du condensateur et la tension *u* à ses bornes.

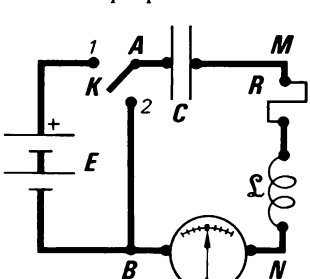


FIG. 1.

On peut parfois suivre les variations du courant à l'aide d'un micro-ampèremètre si l'on dispose d'un

appareil de mesure d'amortissement convenable et d'un condensateur de qualité, capable de tenir sa charge pendant un temps relativement long. Cela pourra se présenter pour un circuit d'inductance négligeable et de grande résistance. On pourra toujours utiliser un oscilloscope disposé pour l'observation d'un phénomène ne pouvant durer qu'un temps *très court*. C'est cet instrument que la figure représente en A.

b) Remarquons qu'il n'y a aucun circuit d'inductance nulle ou de résistance nulle. Tout circuit intercalé entre M et N est à la fois résistant et inductif mais nous pourrons, par exemple, supposer d'abord que l'inductance est négligeable.

De plus, nous savons que l'intensité, nulle à l'époque zéro, en comptant le temps à partir de l'époque de fermeture du circuit, redevient nulle soit en fin de charge, soit en fin de décharge. Enfin nous savons encore que chargé le condensateur porte la charge $Q = CE$, que la tension a ses bornes, toujours égale à $u = q/C$ a pour valeur E. Les courants de charge et de décharge sont de sens opposés.

Dans ce qui suit nous supposerons que pour une capacité donnée C, l'inductance $\mathscr{L}$ est également donnée, que sa résistance est négligeable. On peut choisir R.

2. Régimes apériodiques de charge et de décharge.

a) Si $\mathscr{L} = 2{,}5$ H, $C = 1$ μF, prenons par exemple, $R = 6\,000\ \Omega$.

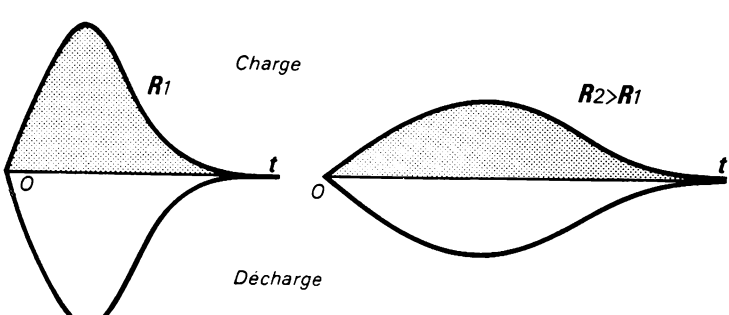


FIG. 2.

L'enregistrement, pour la charge puis pour la décharge, fournit

des courbes (fig. 2) dont les ordonnées sont opposées à la même époque. Elles montrent que le courant ne change pas de sens, soit pendant la charge, soit pendant la décharge, et c'est la raison pour laquelle ces régimes sont dits **apériodiques.** Si l'on néglige les sens, on peut dire que le courant, nul au début, croît, passe par un maximum puis décroît et pratiquement s'annule quand on ne peut plus distinguer l'axe des temps et la courbe.

Si la résistance croît, l'intensité est moins grande à chaque instant mais la durée pratique de la charge est plus longue. Cependant l'aire comprise entre la courbe et l'axe du temps (en grisé) est la même quelle que soit R; cela s'explique puisque, somme d'aires analogues à celles de rectangles élémentaires, elle représente la charge Q portée par le condensateur en fin de charge ou au début de la décharge.

b) Si l'on maintient E, C et R constants et qu'on modifie $\mathscr{L}$, la *forme de* $i = f(t)$ ne change pas à condition que la résistance R satisfasse à la condition $R^2 > 4\,\mathscr{L}/C$ c'est-à-dire que $\mathscr{L}$ reste inférieure à $CR^2/4$ ce que nous supposons. Mais sa valeur joue un rôle important. Plus elle diminue, plus la charge et la décharge s'effectuent rapidement. Il suffit, pour l'expliquer de se reporter à l'effet fondamental de l'auto-induction : s'opposer à toute variation du courant. Cet effet est donc d'autant moins marqué que la valeur de $\mathscr{L}$ est plus faible.

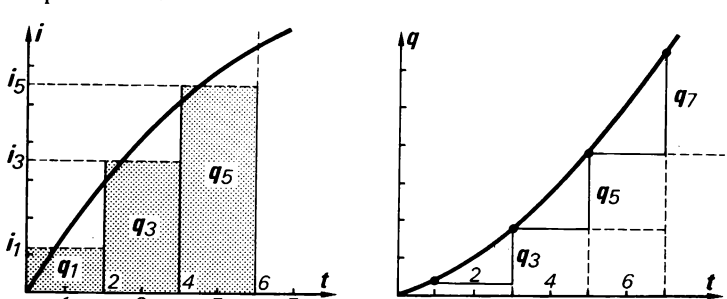


FIG. 3.

Enfin si l'on maintient R, C et $\mathscr{L}$ invariables et qu'on augmente E, on constate qu'à chaque époque *t*, le courant double avec E. De même si l'on maintient R $\mathscr{L}$ et E, il double aussi avec C. Il est donc à chaque instant proportionnel au produit CE, c'est-à-dire

à la charge Q = CE du condensateur, en fin de charge ou au début de sa décharge.

c) Montrons que la courbe représentant i en fonction du temps t permet d'obtenir celle représentant la charge du condensateur à l'époque t et aussi celle de la tension u aux bornes du condensateur (avec un choix convenable de l'échelle des charges ou des tensions) puisqu'on a, à chaque époque $u = q/C$, relation dans laquelle C est une constante.

Pour cela partageons l'axe Ot en petites durées Δt (fig. 3 *a*) et évaluons la quantité q_1 d'électricité débitée par le courant pour la durée $2\ \Delta t$ en effectuant le produit $i_1 \times 2\ \Delta t$ puis figurons q_1 après le choix d'une échelle convenable, sur la droite parallèle à l'axe Oq d'abscisse Δt (fig. 3 *b*) De la même manière calculons les quantités $q_3 = i_3 \times 2\ \Delta t$, $q_5 = i_5 \times 2\ \Delta t$ et *ajoutons* chaque fois à l'ordonnée précédente... Chaque point de cette nouvelle courbe, construite à une certaine échelle, représente ainsi la somme $S = q_1 + q_3 + q_5 + \ldots + q_{2n+1}$, des charges reçues (ou perdues) à l'époque $(2n + 1)\ \Delta t$. Elle a l'allure de la courbe de la figure 4 ch si elle est déduite de celle de la figure 2 ch.

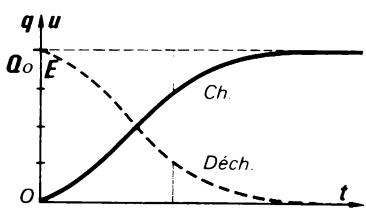


FIG. 4.

On voit que la charge nulle à l'instant zéro croît, d'abord rapidement, puis lentement pour atteindre la valeur Q quand le courant de charge reprend, en fin de charge la valeur zéro. La figure 4 représente la *charge* restante à l'époque t pendant la décharge. Pour un même circuit de charge ou de décharge elle se déduit facilement de la précédente.

La tension u aux bornes a même loi de variation que la charge; il suffit donc de graduer l'axe des ordonnées soit en coulombs, soit en volts.

3. Régimes oscillants de charge ou de décharge.

a) Supposons maintenant que la résistance R soit assez petite et commençons par l'étude de la décharge à cause de son importance pratique considérable. Le courant change plusieurs fois de sens avant de s'annuler (fig. 5); la valeur absolue de son intensité décroît progressivement. On dit alors que l'on est en présence d'une **décharge oscillante.** Le phénomène n'est pas périodique puisque l'intensité ne reprend pas périodiquement la même valeur mais deux passages successifs dans le même sens par la valeur zéro sont

séparés, sur le graphique par une longueur constante, donc dans le temps par une durée constante T que l'on nomme **pseudo-période** parce que le mot *période* ne convient pas pour la raison précédente.

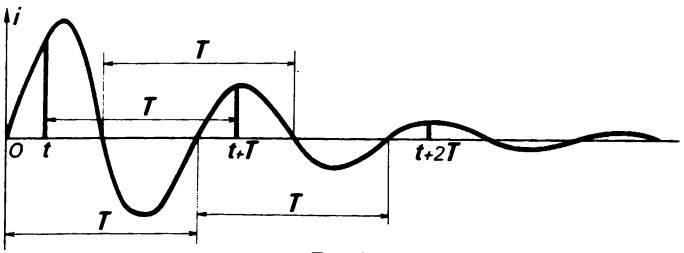


FIG. 5.

Enfin on peut encore constater que si l'intensité n'est pas nulle, celles correspondant aux époques t et $t + T$ sont entre elles dans un *rapport constant*. Ainsi $i_{t+T}/i_t = K$ avec $K < 1$.

Si la vitesse de balayage horizontal de l'oscilloscope est connue, on peut déterminer la pseudo-période et vérifier que :

$$T_R = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{C\mathscr{L}} - \frac{R^2}{4\mathscr{L}^2}}} \qquad (1)$$

et si $R^2/4\mathscr{L}^2$ est négligeable devant $1/\mathscr{L}C$, ce qui sera toujours si la résistance est assez petite :

$$T_0 \simeq 2\pi\sqrt{\mathscr{L}C}.$$

Cette relation célèbre est appelée **formule de Thomson** parce que le physicien anglais J.-J. Thomson l'établit *par le calcul*, découvrant en même temps la **condition de possibilité d'une décharge oscillante**

$$R < 2\sqrt{\frac{\mathscr{L}}{C}}.$$

Quelques années plus tard, le physicien allemand Hertz en fit la preuve expérimentale.

b) Dans les mêmes conditions le courant de charge du condensateur est également oscillant et la courbe traduisant son intensité conserve exactement la même allure : seuls, les sens du courant sont opposés aux mêmes époques.

c) Comme dans le cas précédent on peut déduire les courbes $q = f(t)$ et $u = q/C$ de celles de l'intensité. La figure 6 les représente.

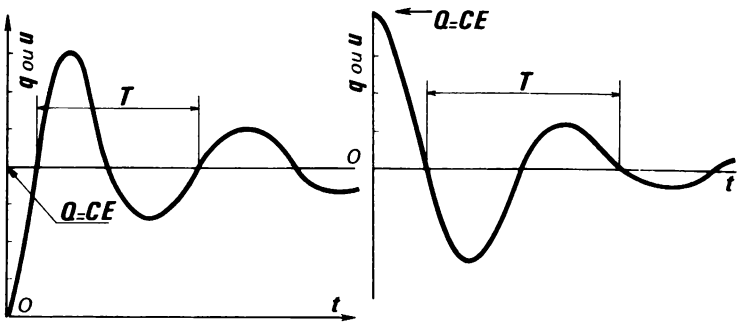


FIG. 6.

De toute manière l'intensité est d'autant plus amortie que la résistance du circuit est plus grande et cela est en accord avec la relation $R > 2\sqrt{\mathscr{L}/C}$ qui doit être satisfaite pour qu'il n'y ait pas d'oscillations.

REMARQUE. — On peut rapprocher ces deux régimes de ceux d'un phénomène mécanique très facile à montrer. Un pendule, c'est-à-dire un solide pesant mobile autour d'un axe horizontal sur lequel n'est pas son centre de gravité, a une position équilibre stable. Si on l'en écarte, il oscille et d'autant plus longtemps que les résistances passives (frottement contre le fluide ambiant, frottement sur l'axe) sont plus faibles. Si on exagère suffisamment ces dernières il peut retourner vers sa position d'équilibre sans la dépasser.

Si l'on étudie par le calcul, les phénomènes électriques précédents, et le phénomène mécanique que nous signalons on constate qu'ils sont régis par des équations de même type.

4. Importance pratique de la décharge oscillante.

a) Ce fut le premier procédé qui permit de produire des *courants alternatifs* (non sinusoïdaux) mais de grande fréquence dite aussi **haute fréquence,** 200 000 Hz par exemple, dont les effets magnétiques sont sensibles à de très grandes distances.

Et quand vers la fin du XIX^e siècle on eût découvert la possibilité de détecter ces effets en un point éloigné de celui d'où ils étaient émis, l'exploitation technique de la production de ces courants et de leur détection conduisit aux premières communications électriques par **télégraphie sans fils** (T.S.F.) dite par **ondes amorties.**

b) Revenons à l'exemple mécanique du pendule malgré toutes les précautions que l'on peut prendre, on ne supprime jamais toute cause d'amortissement si bien que les oscillations, peu à peu, diminuent d'amplitude mais en apportant périodiquement au pendule l'énergie qu'il perd pendant chacune de ses oscillations on peut *entretenir* son mouvement et conserver une amplitude maximale invariable. C'est, dans nos horloges, dans nos montres, par l'intermédiaire d'un organe appelé *échappement*, que l'on communique à l'oscillateur l'énergie nécessaire et dont l'origine est dans un poids qui tombe, un ressort qui se détend.

On peut, par des procédés électriques, rapporter au circuit l'énergie qu'il dépense en s'amortissant et *transformer les oscillations amorties en courant alternatif sinusoïdal.* Tout se passe alors comme s'il n'avait aucune résistance.

C'est cette possibilité qui a permis d'abord des communications par signaux Morse de meilleure qualité que par courants amortis puis la réalisation technique de la **téléphonie sans fils,** de la détection par **radar,** etc. fondées sur l'émission d'**ondes entretenues.**

5. Charge et décharge sur résistance non inductive; son importance pratique.

a) Pratiquement, l'inductance est donc négligeable. Mais le courant étant limité par la valeur de la résistance, pour apporter une charge donnée $Q = CE$, la durée de charge peut être grande, des secondes, des minutes si l'on choisit convenablement R (fig. 7 *a*). Si la résistance est faible la durée de la charge (ou de la décharge) est très courte mais l'intensité atteint une grande valeur; tout se passe par exemple en un centième, un millième, un millionième de seconde, etc. Alors, la tension E est atteinte ou disparaît en une durée qui peut être longue, ou presque nulle (fig. 7).

b) On entrevoit une possibilité dont les applications pratiques sont nombreuses. La charge se fait sur une grande résistance, sous une tension constante U_0; la tension u croît lentement; à une

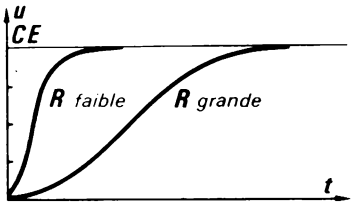


FIG. 7.

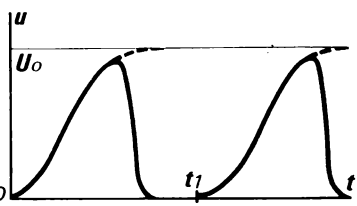


FIG. 8.

certaine époque t_1 la tension de charge disparaît et la résistance tombe à une faible valeur : la tension s'annule presque instantanément (fig. 8). Si les choses recommencent aux époques 0, t_1, t_2, etc., on obtient une tension en **dents de scie.**

B. — PRINCIPE DE L'ÉTUDE THÉORIQUE

Les équations qui traduisent la charge ou la décharge, même dans le cas général, s'établissent *très facilement*, mais les solutions relèvent de l'algèbre supérieure dite encore **analyse ;** nous allons en voir l'essentiel.

Les notations restent celles des paragraphes précédents. Entre M et N on a branché une résistance inductive (R, $\mathscr{L}$) mais elle n'est couplée inductivement à aucun autre circuit; il suffit pour cela de prendre un *enroulement torique* pour lequel le champ d'induction ne se développe qu'à l'intérieur du volume qu'il enveloppe et d'ailleurs supposé *vide de matière.* C'est ce que nous admettons.

Cela posé, il s'agit d'établir les relations donnant la charge, la tension aux bornes du condensateur, l'intensité du courant en fonction du temps.

6. Équations fondamentales.

a) Prenons pour sens positif du courant celui qui sort du générateur par son pôle positif (fig. 9 ch). Pendant la charge, le condensateur est récepteur, il reçoit le courant pour sa borne que nous marquons + et il oppose sa f.c.é.m. de valeur absolue $u = q/C$. Dans la durée dt il reçoit la charge dq et l'intensité du courant a pour valeur $i = dq/dt$, c'est-à-dire, qu'en langage algébrique, il est

représenté par la dérivée *première* de la charge par rapport au temps. Mais le courant varie, il y a donc force électromotrice d'auto-induction e_a qui est donnée en grandeur et en signe par la relation $e_a = -\mathscr{L}\,(di/dt) = \mathscr{L}\,(d^2q/dt^2)$ faisant intervenir la dérivée di/dt, c'est-à-dire la dérivée *seconde* de la charge par rapport au temps d^2q/dt^2. Dès lors la loi d'Ohm s'écrit :
$E - q/C - \mathscr{L}\,(d^2q/dt^2) = R\,i$ soit, en définitive :

$$\text{(Ch)} \qquad \mathscr{L}\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E.$$

b) Le lecteur établira sans difficulté l'équation du régime de décharge. C'est alors le condensateur qui débite par son pôle positif situé en A s'il a été chargé par le générateur P (fig. 9 Déch.). Le

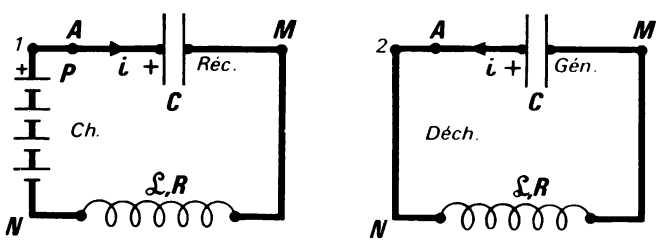


FIG. 9.

courant est évidemment de sens opposé au courant de charge et prenons son sens comme nouveau sens positif; nous n'aurons qu'à ne pas l'oublier s'il s'agit, par la suite, par exemple de représenter courants de charge et de décharge sur le même graphique. Pour traduire la loi d'Ohm il suffit de remarquer que le condensateur *perd* la charge dq quand le temps croît de dt et qu'en conséquence $i = -dq/dt$, puis $(di/dt) = -d^2q/dt^2$. La loi d'Ohm s'écrit alors $u + e_a = Ri$, soit après avoir ordonné :

$$\text{(Déch.)} \qquad \mathscr{L}\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Ces deux équations ne diffèrent donc que par leur second membre.

c) On les appelle *équations différentielles* parce qu'elles contiennent l'une des fonctions du temps que l'on cherche, q, et certaines de ses dérivées. Elles sont du *deuxième ordre* parce qu'elles contiennent la *dérivée seconde* d^2q/dt^2. Elles sont à *coefficients constants* parce que $\mathscr{L}$, R et 1/C

sont des constantes. La première est à *second membre constant* parce que E est une constante; la seconde est *sans second membre* parce que son second membre est nul.

L'analyse fournit les solutions de telles équations et l'on retrouve ainsi des résultats en général en accord avec ceux que nous avons déduits de l'observation. Mais la façon dont le calcul a été conduit nous donne d'abord la charge q fonction du temps t et si l'on a immédiatement la tension $u = q/C$, il faut dériver par rapport au temps pour obtenir l'intensité $i = dq/dt$ à la charge, $i = -(dq/dt)$ à la décharge, avec les sens positifs de courant choisis.

La forme algébrique de la solution (apériodique ou oscillante), dépend *du signe du discriminant de l'équation du second degré :*

$$\mathscr{L}x^2 + Rx + \frac{1}{C} = 0;$$

apériodique si $R^2 - 4\frac{\mathscr{L}}{C} > 0$; **oscillante** si $R^2 - 4\frac{\mathscr{L}}{C} < 0$.

C'est ce résultat que nous avons déjà laissé apparaître. D'ailleurs, dans ce deuxième cas le calcul donne bien la pseudo-période que l'expérience permet de vérifier. Enfin la valeur $R_c = 2\sqrt{\mathscr{L}/C}$ de R pour laquelle change la forme de charge ou de décharge s'appelle **résistance critique** du circuit.

Nous ne dirons rien autre de ce cas général mais nous allons aller un peu plus loin dans deux cas particuliers dont, en pratique, on peut beaucoup se rapprocher.

7. Décharge oscillante sur une inductance pure.

La résistance R est assez petite *pour qu'on admette* $R = 0$. De plus la charge oscillante ne présente que peu d'intérêt pratique. Nous supposons donc charger le condensateur sous tension E, en le connectant directement aux bornes du générateur, clef en 1 (fig. 10); sa charge est pratiquement instantanée. Nous le déchargeons sur l'inductance $\mathscr{L}$, clef en 2.

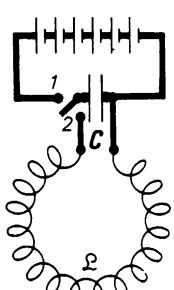


FIG. 10.

Alors l'équation fondamentale (Déch.) devient :

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{\mathscr{L}C}q.$$

Si l'on pose :

$$\omega^2 = \frac{1}{\mathscr{L}C}$$

on constate facilement que la fonction

$$q = Q \cos \omega t = CE \cos \omega t$$

la vérifie. Pour $t = 0$ on a bien $q = Q = CE$.

La tension aux bornes a pour expression :

$$u = \frac{Q}{C} \cos \omega t = E \cos \omega t$$

elle est en phase avec la charge.

L'intensité s'obtient par le calcul d'une dérivée :

$$i = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q}{\sqrt{\mathscr{L}C}} \sin \omega t = \frac{Q}{\sqrt{\mathscr{L}C}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Le courant est donc en déphasage *arrière* de $\pi/2$ par rapport à la tension ou à la charge.

La charge, la tension aux bornes, l'intensité du courant sont fonctions sinusoïdales du temps de pulsation $\omega = \sqrt{1/\mathscr{L}C}$, de période $T = 2\pi \sqrt{\mathscr{L}C}$, de fréquence :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\mathscr{L}C}} \simeq 0{,}160 \sqrt{\frac{1}{\mathscr{L}C}}.$$

Théoriquement le courant dure indéfiniment et la fréquence est aussi grande que l'on veut; cette dernière est cependant limitée par la réalisation technique du circuit, mais on a pu obtenir par ce procédé des fréquences de quelque 10^9 Hz.

L'énergie maximale $\frac{1}{2} CE^2$ se retrouve tantôt sous cette forme initiale, tantôt sous forme d'énergie électromagnétique, tantôt se partage entre ces deux formes mais reste, au total, constante puisqu'il n'y a, par hypothèse aucune espèce de perte. Il n'y a *aucun amortissement* mais, en réalité, *dans des conditions qui ne sont jamais rigoureusement réalisables.*

Au reste, un tel circuit, n'a aucun effet extérieur au volume que l'enroulement enveloppe, à celui du diélectrique du condensateur, il ne peut émettre aucun signal dans l'espace qui l'entoure. Pour

l'utiliser à cette fin il faut le coupler à un circuit dont le but sera essentiellement de créer un champ extérieur, mais alors le problème change, ce n'est plus celui que nous avons traité.

8. Charge et décharge sur résistance non inductive.

a) L'inductance étant supposée nulle les équations se réduisent à :

$$\text{(Ch)} \qquad R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E; \qquad \text{(Déch.)} \quad R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Elles sont du premier ordre. Leurs solutions renferment des *exponentielles* de la forme $e^{k \times t}$.

b) Celle de la première est :

$$q \quad Q\left(1 - \frac{1}{e^{t/RC}}\right)$$

d'où :

$$u \quad \frac{q}{C} \quad E\left(1 - \frac{1}{e^{t/RC}}\right) \qquad \text{et} \qquad i = \frac{E}{R}\frac{1}{e^{t/RC}}.$$

Les courbes représentatives sont celles de la figure 11 (ch. *a*) pour q et u avec deux échelles sur l'axe des ordonnées, 11 (ch. *b*) pour

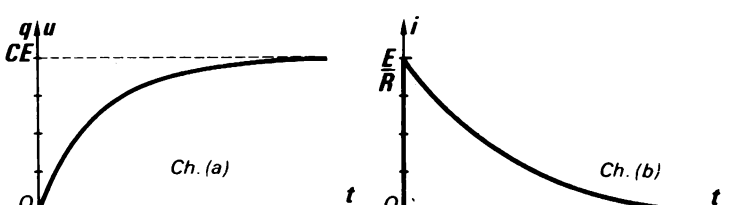


FIG. 11.

celle de i. La première s'éloigne peu de la réalité. La seconde traduit que le courant s'établit *instantanément* à la valeur E/R avant de commencer à décroître. Théoriquement encore la charge n'est terminée qu'au bout d'un temps infini, le courant dure indéfiniment.

c) Celle de la seconde est :

$$q = Q\frac{1}{e^{t/RC}}$$

d'où :

$$u = E\,\frac{1}{e^{t/RC}} \qquad \text{et} \qquad i = \frac{E}{R}\,\frac{1}{e^{t/RC}}$$

dont les courbes représentatives sont représentées par la figure 12. Le courant paraît encore s'établir instantanément à la valeur E R.

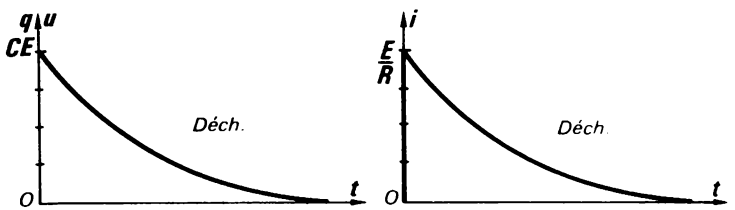


FIG. 12.

d) Si l'on veut figurer une charge puis la décharge sur le même circuit il faut tenir compte du renversement du sens du courant. C'est alors ce que représente la figure 13 en admettant que la charge

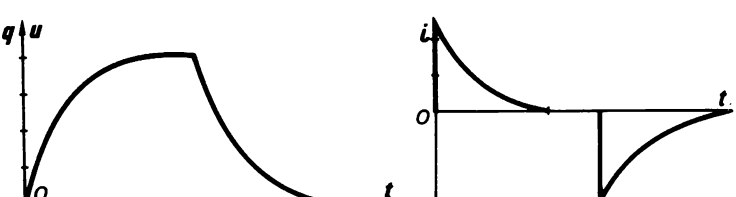


FIG. 13.

a été pratiquement atteinte à l'époque t_1 et que la décharge commence à l'époque t_2.

REMARQUE. — 1° Les *exponentielles* de forme e^{Kt} se prêtent facilement aux calculs numétriques. e vaut 2,72 et ses puissances e^{Kt} se calculent par logarithmes puisque $\log e^{Kt} = Kt \log e$, que $\log e = 0{,}434$. De plus on doit savoir que $e^1 = e$, que $e^0 = 1$, que $1\,e = 0{,}37$.

Enfin si $y = e^{Kt}$, $\dfrac{dy}{dt} = Ke^{Kt}$.

2° t/RC est un nombre; RC est donc une durée évaluée en secondes si R et C sont respectivement mesurées en ohms et en farads. On l'appelle **constante de temps** du circuit et on la représente généralement par τ.

Exercices.

1. *Un condensateur de capacité* C = 0,01 μF *se décharge sur un circuit d'inductance* $\mathscr{L}$ = 0,1 mH *et de résistance variable* R.

1° *Quelle valeur la résistance* R *ne doit-elle pas dépasser pour que la décharge reste oscillante.*

2° *Calculer la période* T_0 *des oscillations pour* R = 0.

3° *Calculer la même période pour* R = 100 Ω. — *Rép. :*

1° R < 200 Ω; 2° 6,28 μs; 3° 1,16 × 6,28 = 7,28 μs.

2. *Un condensateur de capacité* C = 0,001 μF *forme un circuit oscillant de résistance négligeable avec une inductance* $\mathscr{L}$ = 0,01 mH. *Quelle est la fréquence de ses oscillations de courant. — Rép. :* 1 600 000 Hz.

3. *Soit un condensateur de capacité* C = 0,01 μF *et une résistance* R = 5 000 Ω. *A quelles époques la fonction linéaire du temps t* RC *vaudra-t-elle* 1, 2, 3, ... — *Rép. :* 50 μs, 2 × 50 μs, 3 × 50 μs... *n* × 50 μs *n étant entier.*

4. *Un condensateur de capacité* C *se décharge sur une résistance non inductive* R. *Écrire la relation qui donne l'époque t à laquelle la charge restante a la valeur q* K. *Application* C = 1 μF, R = 1 Ω, K = 10, 100, 1 000. — *Rép. :* t = 2,30 RC log K; 2, 3 μs; 4,6 μs; 6,9 μs.

5. *Une courbe représentative du courant de charge d'un condensateur a permis de relever les valeurs de l'intensité en fonction du temps.*

Aux époques : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35 s *elle a pour valeurs :* 1; 3,6; 6,5; 8,5; 10; 11; 11,8; 12; 11,5; 10,5; 9,5; 7,8; 5,5; 4; 2,5; 1,5; 0,5; 0,0 *exprimés en microampères.*

En déduire les courbes représentatives de l'intensité i et de la charge q en fonction du temps.

CHAPITRE XXXVII

LOIS DE KIRCHHOFF
THÉORÈME DE THÉVENIN

Les trois formes de la loi d'Ohm :

tension aux bornes d'un conducteur : U RI;

tension aux bornes d'un générateur qui débite : U E — rI;

tension aux bornes d'un récepteur à f.c.é.m. : U E' + rI,

permettent de résoudre tous les problèmes qui peuvent se poser à des élèves n'ayant pas encore abordé l'enseignement supérieur.

Les lois de Kirchhoff, celles de superposition des régimes permanents, le théorème de Thévenin rendent d'indiscutables services à un niveau plus élevé. Nous les traitons donc pour répondre à certains programmes dans la grande variété de ceux qui sont établis pour les élèves de l'Enseignement Technique du second degré.

A. LOIS DE KIRCHHOFF

1. Retour sur l'application de la loi d'Ohm à un circuit quelconque.

Admettons devoir calculer les intensités de courant dans les différentes branches d'un circuit quelconque en *régime continu et permanent.*

Outre des résistances nous admettons que le circuit contient des générateurs dont on connaît la disposition des bornes, la force électromotrice et la résistance interne. Nous les supposons *réversibles*, c'est-à-dire fonctionnant véritablement en générateurs quand le courant dans la branche qui les contient les traverse de leur pôle négatif vers leur pôle positif, qu'il sort donc du générateur par le pôle positif; il est bien évident qu'au moins un des générateurs fonctionne dans ces conditions. Mais la constitution du circuit peut être telle que certains générateurs *reçoivent* le courant qui les traverse par leur borne positive; alors ils se comportent comme des

récepteurs et provoquent, outre la chute ohmique, une chute supplémentaire égale en valeur à leur force électromotrice. S'il s'agit d'une batterie d'accumulateurs elle se charge au lieu de se décharger.

Les autres appareils sont des récepteurs *vrais;* ils n'ont pas de polarité s'ils ne sont pas le siège d'un courant et par conséquent *leur borne positive est celle par laquelle ils reçoivent le courant.* Cela peut être le cas d'une cuve à électrolyse, si ses électrodes ne se polarisent pratiquement pas, ou celui d'un moteur. Bien entendu, on connaît les f.c.é.m. et les résistances de ces récepteurs.

b) Pour résoudre le problème, *il faut d'abord représenter le circuit par un schéma;* si c'est utile on numérote les branches pour représenter les f.é.m., les f.c.é.m., la résistance, l'intensité par des lettres affectées du même indice E_1, E'_1, r_1, I_1 par exemple. *Les polarités des générateurs sont soigneusement marquées.*

Il faut ensuite *choisir un sens de courant sur chaque branche.* Si ce sens est prévisible c'est celui qu'on prendra. Par exemple, le générateur ayant la plus grande f.é.m. débite nécessairement, si bien que le courant sort par son pôle positif dans la branche qui le contient. D'ailleurs, il est toujours avantageux de choisir comme sens, si la branche contient un générateur, celui du courant sortant par le pôle positif de ce générateur; nous le ferons *toujours.*

C'est seulement après avoir choisi, le plus souvent de manière arbitraire, le sens du courant sur une branche qu'on peut et qu'on *doit marquer les pôles des récepteurs vrais, la borne positive du récepteur étant toujours la borne d'entrée du courant.*

c) Le schéma préparé, il s'agit d'écrire autant d'équations *distinctes* qu'il y a de branches, c'est-à-dire d'intensités à calculer.

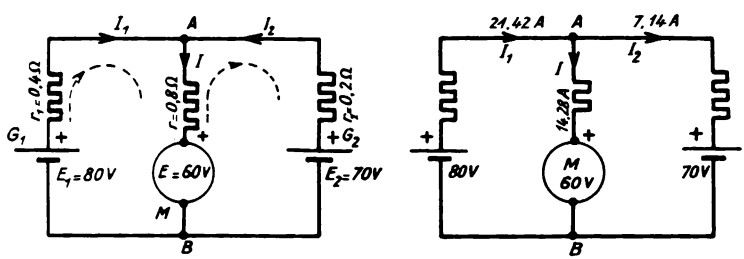
Après résolution des équations, si l'on trouve une valeur positive pour une intensité, cela signifie que le courant a bien le sens choisi arbitrairement dans la branche correspondante, et s'il en est ainsi dans toutes les branches les intensités que l'on cherchait sont connues, le problème est terminé.

Si l'on trouve une intensité négative, deux cas sont à considérer. Si la branche correspondante ne contient qu'un générateur il n'y a aucune difficulté; c'est qu'il se comporte en récepteur puisque le courant de sens opposé à celui que nous avions figuré entre dans l'appareil par sa borne positive. Si la branche contient un récepteur vrai, on a commis une erreur non seulement sur le sens de courant choisi arbitrairement, mais aussi en donnant à sa f.c.é.m. un mau-

vais signe, *on doit recommencer le problème en changeant le sens du courant dans la branche correspondante.* Si l'on trouve alors une valeur positive pour le courant, le problème est résolu; si l'on trouve à nouveau une valeur négative, on est en présence d'un cas délicat que nous laisserons de côté. Il dépasse le niveau de ce cours.

Traitons un problème à titre d'exemple.

Exemple : Deux générateurs ont respectivement pour f.é.m. $E_1 = 80$ V et $E_2 = 70$ V; leurs résistances intérieures sont $r_1 = 0{,}4\ \Omega$ et $r_2 = 0{,}2\ \Omega$. Ils sont montés en parallèle aux bornes d'un récepteur qui développe une f.c.é.m. $E' = 60$ V et qui a une résistance intérieure $r = 0{,}8\ \Omega$. Déterminer les intensités des courants dans les trois branches sachant que les résistances des connexions sont négligeables.



a) Schéma de mise en équations *b) Schéma des courants réels*

FIG. 1.

Solution : Représentons le montage (fig. 1 *a*). Choisissons des sens de courant; I_1 sort *nécessairement* par le pôle positif de G_1 car $E_1 > E_2$. Dans la branche contenant le récepteur le courant I va donc nécessairement de A vers B; marquons-le donc dans ce sens. Dans la branche AG_2B nous ne savons pas *a priori* le sens du courant; supposons alors qu'il sorte de G_2 par son pôle positif se dirigeant ainsi vers A. Enfin plaçons la borne positive du récepteur M, c'est-à-dire la borne d'entrée du courant.

Alors en A : $$I = I_1 + I_2 \qquad (1)$$

et, visiblement, le nœud B donnerait la même équation.

Traduisons ensuite la loi d'Ohm entre les points A et B qui sont soit les bornes d'un générateur (G_1 ou G_2) soit les bornes d'un récepteur (A, M, B).

Pour G_1 : $(U_A - U_B) = U = E_1 - r_1 I_1$;
Pour G_2 : $(U_A - U_B) = U = E_2 - r_2 I_2$;
Pour M : $(U_A - U_B) = U = E' + rI$.

En éliminant U entre ces trois équations il vient, par exemple :

$$E' + rI = E_1 - r_1 I_1 \quad (2)$$
$$E' + rI = E_2 - r_2 I_2, \quad (3)$$

soit numériquement :

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$
$$60 + 0{,}8\,I = 80 - 0{,}4\,I_1 \quad (2)$$
$$60 + 0{,}8\,I = 70 - 0{,}2\,I_2. \quad (3)$$

On en tire :

$$I_1 = 21{,}42 \text{ A} \qquad I_2 = -7{,}14 \text{ A}$$

d'où :

$$I = 14{,}28 \text{ A}.$$

Nous trouvons ainsi :

I_1 *positif ;* G_1 débite, ce que nous avions prévu.

I_2 *négatif ;* G_2, dans les conditions du problème, se comporte comme un *récepteur.*

I positif pour un récepteur vrai; le problème est terminé et l'on peut faire un nouveau schéma (fig. 1 *b*) portant les sens vrais et les valeurs des courants. On vérifiera aisément que U, calculé sur l'une quelconque des branches, a la valeur U = 71,42 V.

Si l'on traite le problème en renversant le sens de I sur le schéma — ce qui est une maladresse — on trouve des valeurs positives pour I_1 et pour I_2 (I_1 = 64,3 A, I_2 = 78,6 A) mais une valeur négative pour I (I = — 142,9 A); on doit donc recommencer le problème en changeant le sens du courant dans la branche AMB, ce qui ramène à la solution précédente.

2. Lois de Kirchhoff. Leur emploi.

a) Elles permettent d'écrire les équations d'un circuit plus ou moins compliqué *d'une manière automatique* à condition d'introduire une définition nouvelle, celle de *maille.*

On appelle maille, dans un circuit complexe, tout circuit fermé que l'on peut former à l'aide de branches successives.

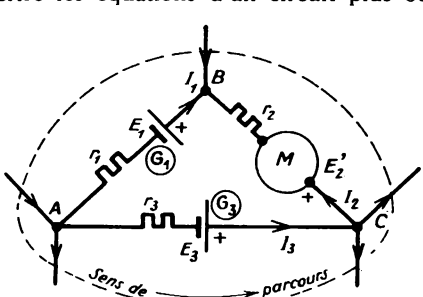


FIG. 2.

Ainsi dans un circuit complexe il y a des *nœuds* et l'on peut former des *mailles*. Les lois de Kirchhoff sont relatives soit aux nœuds, soit aux mailles; elles permettent d'écrire aisément autant d'équations distinctes qu'il y a de branches dans le circuit et par conséquent de calculer les intensités du courant dans les branches si ces intensités sont les inconnues du problème :

On doit donc commencer par établir le schéma du réseau avec des sens de courant *comme nous l'avons fait précédemment* puis appliquer les lois.

1° **Loi des nœuds.** Comptons positivement, par exemple, les courants qui s'approchent d'un nœud, négativement les courants qui s'en éloignent. La loi de la somme des intensités en un nœud peut alors s'énoncer :

La somme algébrique des intensités dans les branches aboutissant en un nœud quelconque est nulle.

On peut donc écrire, de manière symbolique :

$$\textbf{En un nœud : } \Sigma\ I = 0.$$

2° **Loi des mailles.** Si partant d'un nœud on fait la somme des différences de potentiel aux extrémités de toutes les branches formant une maille et que l'on revienne par conséquent au point de départ, on retrouve évidemment le même potentiel. D'ailleurs en utilisant les lois que nous avons établies ou admises, la figure 2 montre que $(U_A - U_B) + (U_B - U_C) = (U_A - U_C)$, le premier membre étant écrit pour les branches successives AB et BC, le second pour la branche AG_3C. En faisant passer $(U_A - U_C)$ dans le premier membre de l'équation précédente et en remarquant que $= -(U_A - U_C) = (U_C - U_A)$ il vient :

$$(U_A - U_B) + (U_B - U_A) + (U_C - U_A) = 0.$$

Ce qu'on peut écrire symboliquement $\Sigma U = 0$ et énoncer :

La somme algébrique des différences de potentiel le long d'une maille est nulle.

Pour donner à la traduction algébrique de cette loi des mailles l'expression qui rend son emploi commode il nous suffit de remplacer les différences de potentiel dans les branches successives par leur expression détaillée *en appliquant les lois d'Ohm* telles que nous les avons établies. Or, avec des notations évidentes :

$$(U_B - U_A) = E_1 - r_1 I_1 \quad \text{soit} \quad (U_A - U_B) = -E_1 + r_1 I_1$$
$$(U_C - U_B) = E_2 + r_2 I_2 \quad \text{soit} \quad (U_B - U_C) = -E_2 - r_2 I_2$$
$$(U_C - U_A) = E_3 - r_3 I_3$$

et, en conséquence :

$$\Sigma U = -E_1 + r_1 I_1 - E_2 - r_2 I_2 + E_3 - r_3 I_3 = 0.$$

Faisons apparaître les f.é.m. et les f.c.é.m. dans le premier membre, les chutes ohmiques dans le second et il vient :

$$E_3 - E_1 - E_2 = r_2 I_2 + r_3 I_3 - r_1 I_1 \qquad (I)$$

Cette forme nous conduit à une remarque importante : si l'on parcourt la maille dans le sens ACBA *on sort* de G_3 par son pôle *positif on sort* de M (récepteur vrai) et de G_1 par leurs pôles *négatifs*, et E_3 a le signe —, E_1 et E_2 ont le signe —; dans ce même parcours une chute ohmique rI a le signe + ou le signe — suivant que I *figuré* a le sens du parcours ou le sens opposé. En représentant symboliquement la somme algébrique des f.é.m. et des f.c.é.m. rencontrées le long de la maille par ΣE, par ΣrI celle des chutes ohmiques de tension, on peut donc traduire la loi des mailles par l'expression *algébrique* symbolique :

Pour une maille : $\Sigma E = \Sigma rI$.

et énoncer la règle suivante :

RÈGLE DES MAILLES. — **Pour écrire l'équation d'une maille on choisit arbitrairement un sens de parcours sur la maille.**

On écrit le premier membre de l'équation en faisant un premier tour et en comptant une f.é.m. ou une f.c.é.m. positivement si l'on sort du générateur ou du récepteur vrai par son pôle positif, négativement si l'on en sort par le pôle négatif.

On écrit le second membre en faisant un deuxième tour et en comptant une chute ohmique de tension positivement ou négativement suivant que le sens du courant représenté est le même que le sens de parcours ou de sens opposé :

On vérifiera aisément qu'on retrouve l'équation I en adoptant le sens de parcours représenté par la flèche et l'on remarquera que l'*équation est inchangée si l'on renverse le sens du parcours* car cela revient à changer le signe de tous les termes; on retrouve l'équation I en les multipliant *tous* par — 1, ce dont on a le droit.

La résolution algébrique terminée, l'interprétation se fait comme précédemment.

Exemple : A titre d'exemple retrouvons les équations du problème traité dans le paragraphe précédent (fig. 1 *a*).

En A : $$I_1 + I_2 - I = 0,$$

soit : $$I = I_1 + I_2.$$

Considérons maintenant les mailles ABG_1A et AG_2BA avec le sens de parcours que l'ordre des lettres indique et figuré par les flèches. On obtient ainsi :

$$\text{Maille } ABG_1A : -E' + E_1 = rI + r_1I_1;$$
$$\text{Maille } AG_2BA : -E_2 + E' = -r_2I_2 - rI,$$

soit numériquement :

$$-60 + 80 = 0{,}8\,I + 0{,}4\,I_1;$$
$$-70 + 60 = -0{,}2\,I_2 - 0{,}8\,I,$$

et, après avoir remplacé I par $I_1 + I_2$:

$$1{,}2\,I_1 + 0{,}8\,I_2 = 20; \qquad (2')$$
$$0{,}8\,I_1 + I_2 = 10. \qquad (3')$$

Ce sont bien les mêmes équations; on retrouve les mêmes résultats.

3. Loi de la superposition des états permanents.

a) Les équations qu'on obtient en appliquant les lois de Kirchhoff sont toutes *linéaires*, c'est-à-dire *du premier degré*, par rapport aux intensités et aux f.é.m. (ou aux f.c.é.m.). Cela permet d'en déduire, par un raisonnement algébrique, une loi dite de **superposition des états permanents** ou encore **de superposition des états d'équilibres** susceptible de rendre service dans certains cas. Nous ne l'établirons pas et n'en donnerons que l'énoncé.

En régime permanent, l'intensité du courant traversant une branche quelconque d'un réseau donné contenant des générateurs est la somme algébrique des intensités des courants que lui fournirait chaque générateur agissant isolément, les autres n'intervenant plus que par leur résistance interne.

Bien entendu, s'il y a dans le réseau des récepteurs présentant une f.c.é.m., ils doivent être considérés comme des générateurs qui recevraient du courant par leur borne positive et qui sont, en conséquence, montés en *opposition* dans la branche correspondante.

Le *calcul* de chacune des distributions, et il y en a autant que de f.é.m. et f.c.é.m. se fait donc en supposant nulles toutes les autres f.é.m. ou f.c.é.m. mais en conservant les résistances internes qui peuvent d'ailleurs être négligeables dans certains cas. S'il y a n f.é.m. et f.c.é.m. on obtient ainsi n groupes de valeurs d'intensités et il ne reste qu'à faire la somme, pour chaque branche, des n valeurs correspondantes.

On peut se proposer de vérifier *expérimentalement* l'énoncé précédent. Il suffit d'installer dans un réseau de résistances plus ou moins compliqué, deux générateurs G_1 et G_2 de f.é.m. différentes, de résistances intérieures connues, de choisir au hasard une branche et d'y intercaler un ampèremètre polarisé. On mesure l'intensité I dans la branche. On retire l'un des générateurs G_2 par exemple et on le remplace par une résistance égale à sa résistance intérieure; on mesure l'intensité I_1. On obtient une intensité I_2 en recommençant les mêmes opérations pour G_1 après avoir remis G_2 à sa place initiale et l'on vérifie, aux erreurs d'expérience près que $I = I_1 - I_2$. On simplifie en employant comme générateurs des accumulateurs de *résistance négligeable;* il suffit alors d'unir directement les deux conducteurs qui étaient unis aux bornes de celui qu'on veut retirer du réseau. On commettrait *une erreur grave* en le court-circuitant.

Le lecteur pourra aussi reprendre le problème précédent et le résoudre par ce procédé.

b) La résistance de chaque branche n'intervient dans les équations que par le produit RI; alors si I est nul dans un brin, sa résistance n'intervient plus. Aucun courant ne traverse les générateurs ou les récepteurs à f.c.é.m. susceptibles d'être dans la branche. En conséquence :

Toute branche dans laquelle il ne passe aucun courant peut être déconnectée ; le régime n'est pas troublé dans les autres.

B. — THÉORÈME DE THÉVENIN

4. Démonstration et énoncé du « théorème ».

a) Soient (fig. 3) deux points A et B d'un réseau, $U_0 = (U_A - U_B)$ leur d.d.p. en admettant $U_A > U_B$ soit $(U_A - U_B) > 0$.

Réunissons A et B par un conducteur supplémentaire ACB de

résistance R (fig. 3) et proposons-nous d'obtenir l'intensité I du courant qui lui est fourni et qui va de A vers B puisque $U_A > U_B$.

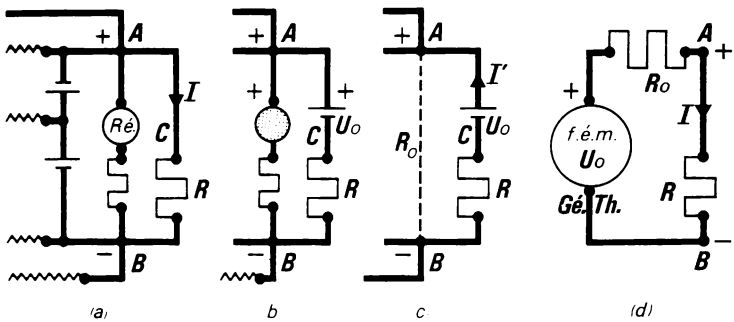


FIG. 3.

Supposons qu'on place sur ACB, *en opposition* avec la tension aux bornes A et B, un générateur auxiliaire G_a, de *résistance nulle* mais de f.é.m. de même valeur que la d.d.p. $(U_A - U_B)$; sa borne positive doit être unie à A. Dans ces conditions il ne passe plus aucun courant dans la branche ACB et le régime, dans cette branche peut être considéré comme la superposition des deux suivants :

1° Le générateur auxiliaire placé sur AB est seul; tous ceux du réseau sont supprimés mais remplacés chacun par une résistance égale à sa résistance interne. Si R_0 est la résistance *équivalente du réseau* entre les points A et B, le générateur débite le courant d'intensité $I = U_0 : (R_0 - R)$ allant de B vers A.

2° Le générateur placé sur ACB est enlevé, remplacé par un court-circuit et la nouvelle branche est alimentée par le réseau; le courant qui lui est fourni a l'intensité I que l'on cherche; il va, nous le savons déjà, de A vers B.

Ces deux courants de sens opposés ont nécessairement des intensités de même valeur $I = I'$ et, par conséquent :

$$I = \frac{U_0}{R_0 + R}.$$

On peut donc énoncer la loi suivante dite **théorème de Thévenin.**

Si $U_0 = (U_A - U_B)$ est la d.d.p. entre deux points A et B d'un réseau quelconque, l'intensité du courant dans un conducteur supplémentaire de résistance R, placé en dérivation sur les points A et B est identique à celle qu'y produirait un générateur de f.é.m. U_0 et de résistance intérieure égale à la résistance équivalente du réseau entre A et B.

b) L'ensemble est donc équivalent au circuit de la figure 3 c qui serait alimenté par le générateur dit **générateur de Thévenin** de f.é.m. U_0 et de résistance intérieure R_0. Ces deux grandeurs dépendent essentiellement de la structure du réseau *avant* branchement du conducteur supplémentaire. Elles ont des valeurs constantes à condition bien entendu que rien ne change dans la structure du réseau initial, et c'est cette structure qui permet de les obtenir par le calcul. On retrouve alors, pour les déterminer, les problèmes classiques relatifs aux réseaux de conducteurs.

c) Après branchement d'une résistance R, souvent appelée **résistance de charge,** la tension entre les points A et B n'a plus la valeur U_0; elle devient :

$$(U_A - U_B) \quad U = RI = \frac{R}{R_0 + R} U_0.$$

Elle dépend donc essentiellement de la résistance de charge dont la f.é.m. du générateur de Thévenin est indépendante.

5. Exemple de détermination d'un générateur de Thévenin.

Revenons au circuit de la figure 1 *a* et proposons-nous de déterminer le générateur de Thévenin pour les points A et B.

a) Commençons par la tension U_0. On doit encore écrire les équations :

$$I = I_1 + I_2$$

puis :

$$U_0 = E_1 - r_1 I_1;$$
$$U_0 = E_2 - r_2 I_2;$$
$$U_0 = E' + rI,$$

soit quatre équations distinctes avec quatre inconnues U_0, I, I_1, I_2. Numériquement :

$$U_0 = 80 - 0{,}4\, I_1;$$
$$U_0 = 70 - 0{,}2\, I_2;$$
$$U_0 = 60 + 0{,}8\, I;$$
$$I = I_1 + I_2.$$

En multipliant sous les termes de la seconde par 2 et en ajoutant à la première le système se ramène à :

$$3\,U_0 = 220 - 0{,}4\,I;$$
$$U_0 = 60 + 0{,}8\,I.$$

En multipliant la première de ces deux équations par 2 et en ajoutant à la dernière on élimine I (qu'on ne demande pas) et l'on a :

$$7\,U_0 = 500 \qquad \text{d'où} \quad U_0 = \frac{500}{7} = 71{,}43\ \text{V}.$$

b) Pour obtenir R_0 on est ramené à calculer la résistance équivalente à trois résistances groupées en parallèle entre A et B. On a donc :

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{0{,}4} + \frac{1}{0{,}8} + \frac{1}{0{,}2} = \frac{7}{0{,}8} \qquad \text{et} \quad R_0 = 0{,}114\ \Omega.$$

REMARQUE. — On peut évidemment appliquer la méthode précédente pour calculer l'intensité dans un brin résistant, entre deux nœuds A et B d'un circuit. Sous cette forme, le procédé présente peu d'intérêt puisqu'il faut, supprimer le brin, calculer la tension U_0 entre les deux points dans le nouveau réseau, puis la résistance équivalente à ce nouveau réseau entre A et B pour déterminer le générateur de Thévenin équivalent au réseau pour les points A et B.

Cela n'a d'intérêt que si, par la suite, la résistance du brin considéré prend diverses valeurs. C'est le point de vue que nous avons adopté précédemment.

Exercices.

1. *Un générateur a une résistance intérieure de* 0,02 Ω *et une f.é.m. constante de* 12 V. *On place en dérivation sur ses bornes une résistance de* 0,5 Ω; *quelles sont l'intensité du courant débité et la tension aux bornes? On place une seconde dérivation analogue à la première; nouvelles valeurs du courant et de la tension.* — *Rép. :* 23,1 A *et* 11,54 V; 44,4 A *et* 11,11 V.

Entre deux points A *et* B *sont installées trois branches. La première contient un générateur de f.é.m.* E *et de résistance totale* $r_1 = 0{,}20\ \Omega$; *un courant* $i_1 = 9$ A *y circule de* B *vers* A. *La seconde contient une résistance morte* $r_2 = 10\ \Omega$ *et un courant* $i_2 = 3$ A *y va de* A *vers* B.

Enfin la troisième branche contient un récepteur de force contre-électromotrice E′ ; *sa résistance totale est* $r_3 = 0{,}50\ \Omega$ *et elle est traversée par un courant* $i_3 = 6$ A. *Placer les bornes du générateur sur la figure représentant ce circuit et calculer la d.d.p. entre* A *et* B *ainsi que* E *et* E′. — *Rép. : le pôle* + *du générateur est lié à* A; U = 30 V; E = 31,8 V; E′ = 27 V.

3. *Deux sources de f.é.m.* $E_1 = 17{,}5$ V *et* $E_2 = 21$ V *sont branchées en série (se reporter figure* 1, *la polarité de* G_2 *étant inversée). Un pont de résistance* $r = 40\ \Omega$ *est connecté entre les points* A *et* B. *La résistance totale du circuit* AG_1B *est* $r_1 = 10\ \Omega$ *celle du circuit* AG_2E *est* $r_2 = 15\ \Omega$. *Déterminer l'intensité du courant dans chacune des branches et leur sens. — Rép. :* 1,57 A; 0,045 A; 1,52 A.

4. *Trois résistances identiques sont montées en série et les deux extrémités de l'ensemble sont réunies entre elles (montage dit en triangle à cause de sa représentation schématique). Quelle est la valeur, r de chacune de ces résistances sachant que la résistance* R *mesurée entre deux sommets du triangle vaut* $12\ \Omega$? — *Rép. :* $r = 3\ R/2$; $r = 18\ \Omega$.

5. *Si* $R_1/R_2 = x/R$ *dans le montage de la figure ex-5 il ne passe aucun courant dans la branche* BD.

Calculer la résistance totale du circuit alimenté par le générateur de résistance négligeable de f.é.m. E = 4 V *et l'intensité* I *du courant qu'il débite quand* $R_1 = 1\,000\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R = 20\ \Omega$. *Les connexions sont de résistances négligeables. — Rép. :* $183\ \Omega$; 21,8 mA.

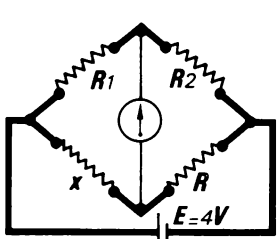


FIG. ex.-5.

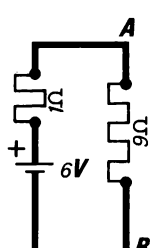


FIG. ex.-6.

6. *Déterminer le générateur de Thévenin équivalent au circuit de la figure ex-6 pour les points* A *et* B. *Intensité* I *du courant dans une résistance supplémentaire de* $2\ \Omega$ *branchée entre* A *et* B. — *Rép. :* $U_0 = 5{,}4$ V; $R_0 = 0{,}9\ \Omega$; I = 1,86 A.

CHAPITRE XXXVIII

UTILISATION DES NOMBRES COMPLEXES EN COURANT ALTERNATIF

A. — GÉNÉRALITÉS

1. Rappel de connaissances essentielles.

a) En mathématiques on représente $\sqrt{-1}$ par i ; les électriciens emploient j pour éviter des confusions. De plus $j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$.

Cette notation posée, x et y étant des nombres réels, positifs ou négatifs, un **nombre complexe** dit aussi **nombre imaginaire** est, par définition, de la forme :

$$\bar{A} = x + jy \qquad (1)$$

qu'on lit « complexe A » ou « A complexe (1) »; x et jy en sont respectivement la partie réelle et la partie complexe. Si x ou y sont nuls, le nombre complexe $\bar{A}$ se confond avec le nombre réel x ou bien c'est un nombre complexe pur jy.

On apprend en algèbre « faire la somme », le produit, le quotient de nombres complexes et le résultat peut toujours être ramené à la forme (1).

Rappelons cependant, à cause de leur importance pour ce que nous aurons à faire que :

Le produit de deux complexes conjugués $(x + jy)$ et $(x - jy)$ a pour valeur $x^2 + y^2$. C'est donc un nombre réel.

---

(1) On emploie aussi, pour représenter une grandeur complexe, soit une parenthèse [A], soit un caractère **gras A.** Nous utilisons le trait comme dans (1), plus simple que la parenthèse, et nous rejetons le caractère gras qu'on peut employer en imprimerie mais inutilisable en écriture courante.

Le module de l'inverse d'un nombre complexe est l'inverse du module de ce dernier; leurs arguments sont opposés.

Bien entendu, toute grandeur devant être, pour les physiciens, mesurée par un nombre, nous dirons aussi *grandeur complexe* s'il est possible de la mettre sous la forme (1). C'est ainsi qu'en courant alternatif nous utiliserons des tensions, des intensités, des impédances complexes.

b) Tout nombre complexe est susceptible d'être représenté par un vecteur dans un système d'axes rectangulaires de coordonnées (fig. 1). *Par convention* on porte x sur l'axe $x'Ox$ dit *axe des réels*

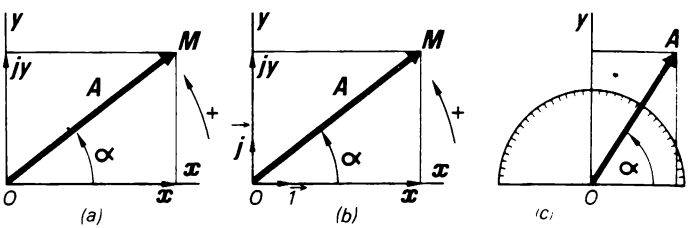


FIG. 1.

et jy sur l'axe $y'Oy$ dit *axe des complexes* (ou *des imaginaires*). Le vecteur $\vec{A}$ représentatif de A a son origine en O et son extrémité au point M de coordonnées x et jy. Son module est donc :

$$A = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

L'angle φ qu'il fait avec l'axe des réels compté positivement dans le sens direct est l'**argument** de $\vec{A}$. Il est défini par sa tangente puisque :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}.$$

Il peut évidemment être considéré comme la résultante des deux vecteurs rectangulaires de modules x et y si bien que $\vec{A} = \vec{x} - \vec{jy}$.

La considération de ce vecteur conduit à une autre forme de représentation d'une grandeur complexe :

$$\overline{A} = A \, /\underline{\varphi^o}, \qquad (2)$$

sur laquelle *apparaissent* le module et l'argument.

REMARQUE. — Pour porter sur Ox et sur Oy les vecteurs composants de $\vec{A}$ on doit choisir des vecteurs unitaires de même module 1 si bien qu'on peut dire que multiplier par j le réel 1 le fait tourner de 90°. Il en est évidemment encore de même quel que soit le complexe $\overline{A}$. Le lecteur le vérifiera en plaçant sur les axes les vecteurs composants de $\overline{A}$ et de $j\overline{A}$.

2. Représentation d'un vecteur par une expression complexe.

Inversement soit un vecteur $\vec{A}$ d'origine O faisant l'angle φ avec l'axe des réels. On voit immédiatement (fig. 1 *b*) qu'on peut le représenter par l'expression imaginaire :

$$\overline{A} = A \cos \varphi + jA \sin \varphi.$$

Par exemple, si $A = 100$ et $\varphi = 30°$ comme $\cos 30° = 0{,}866$ et $\sin 30° = 0{,}500$ il vient :

$$\overline{A} = 86{,}6 + j \times 50.$$

Les deux représentations :

$$\overline{A} = 100/\underline{30°} \qquad \text{et} \qquad \overline{A} = 86{,}6 + j \times 50$$

sont équivalentes; la première est très suggestive et présente des avantages que nous indiquerons plus tard.

En revenant à ce qui précède $A \cos \varphi$ et $A \sin \varphi$ sont les modules des vecteurs composants rectangulaires.

$$\vec{A} = \vec{A} \cos \varphi + \vec{A} \sin \varphi.$$

C'est en cela que réside tout l'intérêt de l'application des nombres complexes aux calculs en courant alternatif.

REMARQUE. — Une table des rapports trigonométriques des angles de 0 à 90° permet le passage, par le calcul, de l'une des formes à l'autre.

On le peut aussi, par une méthode graphique. Si l'on donne la première on porte $x = Oa'$ et $y = Oa''$ sur deux axes rectangulaires, à la même échelle aussi grande que possible; on construit OA. L'échelle adoptée donne A, un rapporteur donne φ.

Si l'on donne la seconde forme on représente OA, on en déduit x et y.

3. Loi d'Ohm en courant alternatif sinusoïdal.

a) On démontre que :

La loi d'Ohm s'applique aux grandeurs efficaces, en courant alternatif sinusoïdal, à condition d'utiliser les expressions complexes des grandeurs que l'on utilise.

Nous l'acceptons; nous en trouverons des vérifications.

Avant de la traduire, définissons une grandeur dont nous n'avons pas encore fait usage mais qui peut présenter de l'intérêt dans les calculs dont nous nous occupons.

La loi d'Ohm, en courant continu, peut s'écrire pour une résistance morte $I = U/R$. Posons $1/R = G$; alors elle prend la forme $I = GU$ et l'on peut retenir les deux formes :

$$U = RI \qquad I = GU$$

à condition de poser la définition suivante :

On appelle conductance d'un conducteur l'inverse de sa résistance.

La relation de définition montre que $G = 1$ si $R = 1\ \Omega$ et on a donné le nom de **mho** (ohm *inversé*) à son unité S.I.; on l'appelle aussi **siemens.** En définitive

$$\frac{1}{R} = G.$$

R en **ohms,** G en **mhos.**

En représentant par $\overline{Z}$ une impédance complexe, analogue d'une résistance en courant continu, par $\overline{Y}$ une **admittance complexe** analogue à une inductance en courant continu, on peut donc écrire la loi d'Ohm en courant alternatif sous les deux formes équivalentes :

$$\overline{U} = \overline{Z} \times \overline{I} \qquad (1) \qquad\qquad \overline{I} = \overline{Y} \times \overline{U} \qquad (1')$$

avec :

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}}.$$

4. Groupements d'impédances.

a) Les lois du groupement des résistances se transposent en les remplaçant par les impédances complexes.

En courant continu les résistances en série s'ajoutent alors :

1° L'impédance équivalente à des impédances complexes groupées en série est égale à leur somme.

$$\overline{Z} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \dots$$

En courant continu, dans un montage en parallèle, ce sont les inverses des résistances qui s'ajoutent pour obtenir l'inverse de la résistance équivalente R, soit $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$ mais avec la définition de la conductance cette loi s'écrit $G = G_1 + G_2 + \dots$ et, par conséquent :

2° L'admittance complexe équivalente à celle d'impédances complexes groupées en parallèle est égale à la somme des admittances complexes correspondantes.

$$\overline{Y} = \overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \dots$$

b) Les lois précédentes permettent donc de calculer l'impédance (ou la conductance) d'un montage d'éléments R, $\mathscr{L}$, C à condition de connaître les impédances (ou les conductances) complexes de chacun d'eux.

On démontre qu'elles ont les valeurs suivantes :

Résistance pure.....	$\overline{Z} = R$	$\overline{Y} = \frac{1}{R}$.
Inductance pure....	$\overline{Z} = j\omega\mathscr{L}$,	$\overline{Y} = -\frac{j}{\omega\mathscr{L}}$.
Capacité pure.....	$\overline{Z} = -\frac{j}{\omega C}$,	$\overline{Y} = j\omega C$.

Le lecteur retrouvera, en appliquant les règles du calcul complexe, les résultats acquis au chapitre XXX, page 315; il sera commode de supposer que $\overline{U} = U$.

REMARQUE. — On peut se borner à retenir les valeurs des impédances puisque la définition de l'admittance permet de retrouver celle d'une

impédance complexe. Ainsi l'admittance complexe de l'impédance complexe $\overline{Z} = j\omega\mathscr{L}$ est :

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{j\omega\mathscr{L}} = -\frac{j}{\omega\mathscr{L}}.$$

B. — CALCULS D'IMPÉDANCES

5. Généralités.

a) *Nous aurons à calculer l'impédance équivalente à un ensemble d'éléments diversement groupés, pour une fréquence donnée f puisque les réactances d'induction et de capacité en dépendent par la pulsation* $\omega = 2\pi f$. *Nous aurons donc* uniquement à faire des sommes *de grandeurs réelles et de grandeurs complexes.*

En conséquence nous retiendrons que :

Dans les calculs d'impédances de montages, c'est la forme imaginaire algébrique qu'il faut employer.

On conduira donc les calculs de manière à aboutir à une expression de la forme $\overline{Z} = \alpha - j\beta$.

Il sera prudent d'en calculer l'argument, ce qui permettra de la présenter aussi sous la forme $\overline{Z} = Z \underline{/\varphi}$. Nous en verrons l'intérêt plus tard.

b) On peut évidemment se proposer :

soit d'exprimer l'impédance en fonction de celles des éléments donnés. R, $\mathscr{L}$, C, pour une fréquence donnée puisque les réactances en dépendent;

soit de calculer directement la valeur numérique de l'impédance quand celles R, $\omega\mathscr{L}$, $1/\omega C$ sont elles-mêmes données.

Traitons quelques exemples dans chacun de ces deux cas.

6. Exemples d'expressions de l'impédance.

Il s'agit donc, en général d'obtenir une expression de la forme $Z = f(R, \mathscr{L}, C, \omega)$ et, éventuellement celle permettant d'obtenir l'argument de $\overline{Z}$.

Premier exemple : **Impédance d'un circuit série R, $\mathscr{L}$, C ; résonance série.**

Le montage est celui de la figure 2 *a* et l'on a :

$$\overline{Z} = R + j\ \omega\mathscr{L} - \frac{j}{\omega C} = R + j\left(\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Il en résulte :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

C'est le résultat que nous avons obtenu page 333 par la représentation vectorielle.

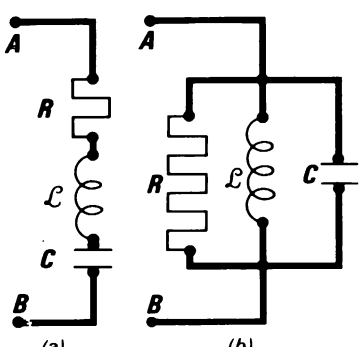


FIG. 2.

Tout ce que nous avons dit à ce sujet peut être répété. Les cas particuliers se retrouvent facilement.

Rappelons que $Z = R$ si la condition dite de **résonance série** $\omega^2\mathscr{L}C = 1$ est satisfaite.

Enfin on remarquera que l'impédance est d'espèce inductive ou capacitive suivant que :

$$\left(\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}\right)$$

est positif ou négatif.

Deuxième exemple : **Impédance d'un circuit R, $\mathscr{L}$, C en parallèle.**

Le montage est celui de la figure 2 *b* et l'on a :

$$\frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega\mathscr{L}} + \frac{1}{-j/\omega C} = \frac{1}{R} - \frac{j}{\omega\mathscr{L}} + j\omega C,$$

soit, en posant :

$$\omega C - \frac{1}{\omega\mathscr{L}} = K.$$

$$\frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{R} + jK = \overline{Y}.$$

On a donc sous cette forme simple, l'admittance du montage, et l'on peut calculer son module et son argument :

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathscr{L}}\right)^2}; \qquad \operatorname{tg} \varphi = R\left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathscr{L}}\right).$$

On peut en déduire le module et l'argument de l'impédance puisque $Z = 1/Y$ et que son argument φ' est opposé au précédent soit :

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathscr{L}}\right)^2}}; \qquad \operatorname{tg} \varphi' = -R\left(\omega C - \frac{1}{\omega \mathscr{L}}\right).$$

On peut aussi poursuivre le calcul complexe et écrire :

$$\overline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + jK} = \frac{1}{\frac{1}{R^2} + K^2}\left(\frac{1}{R} - jK\right),$$

ce qui conduit aux mêmes résultats.

Enfin si $\omega^2 \mathscr{L} C - 1 = 0$ on a $Z = R$.

REMARQUE. — Il peut être intéressant de rechercher comment varient une impédance (ou la conductance correspondante) et l'argument *en fonction de la fréquence* quand toutes les autres grandeurs du montage demeurent constantes. La courbe représentative, par exemple, de la fonction $Z = f(\omega)$ est appelée **courbe de réponse** de la grandeur considérée.

7. Calcul numérique d'impédances.

On donne les valeurs numériques de R, de $\omega \mathscr{L}$, de $1/\omega C$; il s'agit d'obtenir celle de Z et éventuellement, celle de l'argument.

Premier exemple : On donne le montage de la figure 3 *a*.

Les éléments étant en série :

$$\overline{Z} = 15 + 30\,j - 10\,j = 15 + 20\,j.$$

Le signe + de la partie imaginaire montre que le montage est de type inductif ($+ 20\,j$) :

$$Z = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 28{,}1\ \Omega.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{20}{15} = 1{,}33; \qquad \varphi = 53°.$$

Deuxième exemple : On donne le montage de la figure 3 *b*.

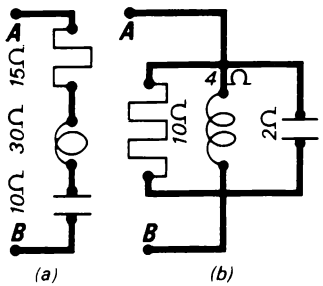


FIG. 3.

Les éléments sont en parallèle. On a donc :

$$\overline{Y} = \frac{1}{10} - \frac{j}{4} + \frac{j}{2} = \frac{1}{10}(1 + 2{,}5\,j);$$

$$\overline{Z} = \frac{1}{\overline{Y}} = \frac{10}{1 + 2{,}5\,j} = \frac{10}{7{,}25}(1 - 2{,}5\,j).$$

Le montage est à caractère capacitif ($-2{,}5\,j$) et l'on a :

$$Z = \frac{10}{7{,}25}\sqrt{7{,}25} = \frac{10}{\sqrt{7{,}25}} = 3{,}70\ \Omega; \quad \operatorname{tg}\varphi = -2{,}5; \quad \varphi = -68^{\circ}.$$

REMARQUE. — On n'oubliera pas que si l'on donne la réactance de capacité sous la forme 30 Ω par exemple c'est que $1/\omega C = 30$, que $\omega C = 1/30$.

C. — INTENSITÉS ET TENSIONS

8. Généralités.

a) Sous sa forme simple le problème consiste à déterminer en module et en phase l'intensité du courant fourni à un montage de résistances et de réactances. Nous supposons d'abord, ce qu ramène à ce que nous avons fait dans B, que le groupement est fait :

soit d'éléments montés en série;

soit d'éléments montés en parallèle.

Nous montrerons ensuite qu'on peut passer au cas plus compliqué, par exemple, de groupes en parallèle eux-mêmes montés en série.

De toute manière le problème du partage des courants ou de la somme des tensions se posera comme il se pose en courant continu. Nous aurons donc à utiliser les deux lois :

1° La tension complexe entre deux points est égale à la somme des tensions complexes entre les points intermédiaires :

$$\overline{U} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \ldots \qquad (4)$$

2° En un nœud de courant la somme des intensités complexes des courants qui s'approchent est égale à la somme des intensités complexes des courants qui s'éloignent :

$$\overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \ldots$$

b) S'il s'agit d'éléments groupés en série, tous sont traversés par le même courant et l'on simplifie les calculs en plaçant le vecteur représentatif de I sur l'axe des réels soit en posant $\overline{I} = I$.

S'il s'agit d'éléments groupés en parallèle, tous sont alimentés sous la même tension et l'on fait comme précédemment pour le vecteur représentatif de $\overline{U}$; on pose donc $\overline{U} = U$.

9. Exemples d'expressions de l'intensité absorbée sous une tension donnée, à fréquence donnée.

Reprenons les deux exemples de calcul d'impédances :

Premier exemple : On alimente sous tension efficace U, trois éléments R, $\mathscr{L}$, C montés en série (fig. 2 *a*). On demande d'exprimer l'intensité efficace du courant fourni, le déphasage courant tension, la tension aux bornes des éléments supposés « purs », la tension aux bornes de l'ensemble R, $\mathscr{L}$, le cos φ du récepteur, les valeurs instantanées du courant et de la tension d'alimentation. La fréquence est donnée.

1° Même intensité dans ces récepteurs en série; posons donc $\overline{I} = I$ puis exprimons que la tension complexe aux bornes de l'ensemble est égale à la somme des tensions complexes aux bornes des éléments successifs. On obtient ainsi :

$$\overline{U} = RI + j\omega\mathscr{L}I - \frac{j}{\omega C}I = I\left[R + j\left(\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}\right)\right].$$

La loi d'Ohm étant écrite sous cette forme complexe la parenthèse représente l'impédance complexe et l'on en déduit :

$$U = I\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \text{soit} \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}}{R}, \qquad \text{d'où } \varphi,$$

Si $\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C} > 0$, $\varphi > 0$ la tension est en avance sur le courant de l'angle φ, le montage est à caractère inductif. Il pourrait être remplacé, *en conservant sa résistance* R, par une inductance $\mathscr{L}'$ telle que :

$$\omega\mathscr{L}' = \omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}, \qquad \text{soit} \quad \mathscr{L}' = \mathscr{L} - \frac{1}{\omega^2 C}.$$

Si $\omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C} < 0$, $\varphi < 0$, la tension est en retard sur le courant; le montage est à caractère capacitif, il pourrait être remplacé, en conservant sa résistance R par une capacité C′ telle que :

$$\frac{1}{\omega C'} = \omega\mathscr{L} - \frac{1}{\omega C}, \qquad \text{soit} \quad \frac{1}{C'} = \omega^2\mathscr{L} - \frac{1}{C}.$$

2° $\overline{U}_R = RI$; $U_R = RI$, u_R en phase avec i.

$\overline{U}_{\mathscr{L}} = j\omega\mathscr{L}I$; $U = \omega\mathscr{L}I$, $u_{\mathscr{L}}$ en avance de $\pi/2$ sur i.

$\overline{U}_C = -\frac{j}{\omega C}I$; $U_C = \frac{I}{\omega C}$, u_C en retard de $\pi/2$ sur i.

Si R et $\mathscr{L}$ caractérisent le même enroulement B on a maintenant :

$$\overline{U}_B = I(R + j\omega\mathscr{L}), \qquad \text{soit} \quad U_B = I\sqrt{R^2 + \omega^2\mathscr{L}^2}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_B = \omega\mathscr{L}/R; \qquad u_B \text{ en avance de } \varphi_B \text{ sur } i.$$

3° Si l'on a numériquement tg φ, φ, les tables donnent cos φ. Mais on a aussi :

$$U\cos\varphi = RI = R\frac{U}{Z}, \qquad \text{soit} \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

que l'on peut calculer puisque R, $\omega\mathscr{L}$, $1/\omega C$ sont des *données*.

4° Enfin, avec le choix initial :

$$i = I\sqrt{2}\cos\omega t; \qquad u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi).$$

Nous retrouvons bien, par le calcul complexe, ce que nous avait donné la règle de Fresnel. Les résultats précédents permettent d'ailleurs de placer tous les vecteurs représentatifs des grandeurs envisagées (fig. 4 *a*).

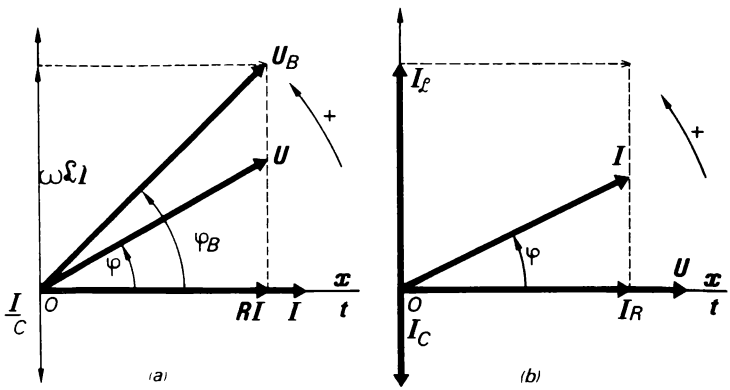


FIG. 4.

Deuxième exemple : Les trois éléments R, $\mathcal{L}$, C sont en parallèle sous tension efficace U et l'on demande l'intensité efficace du courant fourni, le déphasage de ce courant sur la tension, le cos φ du montage, le courant fourni à chacun des éléments et son déphasage sur la tension. La fréquence est donnée.

1° Même tension aux bornes de ces récepteurs en parallèle; posons donc $U = U$ et traduisons que l'intensité complexe du courant fourni au montage est égale à la somme des intensités complexes des courants partiels. On obtient ainsi :

$$\bar{I} = \frac{U}{R} + \frac{U}{j\omega\mathcal{L}} - \frac{U\omega C}{-j} = U\left[\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega\mathcal{L}}\right)\right]$$

de la forme $\bar{I} = \bar{Y}.\bar{U}$ et nous retrouvons un calcul analogue à celui déjà fait au paragraphe 6.

On en tire :

$$I = \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega\mathcal{L}}\right)^2}} \qquad \text{avec} \quad \operatorname{tg}\varphi = R\left(\omega C - \frac{1}{\omega\mathcal{L}}\right).$$

Quand on a φ, on recherche cos φ dans une table ou on le calcule.

2° Les trois courants ont pour intensités et pour déphasage sur la tension :

$$I_R = \frac{U}{R},\ \varphi = 0; \qquad I_{\mathscr{L}} = \frac{U}{\omega \mathscr{L}},\ \varphi = \pi/2; \qquad I_c = U\omega C,\ \varphi = -\pi/2.$$

La figure 4 *b* met en place les vecteurs représentatifs et l'on a :

$$u = U\sqrt{2}\cos \omega t; \qquad i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi),$$

φ pouvant être positif ou négatif;

$$i_R = I_R\sqrt{2}\cos \omega t.$$

$$i_{\mathscr{L}} = I_{\mathscr{L}}\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi/2); \qquad i_C = I_C\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi/2).$$

La figure 4 *b* fait apparaître les vecteurs représentatifs de ces courants.

D. — UTILISATION DE LA FORME EXPONENTIELLE D'UNE GRANDEUR COMPLEXE

10. Forme exponentielle d'une grandeur complexe.

En algèbre supérieure, la comparaison des *développements en série* de $\cos \varphi$, de $j \sin \varphi$ et de $e^{j\varphi}$ permet d'établir que

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi,$$

l'angle φ de l'expression $e^{j\varphi}$ étant nécessairement évalué en radians. Il en résulte :

$$Ae^{j\varphi} = A(\cos \varphi + j \sin \varphi).$$

Le vecteur de module A, faisant l'angle φ avec l'axe des réels et qui représente la grandeur complexe $\overline{A} = A\cos \varphi + jA \sin \varphi$ peut donc encore se représenter par :

$$\overline{A} = Ae^{j\varphi}.$$

Cette forme, dite **forme exponentielle,** permet de conduire rapidement des calculs quand ils contiennent des produits, des quotients de grandeurs complexes. En effet, si par exemple,

$$\overline{G} = \frac{\overline{A} \times \overline{B}}{\overline{C}}$$

on a :

$$\overline{G} = \frac{Ae^{j\alpha} \times Be^{j\beta}}{Ce^{j\gamma}} = \frac{AB}{C} e^{j(\alpha + \beta - \gamma)}$$

car $e^{j\alpha} \times e^{j\beta} \times e^{-j\gamma} = e^{j(\alpha + \beta - \gamma)}$ comme $x^m \times x^n \times x^{-p} = x^{(m+n-p)}$.

Il suffit donc de connaître les arguments des nombres complexes A, B, C, ... qu'on pourra évaluer en degrés à condition d'écrire :

$$\overline{A} = A \angle \qquad \overline{B} = B \angle \beta \qquad \overline{C} = C \angle \gamma$$

$$\overline{G} = \frac{AB}{C} = \angle \underline{\alpha - \beta - \gamma}.$$

On retrouve ainsi la forme (2) du paragraphe 1. Une application va nous en montrer l'intérêt.

11. Utilisation aux calculs relatifs à un circuit quelconque.

Résolvons le problème suivant :

On applique une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 24 V aux bornes du circuit représenté figure 5 et l'on demande :

1° L'intensité du courant absorbé.

2° Les tensions U_1 et U_2 aux bornes AM et MB.

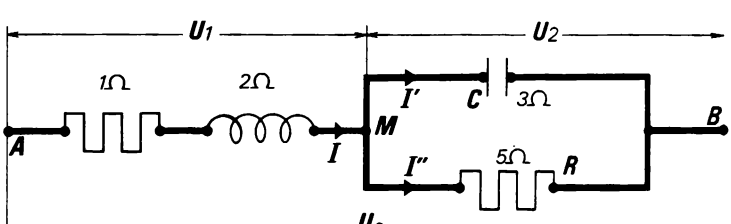


FIG. 5.

3° Les intensités I' et I'' dans les branches MCB et MRB.

4° Le facteur de puissance de cet ensemble récepteur.

Solution :

a) Avec des notations évidentes, écrivons *en grandeurs complexes*, les équations qui permettraient de résoudre ce problème en régime permanent continu.

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} \quad \text{avec} \quad \bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 ; \tag{1}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{Z}_1 \bar{I} \ (2); \qquad \bar{U}_2 = \bar{Z}_2 \bar{I} \ (3); \qquad \bar{I}' = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}'} \ (4) \qquad \bar{I}'' = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}''} \ (5).$$

Soit cinq équations pour obtenir les cinq inconnues mais chacune des grandeurs inconnues sera, bien entendu, déterminée *en module et en phase*.

b) Commençons donc par calculer les impédances $\bar{Z}_1$ du circuit série partiel AM, $\bar{Z}_2$ du circuit MB contenant les deux dérivations et monté en série avec le précédent pour donner l'impédance totale $\bar{Z}$, enfin les impédances $\bar{Z}'$ et $\bar{Z}''$.

$$\bar{Z}_1 = 1 - 2j; \ Z_1 = \sqrt{5} = 2{,}24\ \Omega; \ \operatorname{tg}\varphi = 2; \ \varphi = +64^\circ,$$
$$\bar{Z}_1 = 2{,}24\ \underline{/64^\circ},$$

$\bar{Z}_2$, impédance complexe de la dérivation. Donc :

$$\frac{1}{\bar{Z}_2} = \frac{1}{5} - \frac{j}{3} = \frac{15}{34}(3 - 5j) = 1{,}32 - 2{,}21\,j,$$
$$Z_2 = 2{,}58\ \Omega, \qquad \operatorname{tg}\varphi = -5/3, \qquad \varphi = -59^\circ,$$
$$\bar{Z}_2 = 2{,}58\ \underline{/ -59^\circ};$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 - Z_2 = 1 - 2j - 1{,}32 - 2{,}21\,j = 2{,}32 - 0{,}21\,j,$$
$$Z = 2{,}33\ \Omega, \qquad \operatorname{tg}\varphi = -0{,}21/2{,}32 = -0{,}09, \qquad \varphi = -6^\circ,$$
$$\bar{Z} = 2{,}33\ \underline{/ -6^\circ}.$$

c) 1° $$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} = \frac{U}{\bar{Z}} = \frac{24}{2{,}33}\ \underline{/6^\circ},$$

$I = 10{,}3$ A, déphasage 6° avance sur la tension.

2° $$\bar{U}_1 = \bar{I}.\bar{Z}_1 = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} \times \bar{Z}_1 = U\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}},$$

$$\bar{U}_1 = 24 \times \frac{2{,}24}{2{,}33}\ \underline{/0^\circ + 64^\circ + 6^\circ},$$

$$\overline{U}_1 = 23{,}1 \text{ V } /\underline{70^\circ};$$

$$\overline{U}_2 = \overline{I}.\overline{Z}_2 = U\frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}},$$

$$\overline{U}_2 = 24 \times \frac{2{,}58}{2{,}33} /\underline{0^\circ - 59^\circ + 6^\circ},$$

$$\overline{U}_2 = 26{,}6 \text{ V } /\underline{-53^\circ}.$$

Soit :

$U_1 = 23{,}1$ V, déphasage avance $+ 70^\circ$ sur la tension;
$U_2 = 26{,}6$ V, déphasage arrière $- 53^\circ$ sur la tension.

3° Prenons maintenant la phase de la tension u_2 pour origine. Alors :

$$\overline{Z}' = 3\,j; \qquad \overline{Z}' = 3 /\underline{+ 90^\circ}; \qquad \overline{Z}'' = 5; \qquad \overline{Z}'' = 5 /\underline{0^\circ},$$

et : $$\overline{I}' = \frac{\overline{U}_2}{\overline{Z}'} = \frac{26{,}6}{3} /\underline{-53^\circ + 90^\circ}; \qquad \overline{I}' \quad 8{,}87 \text{ A } /\underline{37^\circ},$$

$$\overline{I}'' = \frac{\overline{U}_2}{\overline{Z}''} = \frac{26{,}6}{5} /\underline{-53^\circ}; \qquad \overline{I}'' \quad 5{,}32 \text{ A } /\underline{-53^\circ}.$$

Soit :

$I' = 8{,}87$ A, déphasage avance $+ 37^\circ$ sur la tension d'alimentation;
$I'' = 5{,}32$ A, déphasage arrière $- 53^\circ$ sur la tension d'alimentation.

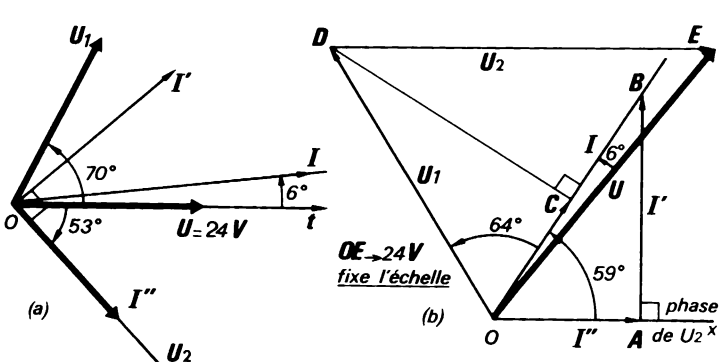


FIG. 6.

La figure 6 *a* représente les vecteurs de Fresnel à l'époque zéro avec des échelles choisies pour les tensions et pour les intensités.

Pour résoudre le problème graphiquement le lecteur prendra avantageusement la phase de u_2 pour origine. Il placera ainsi, dans l'ordre, à une échelle arbitraire des intensités, OA puis AB (fig. 6 *b*) et il obtiendra OB donnant I à l'échelle choisie et surtout l'orientation du vecteur $\overline{I}$ représentatif de *i*. Il placera ensuite, à une échelle arbitraire des volts, OC puis CD, mènera DE parallèlement à O*x* et déterminera le point E par U = 24 V à l'échelle arbitraire des volts. La mesure de OE fixera l'échelle définitive des volts, celles de DE et de OD donneront U_2 et U_1. OA fixera enfin l'échelle des ampères puisque cette longueur représente U_2 5.

Exercices.

Le lecteur pourra résoudre par la méthode des nombres complexes les exercices du chapitre XXI puis les exercices 13 à 19 des « Problèmes et Exercices de révision ».

1. *Un ensemble récepteur absorbe un courant d'intensité efficace* I = 200 A *à déphasage arrière sur la tension aux bornes et tel que* $\cos\varphi = 0{,}80$. *Exprimer la valeur complexe et l'argument de l'intensité.* — *Rép.* : $160 - j \times 130$; $\varphi = -37^\circ$; $200 \angle -37^\circ$.

2. *Exprimer l'admittance d'un condensateur de capacité* C *shunté par une résistance pure* R, *pour la fréquence* ω (*module et argument*). *En déduire l'impédance et l'argument du même montage.* — *Rép.* : $\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}$; $\operatorname{tg}\varphi = \omega\,CR$. $1/\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}$; $\operatorname{tg}\varphi = -\omega\,CR$.

3. *Une tension sinusoïdale* U = 100 V *alimente un circuit d'impédance complexe,* $\overline{Z} = 10 + 5\,j$ *évaluée en ohms. Quelle est l'intensité efficace du courant absorbé* (*module et déphasage par rapport à la tension u.* — *Rép.* : 8,93 A; — 27°.

4. *On considère une inductance pure* $\mathscr{L}$ *et une capacité* C *montées en parallèle. Quelle est l'impédance de ce circuit pour la pulsation* ω ? *On a* $\omega\mathscr{L} = 5\ \Omega$ *et* $1/\omega C = 45\ \Omega$ *si* $\omega = 10\,000$ S.I. *Pour quelle valeur de la fréquence l'impédance est-elle infinie ?* — *Rép.* : $Z = \omega\mathscr{L}/(\omega^2\mathscr{L}C - 1)$; $\omega = 30\,000$, $f \simeq 4\,800$ Hz.

5. *Un condensateur de capacité* C *est shunté par une résistance* R *et cet ensemble est mis en série avec une inductance pure* $\mathscr{L}$. *Exprimer l'impédance complexe du montage pour une pulsation* ω *et établir la relation à laquelle la réactance du circuit est nulle. Si* C, R, ω *sont donnés, quelle est l'inductance qui peut assurer cette condition. Valeur numérique de l'impédance si* $1/\omega C = 2\ \Omega$, $\omega\mathscr{L} = 2\ \Omega$, $R = 5\ \Omega$. — *Rép. :* $\mathscr{L}\ (1 - \omega^2C^2R^2) - CR^2 = 0$; $\mathscr{L} = CR^2/(1 + \omega^2C^2R^2)$; 0,75 Ω; argument $-22°$.

6. *Un condensateur de réactance* $1/\omega C = 2\,000\ \Omega$ *est shunté par une résistance* $R = 5\,000\ \Omega$. *Quelle est la valeur numérique de son impédance pour la pulsation* ω ? *Quel est le courant qu'il absorbe sous la tension* $U = 6$ V? — *Rép. :* 580 Ω; $\varphi = -23°$; 10,4 mA; $\mu' = -23°$.

7. *On considère un condensateur de capacité* C *shunté par une résistance* R. *Montrer que l'ensemble est équivalent à une capacité* $C = (1 - \omega^2C^2R^2)/\omega CR^2$ *et à une résistance* $R' = R/(1 + \omega^2C^2R^2)$ *quand la pulsation d'alimentation est* ω. *Il suffira d'écrire l'impédance complexe sous la forme* $\overline{Z} = a - jb$.

8. *On donne* $\overline{Y} = 4 - 5\ j$. *Calculer le module et l'argument de cette admittance.*

Quelle est l'intensité absorbée pour une tension aux bornes $\overline{U} = 4\ \text{V}\ \underline{/0.}$ — *Rép. :* 6,43 mhos, 51°; 25,7 A, 51°.

9. *Un condensateur dont la réactance de capacité* $1/\omega C = 1\ \Omega$ *est shunté par une résistance inductive de résistance* $R = 2\ \Omega$, *de réactance d'induction* $\omega\mathscr{L} = 3\ \Omega$. *Calculer numériquement son impédance et son argument pour la fréquence* ω. — *Rép. :* 1,27 Ω; $\varphi = -79°$.

10. *La tension à l'arrivée d'une ligne de transmission monophasée est* 1 000 V. *A cette extrémité réceptrice sont branchés d'une part un appareil inductif de puissance apparente* 20 kVA, *de facteur de puissance* 0,866 *et d'autre part un condensateur de* 50 μF. *La fréquence est* 63,6 Hz; *on demande :*

a) *L'intensité du courant dans la ligne ;*

b) *La résistance et la réactance de la ligne pour que le déphasage au départ soit nul et que la tension au départ soit la même qu'à l'arrivée. — Rép. :* 20 A; 6,7 Ω, 25 Ω.

11. *On considère un transport d'énergie par courant alternatif monophasé sous une tension efficace à l'arrivée* $U_1 = 10\,000$ V. *Le courant utilisé par les appareils de réception a la valeur* $I = 100$ A *et il est déphasé d'un angle* $\varphi_1 = 30^\circ$ *arrière sur la tension aux bornes. La résistance de la ligne est* $R = 10\ \Omega$ *et sa réactance d'induction* $\omega\mathscr{L} = 20\,\Omega$; *on néglige sa capacité. La fréquence est* 50 Hz.

1° *Déterminer la tension* U *au départ, le déphasage du courant sur la tension au départ, la puissance active* P_1 *fournie aux appareils récepteurs, la puissance* P *active fournie par l'usine génératrice aux bornes de départ, le rendement* P_1/P *du transport d'énergie dans les conditions précédentes.*

2° *Sans modifier ni la tension à l'arrivée ni les appareils de réception précédents, on ajoute un condensateur en dérivation sur les bornes d'arrivée et l'on observe dans son circuit un courant ayant une intensité efficace* $I_c = 40$ A.

Déterminer le nouveau courant I' *dans la ligne, ses déphasages* φ'_1 *et* φ' *respectivement par rapport aux bornes d'arrivée et aux bornes de départ, les puissances actives* P'_1 *et* P' *fournies au récepteur et à la ligne, le rendement de la ligne dans les nouvelles conditions.*

Le consommateur qui utilise l'énergie l'achète aux bornes de départ et la paye 0,15 F *le kilowatt-heure. Quelle est l'économie annuelle qu'il réalise par l'emploi du condensateur en admettant une consommation constante pendant* 360 *jours de* 24 *heures ? Quel pourcentage représente-t-elle de la somme payée annuellement sans condensateur d'amélioration du facteur de puissance ? — Rép. :* 1° 11 950 V, 36°, 860 kW, 960 kW, 88 %. 2° 87 A, 11 300 V, $\varphi'_1 = 6^\circ$ *avance,* $\varphi' = 16^\circ$ *retard,* 860 kW (*le condensateur ne consomme pas de puissance active*), 943 kW; 0,91; 22 000 F; 2 %.

CHAPITRE XXXIX

PONTS D'IMPÉDANCES

A. — PONT DE WHEATSTONE EN CONTINU MESURE DES RÉSISTANCES

1. Montage du pont de Wheatstone.

On forme un circuit fermé de quatre branches contenant quatre résistances R_1, R_2, R_3, R_4 et qu'on a l'habitude de représenter sur les quatre côtés d'un parallélogramme ABCD (fig. 1*a*).

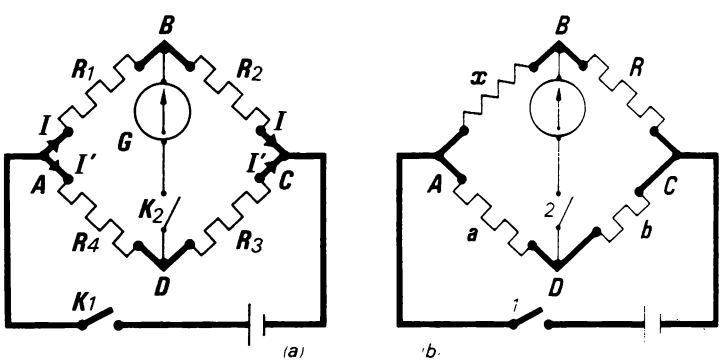


FIG. 1.

On alimente ce circuit par une pile ou un accumulateur branché sur deux sommets opposés A et C par exemple avec un interrupteur K_1. Entre les deux autres sommets B et D on installe un *pont* DB dans lequel on insère un galvanomètre et un second interrupteur K_2.

S'il ne passe aucun courant dans DB *on dit que le pont est en équilibre.* On le constate à l'aide du galvanomètre et d'autant mieux que ce dernier est plus sensible.

2. Condition d'équilibre du pont.

Représentons par $U_{P/Q}$ la d.d.p. entre deux points P et Q. S'il ne passe aucun courant dans le pont BD c'est que $U_{B/D} = 0$. Il faut pour cela que simultanément les d.d.p. $U_{A/B}$ et $U_{A/D}$ soient nulles, que $U_{B/C}$ et $U_{D/C}$ le soient aussi, chacune d'elles étant égale à la chute de tension dans la branche correspondante. Comme les courants I et I' se conservent dans ABC et dans ADC puisque le pont est en équilibre on a donc, simultanément, $R_1 I = R_4 I'$ et $R_2 I = R_3 I'$ soit, en divisant ces deux relations membre à membre $R_1/R_2 = R_4/R_3$ qu'on peut écrire :

$$R_1 \times R_3 = R_2 \times R_4 \qquad (1)$$

pour énoncer la condition d'équilibre sous une forme facile à retenir :

A l'équilibre les produits des résistances des branches opposées du parallélogramme sont égaux.

3. Utilisation à la mesure de résistances.

Insérons la résistance à mesurer de valeur x inconnue et une *résistance étalonnée* R (fig. 1*b*) respectivement dans les branches 1 et 2. Soient a et b celles formant les brins 4 et 3, ce qui allège les notations. En transportant ces représentations dans (2) il vient, si le pont est en équilibre :

$$(2') \qquad x \times b = a \times R \text{ d'où } \qquad x = R \times \frac{a}{b}.$$

On obtient donc la valeur x si l'on connaît *le rapport a/b*.

4. Dispositifs pratiques.

a) Dans un premier type de dispositifs on fixe un rapport *a/b* paraissant convenir. Pour cela a et b peuvent avoir, par exemple, les valeurs 10, 100 ou 1 000 Ω. On a ainsi la possibilité de donner au rapport *a/b* les valeurs 1/100, 1/10, 1, 10 et 100.

La résistance R est prélevée sur une boîte à fiches ou à plots de résistances étalonnées. On la fait varier, jusqu'à l'équilibre, en prenant, systématiquement, comme pour une pesée, des valeurs trop grandes ou trop petites dont on resserre progressivement l'inter-

valle. Chaque fois, la fermeture successive des clés *dans l'ordre clé de la pile, puis clé du galvanomètre,* montre si l'équilibre est ou non réalisé.

b) Dans un deuxième type d'appareils on dispose de quelques résistances étalonnées R et l'on obtient l'équilibre en faisant varier la valeur du rapport a/b. C'est en particulier de cette manière que fonctionne le montage appelé *pont à fil* (fig. 2) parce que les deux

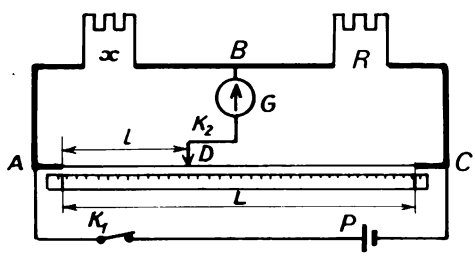


FIG. 2.

résistances en série a et b sont faites d'un fil homogène de section constante, le long duquel un curseur D limite les deux portions et l'on a dans ces conditions $a/b = l/(L-l)$ en désignant par L la longueur du fil et par l la portion AD par exemple. On démontre qu'il est avantageux, pour réduire l'erreur de la mesure, d'avoir, à l'équilibre $l \simeq L/2$ soit $a \simeq b$ (curseur au milieu); alors en même temps $x \simeq R$. Il faut donc disposer de résistances étalonnées du même ordre de grandeur que celles à mesurer.

c) Enfin les constructeurs d'instruments de mesures électriques livrent, sous le nom de **boîtes à ponts,** des ensembles contenant un montage de l'un des deux types précédents, galvanomètre compris. La résistance à mesurer se relie à deux bornes, la pile à deux autres si elle n'est pas elle-même contenue dans la boîte.

B. — PONTS D'IMPÉDANCES

5. Principe des ponts d'impédances.

a) Le montage est celui du pont de Wheatstone mais on remplace le galvanomètre par un téléphone (fig. 3) et on alimente le pont par

une tension sinusoïdale de fréquence généralement musicale. S'il ne passe aucun courant dans le pont BD le téléphone est silencieux.

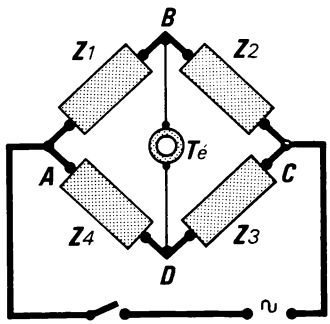


FIG. 3.

Puisque les lois du courant continu s'appliquent en alternatif sinusoïdal à condition de remplacer les grandeurs par leurs expressions complexes si $\overline{Z}_1$, $\overline{Z}_2$, $\overline{Z}_3$, $\overline{Z}_4$ sont celles des quatre branches du parallélogramme, on doit donc avoir, en alternatif :

$$\overline{Z}_1 \times \overline{Z}_3 = \overline{Z}_2 \times \overline{Z}_4. \quad (1)$$

Le lecteur peut l'établir directement par le même procédé qu'en courant continu.

Comme ces quatre impédances complexes ont, en général, une partie réelle R et une partie complexe pure jX avec des notations évidentes, on a donc :

$$(R_1 + jX_1)\,(R_3 + jX_3) = (R_2 + jX_2)\,(R_4 + jX_4)$$

soit :

$$R_1R_3 + jX_1R_3 + jX_3R_1 - X_1X_3 = R_2R_4 + jX_2R_4 + jX_4R_2 - X_2X_4.$$

Mais deux nombres complexes n'étant égaux que si leurs parties réelles et leurs parties complexes le sont séparément il faut que :

$$\left.\begin{aligned} R_1R_3 - X_1X_3 &= R_2R_4 - X_2X_4, \\ X_1R_3 + R_1X_3 &= X_2R_4 + R_2X_4. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

On retrouve bien :

$$R_1R_3 = R_2R_4 \qquad \text{si} \qquad X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = 0.$$

L'équilibre du pont, en général, est plus difficile à obtenir qu'en courant continu puisqu'il doit satisfaire *à la fois* aux deux conditions imposées par le groupe des relations (2). Au reste, pratiquement, le problème se pose de la manière suivante : il s'agit d'obtenir l'une des impédances X quand on en connaît une autre; c'est-à-dire de les comparer; les deux autres sont alors nulles.

Sous le nom de **boîtes à pont d'impédances** les constructeurs

d'instruments de mesure livrent aussi des dispositifs qui permettent d'effectuer des mesures de résistances, d'inductances, de capacités et qui sont l'analogue des **boîtes à ponts** pour la mesure des résistances en courant continu.

6. Comparaison de capacités et d'inductances.

a) Supposons que Z_3 et Z_4 soient des résistances pures R_3 et R_4; on peut alors comparer deux capacités ou deux inductances placées dans les deux autres branches du pont. Il suffit pour établir la relation qui les donne de dresser un tableau des valeurs R et X et de les porter dans les relations (2).

Si l'on veut comparer *deux capacités* x et C (fig. 4 *a*) on a ainsi :

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & R_3 & R_4; \\ X_1 & X_2 & 0 & 0, \end{array}$$

car les résistances R_1 et R_2 qui se réduisent à celles des fils de connections sont pratiquement nulles. Tous les termes des relations (2)

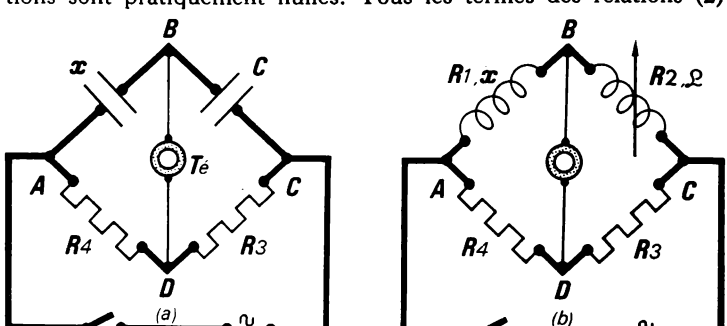


FIG. 4.

sont nuls sauf X_1R_3 et X_2R_4. Ces relations se réduisent donc à $X_1R_3 = X_2R_4$. Comme $X_1 = 1/\omega x$ et que $X_2 = 1/\omega C$ il vient :

$$\frac{R_3}{\omega x} = \frac{R_4}{\omega C} \qquad \text{d'où} \qquad x = C \times \frac{R_3}{R_4}.$$

Le mode opératoire dépend du condensateur de capacité C. Si c'est une capacité variable étalonnée on peut fixer R_3/R_4. Si C est une capacité fixe on fait varier le rapport R_3/R_4 comme on le fait varier dans un pont à fil.

Ainsi utilisé le pont est souvent appelé **pont de Sauty.**

b) Si l'on veut comparer deux inductances x et $\mathscr{L}$ (fig. 4 *b*) on les insère encore dans les branches 1 et 3. Si leurs résistances ne sont pas négligeables on a maintenant le tableau suivant :

$$\begin{array}{cccc} R_1 & R_2 & R_3 & R_4; \\ X_1 & X_2 & 0 & 0. \end{array}$$

Tous les termes de (2) sont nuls sauf R_1R_3, R_2R_4, $X_1R_3 = \omega x R_3$, $R_4X_2 = R_4\omega\mathscr{L}$. Les relations (2) se réduisent donc à

$$R_1R_3 = R_2R_4 \qquad \text{et} \qquad x\,R_3 = \mathscr{L}\,R_4,$$

soit encore :

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \qquad \text{et} \qquad x = \mathscr{L}\,\frac{R_4}{R_3},$$

qui doivent être satisfaites simultanément.

Bref, le pont doit être équilibré en courant continu et en courant alternatif. Dans ce deuxième cas le mode opératoire dépend encore de ce dont on dispose comme inductance étalonnée, inductance fixe ou inductance variable de *résistance constante*. C'est ce dernier cas que représente la figure 4 *b*.

REMARQUE. — 1° Le dispositif précédent offre d'autres possibilités mais dans tous les cas l'équilibre exige que les deux relations (2) soient satisfaites.

2° Il peut arriver que le téléphone ne soit jamais silencieux; l'intensité du son passera seulement par un minimum à l'équilibre du pont.

Exercices.

1. *Les quatre résistances du pont de Wheatstone de la figure* 8 *ont respectivement pour valeurs* $x = 200\ \Omega$, $r = 20\ \Omega$, $a = 500\ \Omega$, $b = 50\ \Omega$ *quand l'équilibre est réalisé; les connexions n'introduisent aucune résistance appréciable. Quelle est alors la résistance équivalente à l'ensemble des quatre brins du pont ? Quel est le courant fourni par le générateur de f.é.m.* 2 V *et de résistance intérieure négligeable quand les deux interrupteurs sont fermés ? Quels sont les courants dans chacune des branches ? — Rép. :* 157 Ω; 12,7 mA; 9,1 mA *et* 3,6 mA.

2. *Démontrer que si un pont d'impédance a été équilibré en continu et en alternatif sinusoïdal on a* $R_1/R_2 = R_4/R_3 = X_1/X_2 = X_4/X_3$ *soit trois relations distinctes.*

PROBLÈMES DE RÉVISION ET D'EXAMENS

COURANT CONTINU

1. On veut réaliser une installation électrique, alimentée en courant continu à 110 V, comprenant en parallèle :

a) Un fer électrique de 350 W;

b) Un petit moteur susceptible de produire une puissance de 500 W;

c) Dix lampes marquées 50 W-110 V.

1° Quelle est la longueur de la résistance du fer, sachant qu'elle est formée d'un fil de nichrome de 2/10 mm de diamètre, de résistivité 40 $\mu\Omega$-cm?

2° Le moteur ayant un rendement de 70 %, quelle est sa résistance et sa f.c.é.m.?

On supposera que toute l'énergie perdue l'est par effet Joule.

3° Quel est le moment du couple que l'on devrait exercer sur l'axe du moteur pour l'empêcher de tourner, sachant que sa vitesse de rotation à vide est de 500 tr/mn?

Avec quelle vitesse pourrait-il soulever une masse de 30 kg?

4° Si tous les appareils de l'installation fonctionnaient en même temps, quelle serait l'intensité totale du courant dans les fils aboutissant au compteur?

Quel serait le diamètre minimum des fils d'alimentation, la densité du courant maximum imposée étant de 4 A/mm^2?

On négligera les résistances autres que celles des appareils.

2. Un circuit électrique comprend, disposés en série : un générateur de f.é.m. constante E égale à 52 V et de résistance intérieure r égale à 1 Ω, un moteur et une résistance R de 5 Ω plongée dans un calorimètre. Les résistances des fils de jonction sont supposées négligeables.

a) On empêche le moteur de tourner : on constate alors dans R un dégagement de chaleur égal à 5 760 cal en 5 mn.

b) Le moteur fonctionne : la quantité de chaleur dégagée dans R est réduite à 360 cal en 5 mn.

Calculer :

1° L'intensité du courant à travers le circuit dans chacun des cas *a* et *b*;

2° La résistance intérieure x du moteur;

3° La f.c.é.m. du moteur;

4° La différence de potentiel U aux bornes du moteur.

1 J équivaut à 0,24 cal.

3. 1° Quelle longueur d'un fil de nichrome, de diamètre 1 mm et de résistivité 8 : 10^5 Ω-cm faut-il utiliser pour réaliser une résistance de 2 Ω ?

2° Un générateur de f.é.m. 30 V et de résistance intérieure 10 Ω débite un courant dans un circuit comprenant disposés en série, la résistance précédente de 2 Ω, un moteur et un galvanomètre de 1 000 Ω muni d'un shunt dont la résistance est le 999e de celle du galvanomètre. Le galvanomètre marque 2 mA lorsque le moteur tourne. Calculer la d.d.p. aux bornes de la résistance et du moteur lorsque ce dernier tourne ainsi que les valeurs des différentes formes de l'énergie consommée pendant une heure entre ces bornes.

3° Ce générateur est formé d'un certain nombre de piles identiques, ayant chacune une f.é.m. de 1,5 V et une résistance intérieure de 1 Ω. Déterminer leur nombre et leur mode de groupement.

4° Comment faudrait-il disposer ces piles sur un circuit extérieur de résistance 0,5 Ω pour obtenir le courant le plus intense? Quelle serait alors la quantité de chaleur dégagée dans cette résistance pendant une heure?

4. Deux lampes électriques portent les indications suivantes :

Pour A_1 : 110 V-40 W; pour A_2 : 110 V-100 W.

1° Quelles sont, en régime normal, les résistances de ces deux lampes et les intensités qui les traversent?

2° Quel est le prix de revient de dix heures d'éclairage avec chacune des lampes, sachant que le prix du kilowattheure est de 0,3 franc?

3° On dispose seulement d'une tension de 220 V et, pour utiliser ces lampes, on songe d'abord à les mettre en série. Calculer quelle serait, dans ce cas, l'intensité traversant ces lampes, en supposant que leur résistance est invariable. Calculer les tensions aux bornes de chacune d'elles.

Les deux lampes auront-elles leur aspect normal? Quel est l'accident auquel on doit s'attendre si l'on fait effectivement l'expérience?

4° On dispose de plusieurs lampes de chacun des deux types. Indiquer le schéma suivant lequel on devrait monter n_1 lampes du type A_1 et n_2 lampes du type A_2, les lampes de chaque groupe étant en parallèle et les deux groupes étant en série, pour que, l'ensemble étant alimenté par une tension de 220 V, les lampes fonctionnent dans leurs conditions normales. Quelles sont les valeurs minimales de n_1 et n_2?

5. On possède un voltmètre à cadre mobile gradué de 0 à 5 V. On se propose d'étudier ce voltmètre et de l'adapter à différentes mesures.

1° Ce voltmètre, branché aux bornes d'un générateur de résistance intérieure négligeable, marque 3 V. Si l'on intercale en série avec le

voltmetre et le même générateur une résistance $R = 1\,000\ \Omega$, le voltmètre indique 1 V.

a) Quelle est la force électromotrice du générateur?

b) Quelle est la résistance g du voltmètre?

c) Quelle est l'intensité du courant qui traverse le voltmètre lorsque celui-ci indique 5 V?

2° On désire mesurer avec ce voltmètre des différences de potentiel supérieures à 5 V. Quelle résistance faudra-t-il mettre en série avec le cadre de l'appareil pour que la déviation maximale soit obtenue pour une différence de potentiel aux bornes de l'appareil modifié égale à 30 V, puis à 150 V?

3° On branche le voltmètre initial aux bornes d'une pile dont la résistance intérieure est de 50 Ω. Le voltmètre indique 1,5 V. Quelle est la valeur de la force électromotrice de la pile?

6. 1° Un galvanomètre de 200 Ω de résistance, muni d'un shunt de 200/99 Ω, doit être employé comme ampèremètre. Pour le graduer on le dispose en série avec une source de courant et une cuve électrolytique à sulfate de cuivre.

Dans une des expériences, l'aiguille du galvanomètre se fixe dans une certaine position. On demande quelle valeur, en ampères, du courant qui circule dans le circuit, il faut faire correspondre à cette position, sachant que, le courant ayant passé pendant une heure, la masse de cuivre déposée à la cathode est 117 mg.

2° On enlève le shunt et on met en série avec le galvanomètre une résistance de 400 Ω. On peut alors utiliser l'appareil comme voltmètre en connectant les extrémités libres de la résistance et du galvanomètre aux points entre lesquels on veut mesurer la différence de potentiel. On gradue l'appareil. Quelle est, en particulier, l'indication en volts que l'on doit faire correspondre à la même position de l'aiguille que dans l'expérience précédente?

Masse atomique du cuivre . 63; valence : 2. Il faut 96 500 C pour rompre une valence-gramme.

7. On place en série entre les bornes d'un générateur de force électromotrice 31,6 V un voltamètre à eau acidulée et une cuve électrolytique à sulfate de cuivre avec électrodes de cuivre. Dans le voltamètre on recueille l'ensemble des deux gaz qui se dégagent aux deux électrodes en une minute; on obtient ainsi 18 cm^3 pour leur volume total. Sachant que la force contre-électromotrice du voltamètre est 1,6 V, on demande :

1° L'augmentation de masse en une heure de la cathode de la cuve à sulfate de cuivre.

2° L'intensité du courant.

3° La résistance totale du circuit.

4° Les deux électrodes de cuivre sont remplacées par des électrodes de platine de mêmes dimensions. On ne recueille plus alors par minute que 17,6 cm^3 de gaz dans le voltamètre. Expliquer pourquoi et calculer la force contre-électromotrice de la cuve à sulfate de cuivre.

Cu = 63 et 96 500 C libèrent une valence-gramme. Le volume de 1 g d'hydrogène est 11,2 l à 0° 760 mm de mercure.

8. Au cours de la préparation de l'aluminium par électrolyse de l'alumine on recueille 4,050 kg d'aluminium par heure. La tension appliquée entre les électrodes est 5 V et la force contre-électromotrice de la cuve est 2,8 V.

1° Calculer l'intensité du courant traversant l'électrolyte.

2° Calculer la résistance intérieure de la cuve.

3° Quelle est la puissance utilisée dans la cuve :

a) Sous forme calorifique;

b) Sous forme chimique?

4° Calculer en kilowattheures l'énergie consommée pour la préparation de 1 t d'aluminium.

Masse atomique de l'aluminium : 27.

9. Une distribution de courant continu à trois fils (*A* : + 220 V; *B* : potentiel nul; *C* : — 220 V) alimente :

— entre *A* et *B* (220 V) : vingt lampes de 100 W et dix lampes de 150 W;

— entre *B* et *C* (220 V) : trois radiateurs de 1,5 kW chacun;

— entre *A* et *C* (440 V) : un moteur série de 5 kW dont le rendement est 0,9.

I. — Faire le schéma de l'installation.

II. — Calculer :

1° L'intensité du courant dans chacun des fils de ligne :

a) Quand les lampes seules sont branchées; *b*) Quand les radiateurs seuls sont branchés; *c*) Quand le moteur seul est branché; *d*) Quand les lampes et les radiateurs sont branchés; *e*) Quand tous les appareils sont branchés.

2° La résistance à chaud d'un radiateur.

3° La quantité de chaleur produite par les radiateurs en huit heures.

4° La force contre-électromotrice du moteur à pleine charge.

(*B.E.I. probatoire.*)

10. On veut charger une batterie d'accumulateurs de vingt éléments en série avec un générateur de force électromotrice 100 V et de résistance intérieure 3 Ω. Chaque élément a une résistance intérieure de 0,05 Ω. Faire le schéma en indiquant nettement les pôles.

a) La force contre-électromotrice d'un élément étant 1,9 V au début de la charge, quelle résistance faudra-t-il mettre en série dans le circuit pour que l'intensité soit 5 A? Quelle devra être cette résistance vers la fin de la charge quand la f.c.é.m. sera devenue 2,4 V par élément?

b) Chaque élément chargé a une capacité utile de 60 Ah; la décharge se fait à intensité constante 4 A; la tension moyenne aux bornes de la batterie est alors 40 V. Calculer :

1° La durée de la décharge; 2° L'énergie fournie au circuit extérieur (en kilowattheures et en joules); 3° La force électromotrice moyenne d'un élément; 4° L'énergie totale qui était emmagasinée dans la batterie.

c) En admettant que l'on monte, pour la décharge, les vingt éléments en parallèle et que le circuit extérieur ait été choisi pour que chaque élément soit traversé par 2,5 A, calculer :

1° La durée de la décharge; 2° La quantité d'électricité débitée par l'ensemble; 3° L'énergie totale fournie à l'ensemble du circuit (intérieur et extérieur).

(*B.E.I. probatoire.*)

11. Un puissant générateur maintient entre deux bornes *A* et *B*. une tension constante de 100 V quelle que soit l'intensité demandée.

1° Calculer cette intensité dans les divers cas suivants :

a) *A* et *B* sont reliés par trois fils en parallèle de résistances respectives en ohms 10, 20 et 50.

b) Entre *A* et *B* est placée une batterie d'accumulateurs présentant une force contre-électromotrice de 80 V que l'on veut charger. La résistance de la batterie et des connexions est de 2 Ω.

2° Entre *A* et *B* est mis un moteur de 2 Ω de résistance relié par des fils de résistance négligeable.

a) Établir la formule donnant l'intensité *I* en fonction de la puissance *P* du moteur, exprimée en watts.

b) Application numérique : $P = 800$ W.

c) Existe-t-il une valeur de *P* qui ne peut être dépassée?

12. Une lampe à incandescence est mise en relation avec le secteur électrique sous tension de 120 V. Un ampèremètre indique que l'intensité du courant est 0,5 A.

1° Calculer la quantité de chaleur dégagée par la lampe en dix minutes.

2° La tension du secteur monte à 125 V. Quelle résistance faut-il intercaler sur le circuit pour la ramener à son régime précédent? On construit cette résistance R avec un fil de ferronickel de 1,5 mm de diamètre. Calculer sa longueur sachant qu'un fil du même alliage de 1 mm de diamètre et 1 km de long a une résistance de 1 000 Ω.

3° On intercale la même lampe dans un circuit contenant un accumulateur de force électromotrice $E = 2{,}1$ V et une résistance auxiliaire de 200 Ω. L'intensité du courant est alors 9,5 mA. Déduire le rapport des résistances du filament de la lampe à chaud et à froid.

COURANT ALTERNATIF

13. On considère trois éléments, résistance pure $R = 10\,\Omega$, inductance pure de réactance $\omega\mathcal{L} = 10\,\Omega$, capacité pure de réactance $1/\omega C = 10\,\Omega$ pour la même fréquence; on les alimente indépendamment par une tension alternative $U = 120$ V ayant cette fréquence. Calculer l'intensité, la puissance apparente, la puissance active, la puissance réactive pour chacun des trois éléments.

14. Une bobine de résistance négligeable et d'inductance $\mathcal{L} = 200$ mH est alimentée sous une tension $U = 60$ V de fréquence 50 Hz. Quelles sont sa réactance, l'intensité du courant qu'elle absorbe, les puissances active et réactive qu'elle consomme?

15. Un condensateur de capacité $C = 500\,\mu$F est alimenté sous une tension alternative de 440 V, de fréquence 50 Hz.

a) Quelles sont sa réactance, l'intensité qu'il absorbe, la puissance active qu'il consomme, la puissance réactive qu'il fournit?

b) Quelle est la section qu'il faudrait donner à la ligne unissant ce condensateur à la source de courant pour que la densité de courant efficace ne dépasse pas 3 A/mm²?

16. Un conducteur de résistance $R = 2\,\Omega$ et d'inductance négligeable est en série avec un autre conducteur d'inductance $\mathcal{L} = 0{,}01$ H et de résistance négligeable.

a) Quelle est l'impédance de l'ensemble pour la fréquence $f = 50$ Hz?

b) Quelle est l'intensité efficace absorbée pour une tension efficace aux bornes 120 V, à cette fréquence?

c) Quelles sont les tensions U_R aux bornes de la résistance et U_L aux bornes de l'inductance. Comparer leur somme à la tension U aux bornes de l'ensemble.

d) Quelle est la puissance active consommée et quelle est la quantité de chaleur dégagée par effet Joule et par minute dans ce récepteur?

17. On monte en série une résistance non inductive $R = 5\ \Omega$ et un condensateur dont la réactance de capacité pour la fréquence d'utilisation vaut également 5 Ω pour la fréquence $f = 50$ Hz.

a) Quelles sont l'impédance de l'ensemble pour cette fréquence et la valeur de la capacité C?

b) Quelle est l'intensité absorbée sous une tension alternative de valeur instantanée $u = 240 \sin 314\ t$?

c) Quelles sont les tensions efficaces U_R et Uc aux bornes de la résistance et du condensateur? Comparer leur somme à la tension efficace aux bornes de l'ensemble.

18. On monte en série une bobine de résistance $R = 2\ \Omega$, d'inductance $\mathcal{L} = 0{,}2$ H et un condensateur de capacité $C = 2\ \mu$F. On applique à l'ensemble une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 9$ V de pulsation $\omega = 5\ 000$ rd/s.

a) Quelle est l'intensité efficace I absorbée par l'ensemble?

b) Quelles sont les tensions U_B et Uc aux bornes de la bobine et du condensateur?

c) Calculer la pulsation ω_1 pour laquelle le courant passe par une valeur maximale et quelle est cette intensité.

d) Quelles sont, pour cette pulsation, les tensions U'_B et $U'c$ aux bornes de la bobine et du condensateur? Quel est alors le déphasage du courant sur la tension d'alimentation?

19. Entre deux points A et B on monte en parallèle une inductance $\mathcal{L}$ de résistance négligeable, un condensateur de capacité C. On applique à l'ensemble une tension sinusoïdale de valeur efficace U de pulsation ω.

On demande :

a) Les intensités efficaces I_L et Ic des courants dans chacune des deux dérivations.

b) L'intensité efficace I du courant fourni à l'ensemble et l'impédance du montage.

c) Le courant fourni à l'ensemble si la condition $\omega^2 \mathcal{L} C = 1$ est satisfaite.

d) Quelle est la valeur commune des courants I'_L et $I'c$?

20. Une distribution triphasée alimente, sous 200 V entre phases, une installation comprenant :

a) Soixante lampes de 75 W également réparties sur les trois phases;

b) Un moteur triphasé de 6 kW dont le rendement est 0,78 et le facteur de puissance 0,82.

Calculer l'intensité du courant dans chaque fil de ligne et le facteur de puissance de l'installation.

21. Sur une distribution triphasée avec fil neutre donnant 190,5 V entre phases, on branche en dérivation entre phase et neutre, trois groupes de seize lampes de 75 W. On installe entre deux fils de phase un radiateur qui absorbe 2 kW.

Déterminer graphiquement les intensités des courants dans les quatre fils d'alimentation.

22. Un atelier est alimenté par une distribution triphasée 3 000 V, 50 Hz.

La force motrice, qui absorbe 1 000 kW avec un facteur de puissance de 0,8, fonctionne 8 h/j.

L'éclairage, réparti sur les trois phases, absorbe 50 kW et fonctionne 2 h/j.

Calculer :

1° Le courant dans la ligne d'arrivée lorsque la force motrice fonctionne seule;

2° Le courant dans la ligne d'arrivée lorsque la force motrice et l'éclairage fonctionnent ensemble;

3° Le facteur de puissance moyen de l'installation après une journée de marche.

On se propose de porter la valeur du facteur de puissance moyen à 0,9 avec une batterie de trois condensateurs identiques groupés en étoile branchée sur l'installation 8 h/j. Déterminer la puissance et la capacité de chacun des condensateurs.

23. I. Une bobine de relais électromagnétique laisse passer un courant de 0,5 A lorsqu'elle est alimentée par un courant alternatif monophasé de tension 221 V et de fréquence 50 Hz.

En courant continu la tension aux bornes de cette bobine est 42,5 V quand l'intensité est 0,25 A.

Calculer : 1° Sa résistance. 2° Son impédance. 3° Sa réactance d'induction. 4° Son inductance. 5° Sa puissance active. 6° Sa puissance réactive. 7° Sa puissance apparente. 8° Son facteur de puissance.

II. On alimente la bobine ci-dessus par un courant alternatif monophasé 110 V, 25 Hz.

Quelles sont les nouvelles valeurs :

1° De la réactance de la bobine. 2° De l'intensité. 3° Du facteur de puissance?

III. Dans ce cas (110 V, 25 Hz), on branche un condensateur en série avec la bobine. L'intensité est alors 0,5 A.

1° Quelle est la capacité de ce condensateur? (deux solutions). 2° Quel est le facteur de puissance dans chacun de ces deux cas?

(B.E.I.)

NOTE

a) Rappelons que toutes les unités de mesure du système légal actuel, unités de mesure des grandeurs géométriques, mécaniques, électriques, se déduisent de quatre unités de base : le **mètre,** le **kilogramme,** la **seconde** et l'**ampère.** D'où le nom du système, **Système mètre, kilogramme, seconde, ampère** de sigle M.K.S.A. dit encore **Système International** d'abréviation S.I.

Dans ce système, l'unité de *champ d'excitation* (ou champ magnétique) est l'**ampère-tour par mètre** (Atr/m), celle de *champ d'induction magnétique* est le **tesla** (T). De plus, quand on emploie les expressions du champ dites *rationalisées*, celles que nous utilisons parce qu'elles sont recommandées par les Commissions Internationales d'électriciens, la perméabilité magnétique du vide, et pratiquement celle de tous les milieux amagnétiques, a pour valeur $\mu_0 = 4\,\pi/10^7 \simeq 1/8 \times 10^5$.

b) Mais pendant longtemps on a employé un système d'unités dans lequel les unités de base sont le **centimètre,** le **gramme,** la **seconde** et la **perméabilité du vide.** Ce système est appelé **Système C.G.S. électromagnétique** et, en continuant à représenter la perméabilité magnétique du vide par μ_0, on a donc, dans ce système, $\mu_0 = 1$ u. C.G.S. de perméabilité, car elle n'a jamais reçu de nom spécial.

Dans ce système, l'unité de *champ d'excitation* s'appelle **œrsted** (Oe) et celle de *champ d'induction* se nomme **gauss** (G) et comme $\mu_0 = 1$, dans les milieux non magnétiques, l'induction magnétique $\mathcal{B}$ créée par le champ d'excitation $\mathcal{H}$ est *numériquement* égale à $\mathcal{H}$ puisque $\mathcal{B} = \mu_0 \mathcal{H}$ avec $\mu_0 = 1$ u. C.G.S.

On peut donc se trouver en présence de tableaux numériques, de courbes représentatives ou de données exprimées en unités C.G.S. On les transforme facilement en unités S.I. en se reportant aux équivalences suivantes :

$$1 \text{ œrsted} = 80 \text{ ampères-tours par mètre,}$$

$$1 \text{ gauss} = \frac{1}{10^4} \text{ tesla.}$$

Par exemple, s'il s'agit d'une courbe représentative (XXI, p. 200), on inscrit 1 tesla en face de 10 000 gauss, 80 ampères-tours par mètre en face de 1 œrsted.

Bien entendu, si un champ d'excitation est exprimé en **ampères-tours par centimètre,** ce que les techniciens faisaient généralement, il suffit de remarquer que :

$$1 \textbf{ Atr/cm} = 100 \textbf{ Atr/m.}$$

On inscrira donc 100 Atr/m en face de 1 Atr/cm.

c) Remarquons enfin que la **perméabilité magnétique relative** μ_r d'une substance quelconque s'exprime par le nombre qui la mesure, en unités C.G.S. En effet on a :

$$\mu_r = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{B}_0} = \frac{\mu\mathcal{H}}{\mu_0\mathcal{H}} = \frac{\mu}{\mu_0}$$

et, comme $\mu_0 = 1$ u. C.G.S., $\mu_r = \mu$. La *perméabilité magnétique* relative, *qui ne dépend pas du système d'unités employé,* est donc numériquement égale à la *perméabilité* évaluée en unités C.G.S.

Exercice. — En utilisant les relations de définition successives, $m = F : \mathcal{B}$ (*m* étant une masse magnétique), $\mathfrak{M} = m.l$, $\mathcal{J} = \mathfrak{M} : V$ (V étant un volume), démontrer que :

1 u. C.G.S. d'aimantation = 1 000 u. S.I. d'aimantation.

Pour cela, il faut savoir que l'unité de force C.G.S. est appelée **dyne** et que

1 newton = 10^5 dynes.

On écrit ensuite que :

$$1 \text{ u. S.I. de masse magnétique.} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ T}} = \frac{10^5 \text{ dynes}}{10^4 \text{ gauss}} = 10 \text{ u. C.G.S.}$$

et, qu'en conséquence :

1 u. C.G.S. de masse magnétique. = 10 u. S.I. de masse magnétique

La suite se traite de manière analogue.

RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES DE 0° à 90°

DEGRÉS	RADIANS	SINUS	TANGENTES	COSINUS	DEGRÉS	RADIANS	SINUS	TANGENTES	COSINUS
0	0,000	0,000	0,000	1,000	45	0,785	0,707	1,000	0,707
1	017	017	017	000	46	803	719	036	695
2	035	035	035	0,999	47	820	731	072	682
3	052	052	052	999	48	838	743	111	669
4	070	070	070	998	49	855	755	150	656
5	087	087	087	996	50	873	766	192	643
6	105	105	105	995	51	890	777	235	629
7	122	122	123	993	52	908	788	280	616
8	139	139	141	990	53	925	799	327	602
9	157	156	158	988	54	942	809	376	588
10	174	174	176	985	55	960	819	428	574
11	192	191	194	982	56	977	829	483	559
12	210	208	213	978	57	995	839	540	545
13	227	225	231	974	58	1,012	848	600	530
14	244	242	249	970	59	030	857	664	515
15	262	259	268	966	60	047	866	732	500
16	280	276	287	961	61	064	875	804	485
17	297	292	306	956	62	082	883	881	469
18	314	309	325	951	63	100	891	1,963	454
19	332	326	344	946	64	117	899	2,050	438
20	350	342	364	940	65	134	906	145	423
21	366	358	384	934	66	152	914	246	407
22	384	375	404	927	67	169	921	356	391
23	401	391	424	921	68	187	927	475	375
24	419	407	445	914	69	204	934	605	358
25	436	423	466	906	70	222	940	747	342
26	454	438	488	899	71	239	946	904	326
27	471	454	510	891	72	257	951	3,078	309
28	489	469	532	883	73	274	956	271	292
29	506	485	554	875	74	291	961	487	276
30	524	500	577	866	75	310	966	732	259
31	541	515	601	857	76	326	970	4,011	242
32	558	530	625	848	77	344	974	331	225
33	577	545	649	839	78	361	978	705	208
34	593	559	675	829	79	379	982	5,145	191
35	611	574	700	819	80	396	985	671	174
36	628	588	727	809	81	414	988	6,314	156
37	646	602	754	799	82	431	990	7,115	139
38	663	616	781	788	83	449	993	8,144	122
39	681	629	810	777	84	466	995	9,514	105
40	698	643	839	766	85	483	996	11,430	087
41	716	656	869	755	86	501	998	14,301	070
42	733	669	900	743	87	518	999	19,081	052
43	751	682	933	731	88	536	999	28,636	035
44	768	695	966	719	89	553	1,000	57,290	017
45	785	707	1,000	707	90	571	1,000	∞	0,000

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE	I.	— Les charges électriques	1
—	II.	— Notion de champ électrique	11
—	III.	— Travail des forces électriques. Différence de potentiel	20
—	IV.	— Le courant continu	30
—	V.	— Énergie et puissance fournies à un ensemble récepteur	42
—	VI.	— Résistance électrique. Loi d'Ohm pour une résistance morte	55
—	VII.	— Expression de la résistance d'un conducteur. Résistivité	64
—	VIII.	— Loi de Joule	71
—	IX.	— Conséquences de l'effet Joule	77
—	X.	— Groupement des résistances	86
—	XI.	— Récepteurs électriques. Force contre-électromotrice. Groupement des récepteurs	100
—	XII.	— Générateurs électriques. Force électromotrice. Couplage des générateurs. Loi d'Ohm pour un circuit fermé	110
—	XIII.	— Électrolyse	125
—	XIV.	— Les piles	136
—	XV.	— Les accumulateurs	146
—	XVI.	— Champ d'induction magnétique des courants	161
—	XVII.	— Flux d'induction	177
—	XVIII.	— Les aimants	183
—	XIX.	— Champ magnétique terrestre. Boussole	193
—	XX.	— Aimantation par influence	195
—	XXI.	— Courbes d'aimantation et hystérésis	200
—	XXII.	— Forces électromagnétiques	213

CHAPITRE XXIII. — Force électromotrice induite 229
— XXIV. — Auto-induction. Inductance d'un circuit. Régimes transitoires. Énergie magnétique d'un courant..... 244
— XXV. — Condensateurs. Capacité. Groupement des condensateurs..... 258
— XXVI. — Propriétés générales du courant alternatif. Définitions. Effets du courant alternatif..... 269
— XXVII. — Courants alternatifs sinusoïdaux. Définitions et représentations. Addition des grandeurs sinusoïdales..... 279
— XXVIII. — Valeurs instantanées et valeurs efficaces..... 290
— XXIX. — Puissance en courant alternatif. Puissance active et facteur de puissance. Puissance réactive; théorème de Boucherot..... 299
— XXX. — Phase et intensité efficace dans un brin de circuit..... 315
— XXXI. — Phase et intensité dans des groupements de récepteurs. Récepteurs en série. Récepteurs en parallèle..... 329
— XXXII. — Courants triphasés. Générateurs triphasés. Montages triphasés. Puissance en courant triphasé..... 344
— XXXIII. — Appareils de mesures. Ampèremètres et voltmètres. Wattmètres..... 362
— XXXIV. — Effet Peltier..... 377
— XXXV. — Inductance mutuelle de deux circuits 382
— XXXVI. — Charge et décharge d'un condensateur..... 388
— XXXVII. — Lois de Kirchhoff. Théorème de Thévenin..... 402
— XXXVIII. — Nombres complexes en alternatif.... 414
— XXXIX. — Ponts d'impédances..... 433

Problèmes de révision et d'examens..... 439
Note..... 447

Réimpression Photomécanique
AUGUSTIN
41, Rue Godot de Mauroy
PARIS

Dépôt légal : 3e trimestre 1963
No d'Éditeur : 2381

Collection "l'enseignement technique et professionnel"

A l'usage des élèves des collèges d'enseignement technique, des ouvriers et apprentis des professions industrielles des candidats aux divers C.A.P., des Ecoles de Métiers et des Centres de formation professionnelle.

Enseignement général :

BIGUENET - **Notions de géométrie plane** (13,5 × 18, 272 p.) 1969.
BIGUENET et DUVAL - **Notions de géométrie dans l'espace** (13,5 × 18, 316 p.) 1967.
FRAUDET - **Notions d'électricité : Tome I** (13,5 × 18, 128 p.) 1958. **Tome II** (13,5 × 18, 144 p.) 1958.
FRAUDET et BANCHEREAU - **La chimie au C.E.T. : Tome I** (13,5 × 18,166 p.) 1963. **Tome II** (13,5 × 18, 144 p.) 1965. **Tome III** (13,5 × 18, 152 p.) 1967.
FRAUDET et BANCHEREAU - **La physique au C.E.T. : Tome I** (13,5 × 18, 240 p.) 1968. **Tome II** (13,5 × 18, 164 p.) 1969.
FRITSCH et SALVAING - **Sciences naturelles au C.E.T.** (13,5 × 18, 196 p.) 1966.
SANTELLI - **Notions de langue française** (13,5 × 18, 176 p.) 1964.
THOMAS - **Notions de mécanique** (13,5 × 18, 304 p.) 1967.
THOMAS - **La mécanique au C.E.T.** (13,5 × 18, 204 p.) 1960.

Enseignement professionnel **:**

BRODBECK - **L'ajusteur mécanicien** (13,5 × 18, 352 p.) 1968.
BRODBECK - **Le serrurier** (13,5 × 18, 320 p.) 1966.
BRODBECK, PONS et BASSINO - **Technologie professionnelle des métiers de la mécanique :** Livre I (13,5 × 18, 182 p.) 1964.
DEBAT - **L'ébéniste** (13,5 × 18, 288 p.) 1967.
DELAPORTE - **Technologie générale des métiers de la mécanique :** Livre I (13,5 × 18, 208 p.) 1967.
GAILLARD et MURON - **Le menuisier** (13,5 × 18, 236 p.) 1968.
HENRIOT et BARON - **La technologie professionnelle de spécialité :** tournage, 3e année (13,5 × 18, 220 p.) 1962.
HENRIOT et BRODBECK - **Le tourneur** (13,5 × 18, 384 p.) 1967.
MAUREIN - **L'électricien d'automobile** (13,5 × 18, 160 p.) 1969.
MAUREIN - **L'électricien d'usine** (13,5 × 18, 388 p.) 1968.
MAURIZOT et DELANETTE - **Le mécanicien d'automobiles : Tome I** - 348 p. 1969. **Tome II** - 304 p. 1970. **Tome III** - 478 p. 1966.
MESLIER - **La soudure autogène au chalumeau et à l'arc** (13,5 × 18, 224 p.) 1968.
MONTAGNE - **Le chaudronnier** (13,5 × 18, 404 p.) 1969.
MOULY et GAVELLE - **Guide du monteur en chauffage** (13,5 × 18, 528 p.) 1968
NICOLET et BRODBECK - **Le modeleur mécanicien** (13,5 × 18, 364 p.) 1969.
VERDIER et BRUT - **Technologie professionnelle des métiers de la mécanique :** Livre III (13,5 × 18, 188 p.) 1967.

A l'usage des Lycées Techniques

Enseignement général :

FRAUDET et MILSANT - **Cours d'électricité : Tome I** (13,5 × 18, 440 p.) 1969. **Tome II** (13,5 × 18, 504 p.) 1968. **Tome III** (13,5 × 18, 288 p.) 1969.
FRAUDET et MILSANT - **Précis d'électricité : Tome I** (13,5 × 18, 264 p.) 1968. **Tome II** (13,5 × 18, 264 p.) 1966.
THOMAS - **Cours de mécanique : Tome I** (13,5 × 18, 312 p.) 1965 - **Tome II** (13,5 × 18, 288 p.) 1966.
THOMAS - **Problèmes de mécanique** (13,5 × 18, 156 p) 1965.

Enseignement professionnel **:**

MEYER - **Technologie des marchandises** (13,5 × 18, 208 p.) 1969.

Eyrolle
éditeur Par